

# TRAGFÄHIGKEITSUNTERSUCHUNGEN VON QUADERMAUERWERK ZUR STATISCHEN BEURTEILUNG VON BOGENBRÜCKEN

Zur Erlangung des akademischen Grades

## **Diplomingenieur (FH)**

dem Fachbereich Bauingenieurwesen / Architektur  
der Hochschule für Technik und Wirtschaft Dresden (FH)

vorgelegte Diplomarbeit.

Von Uwe Hirsch

geboren am 04.05.1979

in Zeulenroda

Tag der Einreichung: 06.10.2004

Betreuer: Prof. Dr.-Ing. habil. Joachim Bobsin  
Dr. Frank Purtak

**Aufgabenblatt für die Diplomarbeit**

Name des Diplomanden: Uwe Hirsch

Thema

Tragfähigkeitsuntersuchungen von Quadermauerwerk zur statischen Beurteilung von Bogenbrücken

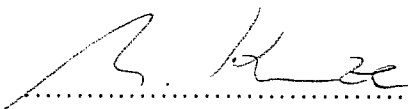
Aufgabenstellung (mit Zielsetzung und zu erstellende Unterlagen)

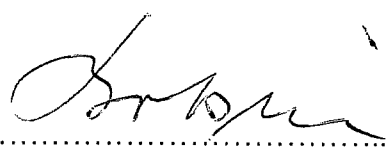
- Bruchmodell Sandstein, Fließmodell Mörtel;
- Versagensarten;
- mehraxialer Spannungszustand;
- Traglastkurven für verschiedene Bogendicken;
- Einfluss der Parameter beispielsweise: Steindruck- und Steinzugfestigkeit, E-modul, Querdehnzahl, Bogendicke.

Betreuer: Prof. Dr. Bobsin

Ausgehändigt am: 11.06.2004

Einzureichen bis: 06.09.2004

  
.....  
Dekan

  
.....  
verantwortlicher Hochschullehrer

# Inhaltsverzeichnis

<b>Verzeichnis verwendeter Symbole .....</b>	<b>VI</b>
<b>1 Einleitung und Zielstellung .....</b>	<b>1</b>
<b>2 Natursteinmauerwerk .....</b>	<b>4</b>
2.1 Natursteine .....	4
2.1.1 Einteilung der Gesteine .....	4
2.1.2 Eigenschaften von Natursteinen.....	6
2.1.3 Der Sandstein .....	6
2.2 Mörtel.....	14
2.2.1 Aufbau historischer Mörtel.....	14
2.2.2 Mechanische Eigenschaften von Mörtel unter einaxialer Belastung.....	15
2.2.3 Mechanische Eigenschaften von Mörtel unter mehraxialer Beanspruchung .....	16
2.3 Mauerwerksverbände .....	19
2.4 Bemessung von Natursteinmauerwerk nach DIN 1053-1 .....	20
<b>3 Tragverhalten von einschaligem Natursteinmauerwerk .....</b>	<b>22</b>
3.1 Tragmechanismus von Mauerwerk unter einaxialer Druckbelastung .....	22
3.2 Versagensarten von Natursteinmauerwerk .....	24
3.2.1 Steinversagen .....	24
3.2.2 Versagen infolge Gelenkbildung.....	28
<b>4 Bruchmodelle .....</b>	<b>29</b>
4.1 Analytische Bruchmodelle und Berechnung.....	29
4.1.1 Bruchmodell von Hilsdorf.....	30
4.1.2 Bruchmodell von Mann.....	31
4.1.3 Bruchmodell von Berndt .....	32
4.1.4 Bruchmodell von Pöschel/Sabha.....	33
4.2 Bruchmodelle für die numerische Berechnung .....	36
4.2.1 Bruchmodell nach Mohr-Coulomb .....	40
4.2.2 Bruchmodell nach Drucker-Prager .....	43

---

<b>5</b>	<b>Berechnungen mit der Methode der Finiten Elemente.....</b>	<b>47</b>
5.1	Verwendete Software .....	47
5.2	Modell .....	47
5.2.1	Vernetzung .....	47
5.2.2	Inkrementelle Laststeigerung und Gleichgewichtsiteration .....	50
5.2.3	Kontaktfläche Fuge-Stein .....	51
5.2.4	Spannungs-Dehnungs-Beziehung.....	52
5.2.5	Lasteinleitung und Auswertung der Bruchkriterien .....	53
5.2.6	Materialparameter.....	54
5.2.7	Geometrieparameter.....	56
5.3	Spannungsverteilung in Abhängigkeit der Ausmitte.....	57
5.4	Spannungsverteilung in der Mörtelfuge.....	59
<b>6</b>	<b>Traglasten nach Finite-Elemente-Berechnung .....</b>	<b>60</b>
6.1	Traglast in Abhängigkeit von der Steinhöhe.....	60
6.2	Traglast in Abhängigkeit von der Fugendicke .....	66
6.3	Traglast in Abhängigkeit vom Elastizitätsmodul des Steins .....	68
6.4	Traglast in Abhängigkeit vom Elastizitätsmodul des Mörtels .....	68
6.5	Traglast in Abhängigkeit der Querdehnzahl des Steins .....	69
6.6	Traglast in Abhängigkeit der Querdehnzahl des Mörtels .....	70
6.7	Traglast in Abhängigkeit der einaxialen Mörteldruckfestigkeit .....	73
6.8	Traglast in Abhängigkeit der Steindruck- und Steinzugfestigkeit .....	74
6.9	Traglasten für verschiedene Steindicken und Steinfestigkeiten.....	79
<b>7</b>	<b>Ausblick zur praktischen Anwendung von Traglastkurvenscharen.....</b>	<b>82</b>
<b>8</b>	<b>Praktische Druckversuche an Drei-Stein-Körpern .....</b>	<b>84</b>
8.1	Versuchsprogramm .....	84
8.1.1	Versuchsaufbau.....	84
8.1.2	Belastungsprogramm.....	87
8.1.3	Messprogramm.....	87
8.2	Versuchsergebnisse .....	88
8.2.1	Versuch unter zentrischem Lastangriff .....	88
8.2.2	Versuch mit Lastangriff in $m = 1,0$ .....	90
8.2.3	Versuch mit Lastangriff in $m = 2,0$ .....	91
<b>9</b>	<b>Zusammenfassung.....</b>	<b>92</b>
<b>10</b>	<b>Literatur.....</b>	<b>95</b>
	<b>Eidesstattliche Erklärung .....</b>	<b>100</b>

---

# Anhangsverzeichnis

<b>Anhang A: Bruchmodell nach Mohr-Coulomb .....</b>	<b>101</b>
A.1: Herleitung der Materialkennwerte $c$ und $\varphi$ .....	101
A.2: Herleitung der Beziehungen zur Beschreibung des Hexagons.....	103
<b>Anhang B: Bruchmodell nach Drucker-Prager .....</b>	<b>104</b>
B.1: Herleitung der Materialparameter $c$ und $\varphi$ .....	104
<b>Anhang C: Beispiel zur Interpolation in den Traglastkurven .....</b>	<b>107</b>
<b>Anhang D: Formfaktoren nach Schickert und Rustmeier .....</b>	<b>111</b>
<b>Anhang E: Parameterkombinationen zur Erstellung der Traglastkurven .....</b>	<b>112</b>

## Verzeichnis verwendeter Symbole

Formelzeichen	Name
St	Stein
Mö	Mörtel
MG	Mörtelgruppe
N	Normalkraft
F	Kraft
e	Lastausmittigkeit
$m = 6 \cdot e/d$	bezogene Lastausmittigkeit
A	Fläche
$A_{St}$	Steinfläche im Grundriss
$A_{MW}$	Wandfläche im Grundriss
h	Wandhöhe
d	Wanddicke
$\lambda = h/d$	Schlankheit
$h_{St}$	Steinhöhe
$d_{St}$	Steindicke bzw. Bogendicke
t	Dicke der Lagerfuge
$\beta_{D,St}$	Steindruckfestigkeit
$\beta_{Z,St}$	Steinzugfestigkeit
$\beta_{SZ,St}$	Steinspaltzugfestigkeit
$\beta_{BZ,St}$	Steinbiegezugfestigkeit
$\beta_{D,Mö}$	Mörteldruckfestigkeit
$E_{St}$	Stein-E-Modul
$E_{Mö}$	Mörtel-E-Modul
$\varepsilon$	Dehnungen bzw. Stauchungen
$\sigma_0$	Grundwert der zulässigen Spannung nach DIN 1053-1
$\sigma_Z$	Zugspannung
$\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$	Hauptspannungen
$\sigma_R$	Radialspannung (Umschnürungsdruck)
$\sigma_V$	Vertikalspannung
$\sigma_{V,u}$	Bruchspannung
$\sigma_{oct}$	Oktaederspannung
$\tau_{oct}$	Oktaederschubspannung
$\theta, \Theta$	Richtungswinkel der deviatorischen Spannung in der Deviatorebene
$\xi$	Länge des Vektors der hydrostatischen Spannung
$\rho$	Länge des Vektors der deviatorischen Spannung

---

$I_1$	erste Invariante des Spannungstensors
$J_2$	zweite Invariante des Spannungsdeviators
$c$	Kohäsion
$\varphi$	Winkel der inneren Reibung
$\psi$	Dilatanzwinkel
$\mu_{ST}$	Stein-Querdehnzahl
$\mu_{Mö}$	Mörtel-Querdehnzahl
$\mu_{Mö,el}$	Mörtelquerdehnzahl für den elastischen Bereich
$\nu$	Reibungsbeiwert

## 1 Einleitung und Zielstellung

Bogenbrücken aus Natursteinmauerwerk zählen heute zu den ältesten noch in voller Funktion befindlichen Tragwerken innerhalb von Straßen- und Schienenwegen. Sie stellen mit einem Bauwerksalter von teilweise weit über 100 Jahren und einer großen Anzahl von mehreren Tausend Bauwerken eine historisch sehr wertvolle Bausubstanz dar.

Aus der Notwendigkeit der Kostensenkung heraus ist man in den letzten Jahren dazu übergegangen, Steinbogenbrücken zu erhalten und gegebenenfalls zu ertüchtigen, statt durch Stahlbetonbauwerke zu ersetzen. Die Bewertung von Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit der Steinbogenbrücken wird im Zuge von Neueinstufungen von Verkehrswegen und Ausbauprojekten auf Basis heute gültiger Lastansätze und Berechnungsvorschriften gefordert. Notwendige Verstärkungen und Ertüchtigungen sind nach Möglichkeit unter weitestgehender Erhaltung des Bestandes durchzuführen, was sowohl Kosten sparen als auch das Erscheinungsbild der Steinbogenbrücken erhalten soll.

Die ältesten bestehenden Gewölbebrücken sind basierend auf Erfahrungswerten der Ausführenden entstanden und stellen damit empirische Bauwerke dar. Später standen zunächst grafische Verfahren für statische Nachweise zur Verfügung, und man entwickelte in der Geschichte der Baustatik Näherungsformeln auf Basis der Bogenstützlinie zum Entwurf wesentlicher Geometrieparameter, wie Stützweite, Stich, Bogendicke und Bogenform. Die verfügbaren Rechenansätze sind heute durchaus nützlich, um eine überschlägliche Abschätzung der Tragfähigkeit einer Steinbogenbrücke anhand ihrer Geometrieparameter vornehmen zu können.

Die aktuell verfügbaren Hilfsmittel der Tragwerksbemessung sind hingegen weitaus vielfältiger. Durch sie ist der Ingenieur in der Lage, sowohl geometrische als auch physikalische Nichtlinearitäten zu berücksichtigen. Wegen der zahlreichen bedeutenden Einflussfaktoren und deren vielfältigen Kombinationsmöglichkeiten in der Ausführung wird das Tragverhalten von Natursteinmauerwerk derart komplex, dass trotz intensiver Forschungsarbeit bis heute kein konsistentes, alle Effekte ausreichend erfassendes Mauerwerksmodell entwickelt werden konnte. Allerdings wurden gegenüber den Näherungsverfahren große Fortschritte in der Tragfähigkeitsbewertung erzielt.

So ist in der heutigen Zeit der Tragwerksplaner mit modernen Methoden ausgerüstet, um die Tragsicherheit alter Gewölbebrücken zu bewerten. Die verfügbaren Normen zum Nachweis ausreichender Gebrauchs- und Tragfähigkeit erlauben jedoch eine relativ pauschale Bewertung der Widerstandsgrößen. Dem individuellen Bauwerkscharakter einer historischen Natursteinbrücke kann damit allerdings nur begrenzt Rechnung getragen werden. Somit wird ein merkliches Defizit zwischen den Möglichkeiten der mechanischen Modellierung und den verfügbaren Sicherheitsnachweisen erkennbar.



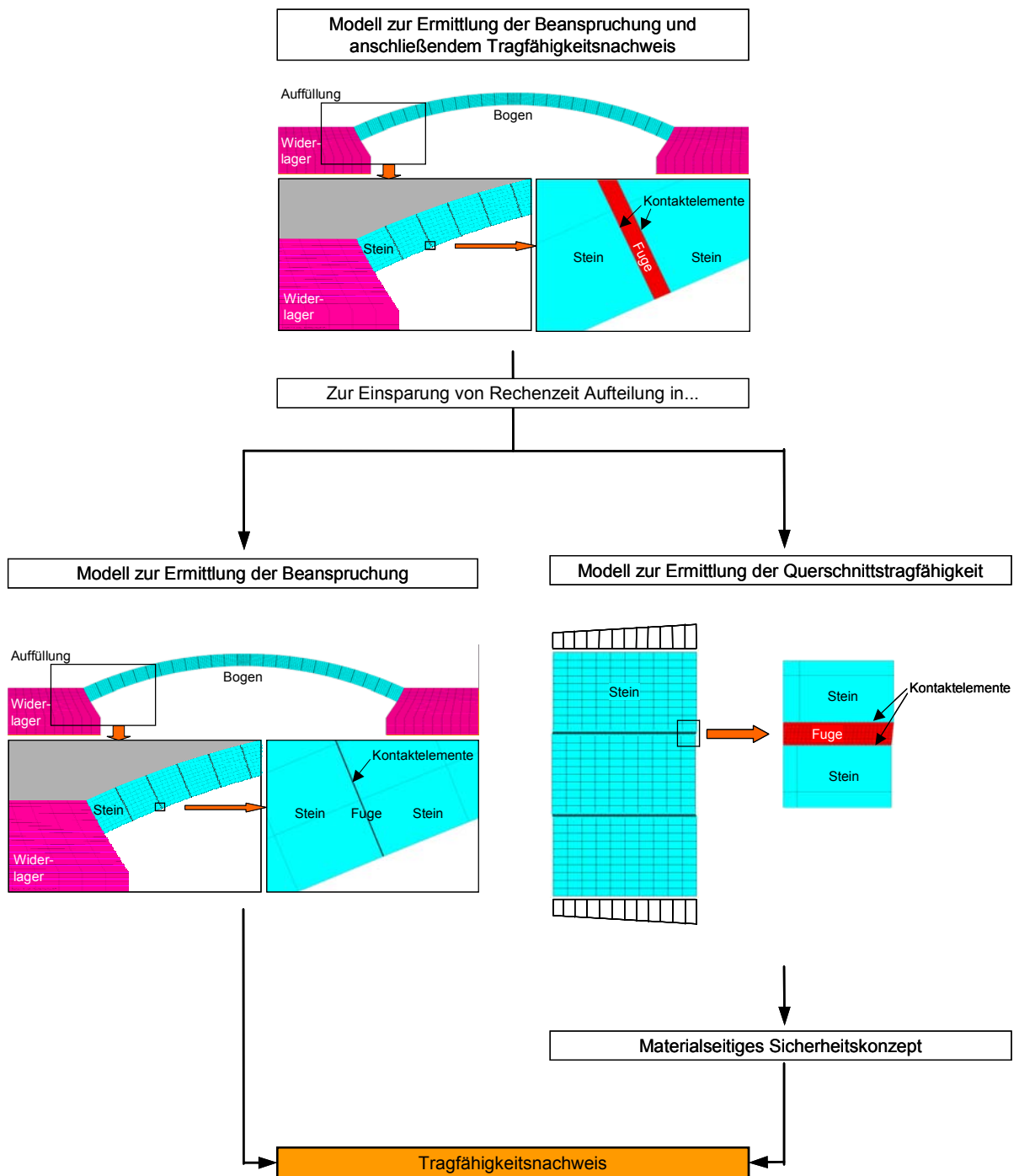
Die Ingenieurbüros G-M-G Partnerschaft und Trag Werk Ingenieure Döking+Purtak Partnerschaft sahen sich deswegen veranlasst, innerhalb des Forschungsvorhabens Nr. KU 0425001KAT2 „Bogenbrücken aus Natursteinmauerwerk“ Vorschläge für eine detaillierte Bewertung und Wichtung wesentlicher Einflussgrößen auf der Einwirkungs- und Bauwerkswiderstandseite zu erarbeiten und den statischen Nachweis auf die neue Normengeneration der semiprobabilistischen Konzepte abzustimmen.

Zur statischen Tragwerksanalyse entwickelte Purta [1] im Programmsystem Ansys ein Finite-Elemente-Modell (FE-Modell) zur realitätsnahen Modellierung von Gewölbebrücken, in welchem sowohl die Steine als auch die Mörtelfugen getrennt berücksichtigt sowie das nichtlineare Materialverhalten des Fugenmörtels erfasst werden. Mit Hilfe dieses Modells lassen sich in einem ersten Rechendurchlauf für jede beliebige Lastfallkombination die Beanspruchungen des Bogentragwerkes bestimmen. In einer Nachlaufrechnung wird dann ermittelt, ob der Bogen unter den angesetzten Lasten in irgendeinem Punkt versagt. Dieses Versagen kann durch Steinversagen oder durch die Entstehung einer Gelenkkette- infolge von Gelenkbildungen in den Mörtelfugen - zustande kommen.

Allerdings ist wegen des immensen Rechenaufwandes für das genannte Modell eine Anwendung für den Praktiker angesichts der heute verfügbaren Rechentechnik nahezu ausgeschlossen. Man ging deshalb dazu über, sowohl die Beanspruchung im Bogentragwerk als auch die Tragfähigkeit des Bogenquerschnitts anhand separater Modelle zu bestimmen. Zur Ermittlung der Beanspruchungen im Bogentragwerk wurde in Ansys ein Modell programmiert, welches die plastischen Mörtelfugen unberücksichtigt lässt, dafür jedoch die Fugen mittels Kontaktelementen abbildet [2, 3]. Durch die Kontaktelemente kann den Fugen eine Zugfestigkeit von Null zugewiesen werden, wodurch diese aufklaffen können. Durch die Vernachlässigung der nichtlinearen Materialeigenschaften des Mörtels spart man innerhalb dieses Modells erheblich an Rechenzeit.

Die so ermittelte Beanspruchung im maßgebenden Schnitt kann daraufhin mit der den Materialeigenschaften und Geometrieparametern entsprechenden zulässigen Traglast verglichen werden. Mit der Bestimmung dieser Traglast beschäftigt sich die vorliegende Diplomarbeit. Dazu dient ein zweites Finite-Elemente-Modell. Hierin werden anhand eines Drei-Stein-Körpers Steine und Fugen getrennt modelliert und das nichtlineare Materialverhalten des Mörtels berücksichtigt. Sämtliche Geometrie- und Materialparameter sind dabei beliebig wählbar.

Zusammen mit einer auf der Materialseite befindlichen Sicherheit lässt sich nun anhand der Beanspruchung und der zulässigen Traglast der statische Nachweis führen. Abb. 1-1 veranschaulicht die beschriebene Herangehensweise.



**Abb. 1-1: Nachweiskonzept an entkoppelten Modellen**

## Ziele der Arbeit

Ziele der Arbeit sind die Erstellung von Traglastkurven für zentrisch und exzentrisch druckbeanspruchtes Mauerwerk sowie ein Ausblick auf deren praktische Anwendung. Als Referenzmauerwerk dient in dieser Arbeit dünnfugiges Natursteinquadermauerwerk mit minderfestem Mörtel. Neben Traglastkurvenscharen für verschiedene Bogen- beziehungsweise Steindicken werden auch Traglastkurven zur Untersuchung der Einflüsse verschiedener Material- und Geometrieparameter, wie Fugendicke, Steinhöhe, Steindruck- und -zugfestigkeit und Mörteldruckfestigkeit, auf die Mauerwerkstragfähigkeit erstellt. Einführend erfolgt eine Erläuterung der mechanischen Eigenschaften von Naturstein und Mörtel sowie des mehraxialen Spannungsraumes und der Bruch- beziehungsweise Fließmodelle für Stein und Mörtel. Neben möglichen Versagensarten von Natursteinmauerwerk werden ausgewählte analytische Bruchmodelle aufgezeigt. Zur Verdeutlichung des Tragverhaltens von Mauerwerk unter verschiedenen Ausmitten werden für einen Spezialfall die Spannungsverteilungen der Vertikal-, Horizontal- und Schubspannung nach der Finite Elemente Methode (FEM) dargestellt. Um die Realitätsnähe des verwendeten FE-Modells zu betrachten, werden zu deren Nachrechnung Versuche an Drei-Stein-Körpern vorgenommen.

## 2 Natursteinmauerwerk

Natursteinmauerwerk besteht aus den beiden Komponenten Naturstein und Mörtel, welche im Verband vermauert sind. In diesem Kapitel werden beide Materialien beschrieben und wichtige mechanische Eigenschaften von Steinen und Mörtel erläutert. Neben den Verbandsarten wird die Bemessung nach DIN 1053-1 vorgestellt.

### 2.1 Natursteine

#### 2.1.1 Einteilung der Gesteine [4, 5]

Als Natursteine bezeichnet man die durch geologische Vorgänge gebildeten, natürlich gewachsenen Gesteine. Sie sind ein Gemenge aus Mineralien, deren Zusammenhalt durch direkte Verwachsung oder durch ein Bindemittel gewährleistet wird. Die Eigenschaften und Merkmale der Naturgesteine lassen sich zumeist aus ihrer geologischen Entstehung herleiten. Nach dieser unterteilt man die Gesteine in die drei Hauptgruppen Erstarrungsgesteine, Sedimentgesteine und Umwandlungsgesteine.

Hauptgruppen	Untergruppen	Gesteinsarten Beispiele
Erstarrungsgesteine (Magmatite)	Tiefengesteine Ergussgesteine Ganggesteine	Granit, Diorit, Gabbro Rhyolith, Basalt, Tuff (Lamprophyr)
Sedimentgesteine (Ablagerungsgesteine)	Klastische Sedimente Ausfällungsgesteine Biogene Sedimente	Sandstein, Grauwacke Kalkstein (z.T.), Dolomit Kieselschiefer, Kalkstein
Umwandlungsgesteine (Metamorphite)	nach Druck und Temperatur	Gneis, Marmor

**Tab. 2-1: Einteilung der Gesteine**

Erstarrungsgesteine sind aus dem Schmelzfluss erstarrt und besitzen eine überwiegend richtungslose, massige Struktur. Man unterscheidet Tiefengesteine, Ergussgesteine und Ganggesteine. Sedimentgesteine entstehen aus oftmals schichtweise abgelagerten, durch Verwitterung zerstörten und aufbereiteten Gesteinsmaterialien, die mit Hilfe des Wassers transportiert und als Geröll, Kies oder Sand wieder abgelagert werden. Durch zunehmende Verfestigung (Diagenese) unter Druck und Zutritt eines entsprechenden Binders bilden sich Sedimentgesteine. Klastische Sedimente entstehen aus Gesteinstrümmern, Ausfällungsgesteine durch Ausfällen von in Wasser gelösten Verwitterungsprodukten und biogene Sedimente durch Absetzen von Skeletten verschiedener Organismen. Metamorphe Gesteine entstehen durch nachträgliche Umwandlung von Erstarrungs- und Sedimentgesteinen unter hohen Temperaturen und Umgebungsdrücken oder unter chemischer Einwirkung gelöster oder gasförmiger Stoffe.

Sedimentgesteine wurden zu jeder Zeit am häufigsten für Natursteinmauerwerk verwendet, da sie oberflächennah nahezu allerorts zu finden waren und mit den damaligen handwerklichen Methoden abgebaut und bearbeitet werden konnten. In der Regel ist Sedimentgestein weicher und daher leichter zu bearbeiten als magmatisches Gestein. Nach [5] werden in der Untergliederung der genetischen Gesteinsarten Gesteinssorten (Gesteinsvarietäten) unterschieden. Einteilungskriterien für Gesteinssorten sind beispielsweise: Abbauort/Vorkommen, Farbe, Gefüge/Textur und - seltener - deren technische Eigenschaften. Allerdings gibt es für die Gesteinssorten beziehungsweise -varietäten kein einheitliches Ordnungssystem. Die Grenze der frei wählbaren Handelsnamen ist zudem fließend.

Traditionell werden in Abhängigkeit von der mechanischen Bearbeitbarkeit sogenannte Hart- und Weichgesteine unterschieden, zum Beispiel:

- typische "helle" Hartgesteine: Granit, Gneis, Rhyolith
- typische "dunkle" Hartgesteine: Diorit, Gabbro, Lamprophyr
- typische Weichgesteine: Sandstein, Kalkstein (z.T.), Tuff

## 2.1.2 Eigenschaften von Natursteinen [5]

Die Eigenschaften eines Gesteins sind durch die petrologischen Elemente Mineralbestand, Porenraum und Korngefüge bestimmt. Nach [6] sind die wichtigsten gesteinsbildenden Minerale Quarz, Calcit, Dolomit, Feldspat, Glimmer, Hornblende, Olivin und verschiedene Tonminerale. Die Porenverteilung und die Porenradienverteilung üben auf alle Gesteinseigenschaften einen wesentlichen Einfluss aus. Grundsätzlich ist die Gesteinsfestigkeit umso höher, je geringer die Porosität ist und je feiner die Poren sind. Das Korngerüst, welches zugleich maßgeblich den Porenraum bestimmt, stellt sich in Abhängigkeit von den Korngrößen und der Kornform, der Kornbindung und dem Trennflächengefüge (Schichtung, Schieferung) dar. Bei direkter Kornbindung sind die Körner unmittelbar miteinander verwachsen, bei indirekter Kornbindung über eine Bindemittelmatrix verbunden. Je nach Art des Bindemittels werden tonige, karbonatische und quarzitisches Bindungen unterschieden. Entsprechend ihrer Entstehung und Zusammensetzung weisen die Natursteine ein breites Eigenschaftsspektrum auf. Eine Zusammenstellung der Bandbreite mechanischer Eigenschaften einiger Natursteinarten enthält Tab. 2-2. Im Folgenden wird auf den Sandstein näher eingegangen.

Gesteinsart		Druckfestigkeit $\beta_D$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Mindestdruckfestigkeit DIN 1053-1 (1990) [N/mm <sup>2</sup> ]	Biegezugfestigkeit $\beta_{BZ}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Elastizitätsmodul $E_{dyn}$ [kN/mm <sup>2</sup> ]
Magmatite	Granit	80 - 300	120	10 - 30	35 - 80
	Basalt	160 - 400	120	15 - 25	50 - 100
	Vulkan. Tuffstein	5 - 40	20	1 - 4	4 - 10
Sedimente	quarzit. Gebundener Sandstein	60 - 250	80	7 - 20	10 - 70
	tonig oder karbon. geb. Sandstein	15 - 150	30	3 - 15	5 - 30
	poröser Kalkstein	20 - 90	20	5 - 8	5 - 20
	dichter Kalkstein, Dolomit	80 - 180	50	6 - 15	15 - 80
Metamorphite	Gneis	70 - 260		8 - 30	25 - 80
	Marmor	40 - 300	50	6 - 15	15 - 80

**Tab. 2-2: Mechanische Eigenschaften einiger Natursteinarten [5]**

## 2.1.3 Der Sandstein [7, 8]

### 2.1.3.1 Petrographie des Sandsteins

Sandstein ist ein Sedimentgestein aus gerundeten bis kantigen Körnern, deren Durchmesser im Größenbereich zwischen 0,063 und 2 mm liegen. Man unterscheidet feinkörnige (0,063 – 0,2 mm Korngröße), mittelkörnige (0,2 – 0,63 mm) und grobkörnige (0,63 – 2 mm) Sandsteine. Als Hauptmineral der Sandsteine gilt im allgemeinen Quarz. Die einzelnen Sandkörner können aber auch aus anderen Mineralien oder Gesteinsbruchstücken bestehen. Neben Quarz kommen Feldspate und Glimmer vor.

Bezeichnungen:

- Quarzsandstein: Komponenten zu mehr als 90 % aus Quarzkörnern
- konglomeratischer Sandstein: lagenweise angereicherte Komponenten mit Korngrößen > 2 mm
- schluffiger; toniger Sandstein: Anteile mit Korngrößen unter 0,063; 0,002 mm

Genauere Angaben zur Benennung in Abhängigkeit des Mineralbestandes können [8] entnommen werden.

### 2.1.3.2 Gesteinsentstehung aus Ablagerungen

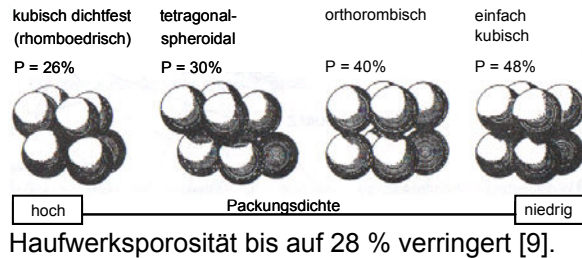
Die Sandkörner bilden nach ihrer Ablagerung ein Lockersediment. Die einzelnen Körner lagern sich nach Art einer Kugelpackung aneinander, so dass zwischen den Mineralkörnern ein zumeist wassergefüllter Raum, der Porenraum, verbleibt. Aus einem solchen Lockergestein wird durch Diagenese ein Festgestein. Diagenese ist die Bezeichnung für die Umbildung lockerer Ablagerungen zu festen Gesteinen durch mehr oder weniger langzeitige Wirkung von Druck, Temperatur, chemischer Lösung und Ausscheidung. Zunehmende Auflast durch überlagernde Sedimente führt zunächst zu einer Kompaktion; der lockere Sand wird verdichtet und das Porenvolumen verringert. Gleichzeitig erfolgt eine Entwässerung des Sediments. Dabei wird ein Teil des Porenwassers aus dem Sediment nach oben herausgepresst.

Die Kornbindung wird durch das Bindemittel bewirkt, welches calcitisch, tonig, quarzitisches (kieselig) oder eine Kombination dieser drei sein kann. Das Bindemittel wird auch als Zement, die Bindung als Zementation bezeichnet. Die Bildung des Zements erfolgt durch Auskristallisation der im Porenwasser gelösten Stoffe. Chemische Vorgänge lassen so in Verbindung mit der Verdichtung des Gefüges aus einem Lockersediment ein Festgestein werden. Das Bindemittel hat einen wesentlichen Einfluss auf die Festigkeit und sonstigen technischen Eigenschaften des Gesteins. Ist das Bindemittel nur mäßig vorhanden, so ist das Gestein locker und sandet ab. Quarz als Bindemittel gibt dem Sandstein die größere Festigkeit und Resistenz gegen Verwitterung.

Bei großer Versenkungstiefe wachsen unter entsprechend hohen Drücken Quarzsandkörner durch Anlagerung von Quarzsäumen, so dass es zur unmittelbaren Kornbindung kommt. Solcherart gebundene Sandsteine können Druck- und Biegezugfestigkeiten erreichen, die an die Werte von Granit heranreichen. Calcitisch zementierte Sandsteine werden als Kalksandsteine bezeichnet. Bei tonigen Bindungen bilden die Tonminerale dünne Schleier um die Sandkörner und bewirken so die Kohäsion. Sowohl die Intensität der Zementation als auch die Art des Bindemittels können innerhalb einer Sandsteinbank variieren.

Ebenfalls von Einfluss auf die Materialeigenschaften des Sandsteins ist das Korngerüst [7]. Die Dichtigkeit der Struktur wird dabei zunächst von der Packungsdichte bestimmt. Diese ist unabhängig von der mittleren Korngröße.

Nach Abb. 2-1 ist eine einfache Kugelpackung mit einer Porosität von 48 % verbunden. Unterste Grenze für Einkorn-Haufwerke ist die dichteste Kugelpackung mit 26 % Porosität. Von weiterem Einfluss auf die Dichtigkeit des Korngerüsts ist die Sieblinie, welche gut abgestuft die



Haufwerksporosität bis auf 28 % verringert [9].

**Abb. 2-1: Packungsdichten von Kugelhauferken [10]**

### 2.1.3.3 Festigkeitseigenschaften des Sandsteins [42]

Purtak hat in [42] mechanische Kennwerte zu Druck- und Biegezugfestigkeiten sowie Elastizitätsmoduli ausgewählter Sandsteine zusammengestellt (Tab. 2-3). Für den Sandstein der Sächsischen Schweiz untersuchte Grunert [11] in einer umfangreichen Arbeit, geordnet nach wichtigen Steinbrüchen, wesentliche mechanische Kennwerte. Neben den einaxialen Festigkeitswerten sind zur Berechnung des Mauerwerks auch Informationen zu dem Materialverhalten unter mehraxialer Beanspruchung wichtig. Nach Kenntnis der Bruchhüllenden (siehe Abschnitt 4.2.1) ist ein geeignetes mathematisches Modell zur Erfassung aller möglichen Spannungszustände im Hauptspannungsraum auszuwählen.

Sandstein	Mittlere Druckfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]	Mittlere Biegezugfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]	Elastizitätsmodul [N/mm <sup>2</sup> ]
Cottaer	35	3,9	12.050
Obernkirchener	103	7,9	19.800
Postaer	56	4,0	20.000
Sandner	61	6,7	9.000
Schlesischer	36	1,9	15.200
Ummendorfer	55	9,8	17.875
Wendischkarsdorfer	32	4,4	10.750
Zeitzer	117	8,1	38.900
Zwickauer Kohlesandstein	28	2,9	4.750

**Tab. 2-3: Mechanische Kennwerte einiger Sandsteine (Auszug aus [42])**

## Einaxiale Festigkeiten

### 1. Prüfung der einaxialen Druckfestigkeit $\beta_{D,St}$ nach DIN EN 1926: 03.00 [12]

Die zur Prüfung erforderlichen Probekörper ergeben sich in ihrer Form und Gestalt aus den Entnahmemöglichkeiten am bestehenden Bauwerk. Handelt es sich um wertvolle Bausubstanz, sollten Zylinder von 5 cm Durchmesser genügen; die Entnahme prismatischer Körper wäre aufwendiger. Für die Umrechnung von Druckfestigkeiten von Prüfkörpern unterschiedlicher Form und Größe auf festgelegte Bezugsgrößen nach der Norm stellt Schickert [13] verschiedene Prüfkörperformen (Abb. 2-2) und Umrechnungsfaktoren zusammen.

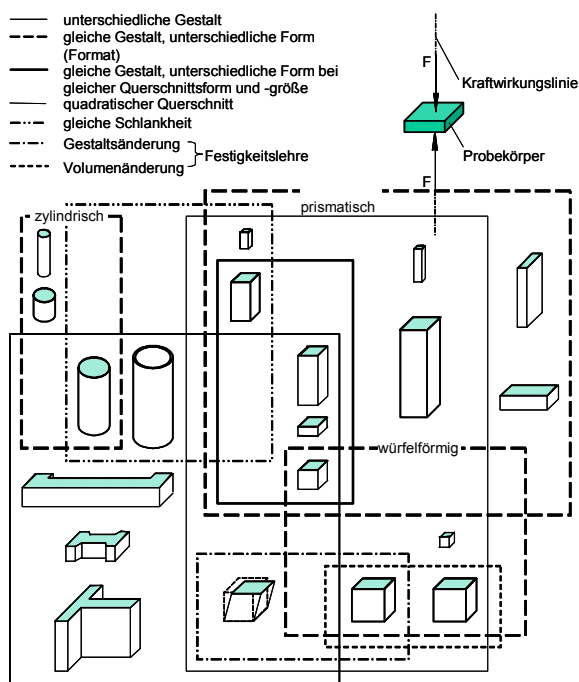


Abb. 2-2: Prüfkörperformen [13]

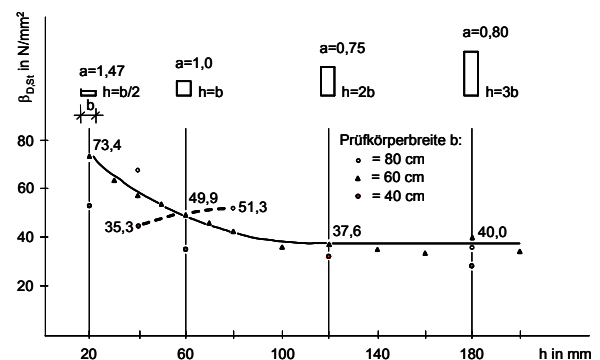


Abb. 2-3: Gestaltfaktoren a in Abhängigkeit von Prüfkörperhöhen und -breiten für Postaer Sandstein, Steinbruch: Lohmen-Mühleite (Sachsen), eisenhaltige Bank [14]

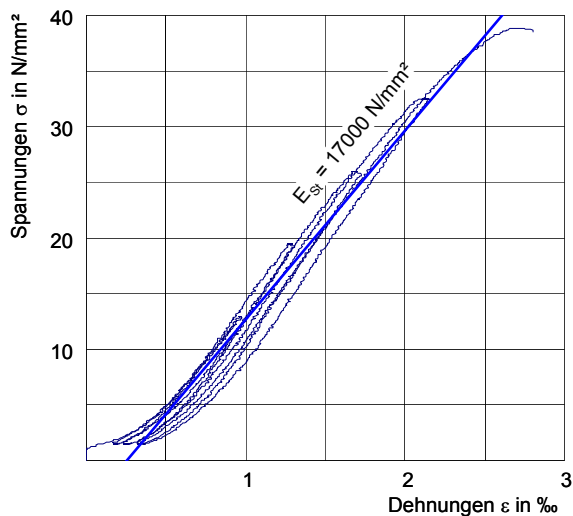
Für den Postaer Sandstein sind nach Abb. 2-3 Gestaltfaktoren angegeben. Durch die Endflächenreibung zwischen Sandstein und Stahlplatte der Prüfmaschine ergibt sich eine Behinderung der Querdehnung, wodurch sich der Stein im Bereich der Auflagerflächen in einem mehraxialen Druck-Druck-Druck-Spannungszustand befindet. Dies führt zu einem Anstieg der Bruchspannungen, was insbesondere bei flachen Prüfkörpern deutlich wird, da hier die Störungsbereiche einen wachsenden Anteil des Probenvolumens ausfüllen. Ein über den gesamten Querschnitt des Prüfkörpers ausgedehnter Bereich mit dem erwünschten einaxialen Spannungszustand ist erst ab einer Probenabmessung von  $h/b \geq 2$  möglich. An Proben mit Schlankheiten  $h/b \geq 2$  kann daher mit üblichen starren Belastungsplatten die "echte" einaxiale Druckfestigkeit bestimmt werden.



Eine andere Möglichkeit zur Eintragung von Druckkräften stellen "schubweiche" Belastungsbürsten dar, durch welche eine Querdehnungsbehinderung weitestgehend vermieden wird.

Für die Druckfestigkeit gilt folgende Beziehung: **(Gl. 2-1)** 
$$\beta_{D,St} = \frac{F}{A}$$

Den Elastizitätsmodul prüft man am Prisma oder am Zylinder. Eine typische Spannungs-Dehnungs-Linie zeigt Abb. 2-4 für schlesischen Sandstein unter mehrfacher Be- und Entlastung bis zum Bruch.



**Abb. 2-4: Typische Spannungs-Dehnungs-Linie für Sandstein [42]**

Der Sandstein weist danach ein weitestgehend linear-elastisches Materialverhalten auf. Somit bezeichnet der Anstieg der gemittelten Kurve als lineare Funktion den Elastizitätsmodul ausreichend genau.

## 2. Prüfung der Spaltzugfestigkeit

Als gutes Verfahren zur Abschätzung der Zugfestigkeit an heterogenen Baustoffen, wie beispielsweise Naturstein, Mörtel und Beton, hat sich die Spaltzugprüfung erwiesen. Die Probekörper werden über zwei gegenüberliegende parallele Lastverteilungstreifen bis zum Spaltbruch belastet. Bei dieser Versuchsanordnung entstehen im Inneren des Probekörpers Spaltzugspannungen (Abb. 2-5). Der Hauptteil des Probekörpers wird dabei auf Zug beansprucht. Die Größe der wirksamen Zugspannungen bleibt über den gesamten Querschnitt nahezu konstant.

Für die Spaltzugfestigkeit gilt die Beziehung:

$$(Gl. 2-2) \quad \beta_{SZ,St} = \frac{2 \cdot F}{\pi \cdot d \cdot l}$$

bzw.

$$(Gl. 2-3) \quad \beta_{SZ,St} = \frac{2 \cdot F}{\pi \cdot b \cdot h} \quad [N/mm^2]$$

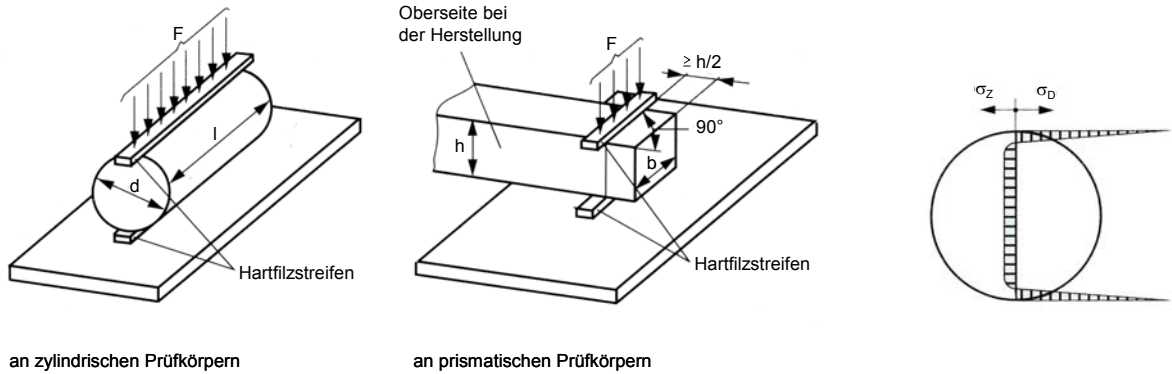
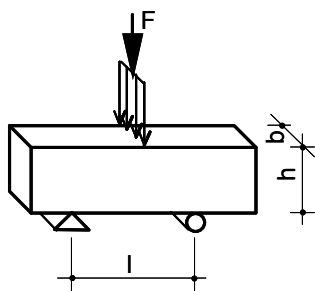


Abb. 2-5: Versuchsanordnung und Spannungsbild bei der Spaltzugprüfung [4]

### 3. Prüfung der Biegezugfestigkeit nach DIN EN 12372 [15]



Für die Biegezugfestigkeit gilt die Beziehung:

$$(Gl. 2-4) \quad \beta_{BZ,ST} = \frac{3 \cdot F \cdot l}{2 \cdot b \cdot h^2}$$

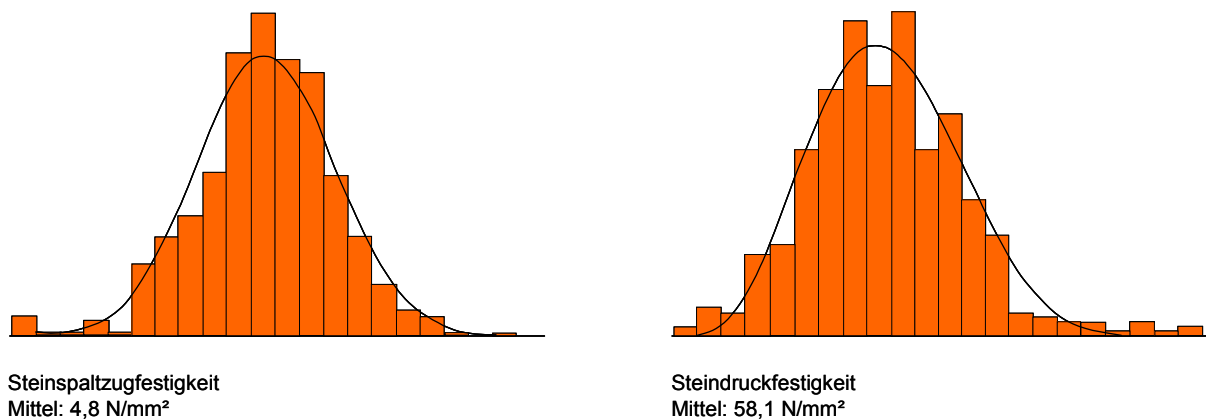
Abb. 2-6: Biegezugversuch mit Einwirkung einer mittigen Last

### 4. Prüfung der Zugfestigkeit

Die Prüfung der einaxialen Zugfestigkeit ist versuchstechnisch sehr aufwendig. In der Regel versucht man daher, die einaxiale Zugfestigkeit näherungsweise über die Spaltzug- oder Biegezugfestigkeit zu bestimmen.

### 5. Beziehungen zwischen den einaxialen Festigkeiten

Die einaxiale Zugfestigkeit kann man - wie beim Beton - aus der Spaltzugfestigkeit mit  $\beta_{Z,St} = 0,9 \cdot \beta_{SZ,St}$  ermitteln. Sind keine Spaltzugergebnisse verfügbar, bestimmt man die einaxiale Zugfestigkeit aus der Biegezugfestigkeit. Für den Postaer Sandstein gilt das Verhältnis  $\beta_{SZ,St} = 0,9 \cdot \beta_{BZ,St}$  [16]. Curbach und Proske geben in [17] Verteilungsfunktionen für die Sandstein-spaltzugfestigkeit und Sandsteindruckfestigkeit anhand von 505 Versuchen an Postaer Sandstein aus dem Steinbruch Lohmen (Pirna) an. Hierbei brachte die Normalverteilung die beste Annäherung. Abb. 2-7 zeigt Histogramme der Steinspaltzugfestigkeit und der Steindruckfestigkeit.

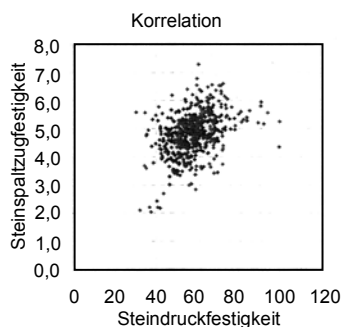


**Abb. 2-7: Histogramme der Steinspaltzugfestigkeit und der Steindruckfestigkeit [17]**

Folgende Mittelwerte der Festigkeiten gehen daraus hervor:

- Steinspaltzugfestigkeit      4,8 N/mm<sup>2</sup>
- Steindruckfestigkeit      58,1 N/mm<sup>2</sup>

Curbach und Proske testeten die einzelnen Steindruckfestigkeiten und die dazugehörigen Steinspaltzugfestig auf Korrelation (Abb. 2-8).

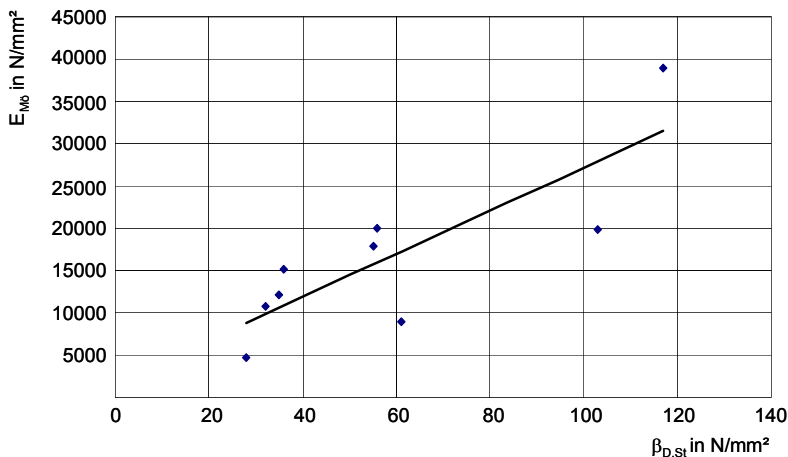


Dabei zeigt sich anhand der enormen Streuungen, dass beide Variablen weitgehend stochastisch unabhängig sind. Somit kann nicht ohne weiteres von der Steindruckfestigkeit auf die Steinspaltzugfestigkeit oder umgekehrt geschlossen werden.

**Abb. 2-8: Diagramm der Steinspaltzugfestigkeit gegen die Steindruckfestigkeit [17]**

### 6. Beziehungen zwischen der Steindruckfestigkeit und dem Stein-E-Modul

Die E-Moduli verschiedener Sandsteine liegen im Bereich von 1000 bis 40000 N/mm<sup>2</sup>. In [42] findet man eine Zusammenstellung von Sandsteinvorkommen in Deutschland mit Angaben zu mechanischen Kennwerten (Auszug daraus in Tab. 2-3). Wie Abb. 2-9 verdeutlicht, lässt sich wegen der großen Streuung ein allgemeingültiger, funktionaler Zusammenhang zwischen E-Modul und Druckfestigkeit nicht erkennen. Es kann daher nicht davon ausgegangen werden, dass mit steigender Druckfestigkeit auch der E-Modul größere Werte annimmt.

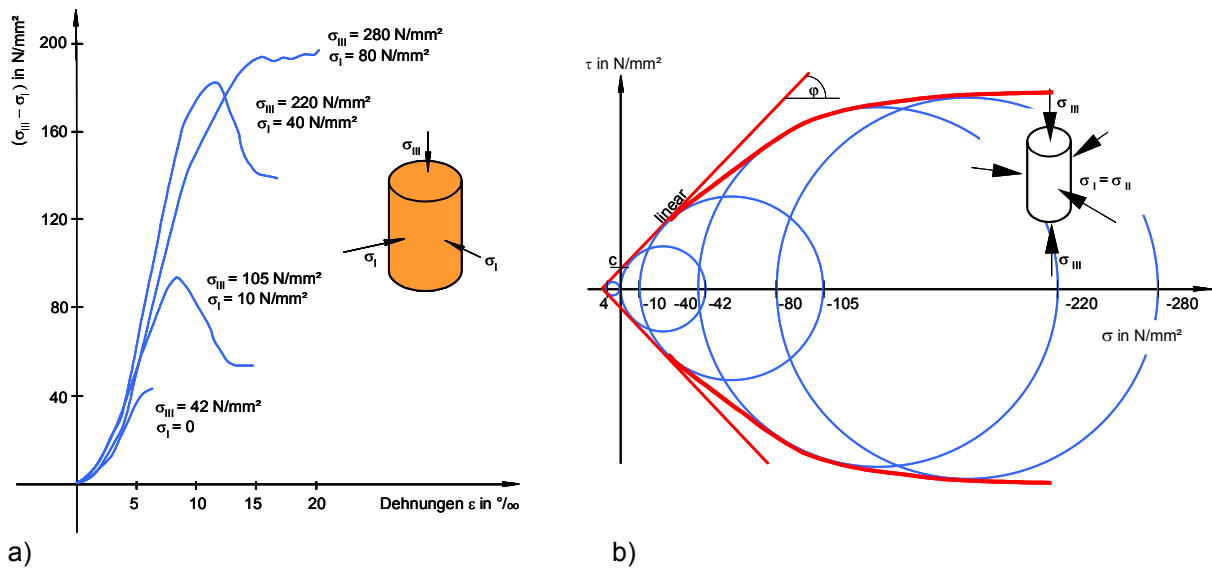


**Abb. 2-9: Verteilung der Stein-E-Moduli verschiedener Sandsteine über die Druckfestigkeit (Werte aus [42])**

Da die Verhältnisse der Festigkeiten des Sandsteins - selbst wenn dieser aus einem Bruch stammt - stark streuen, ist das wirklich verwendete Material zu prüfen. Die so ermittelten Kennwerte sind der Analyse zugrunde zu legen.

### **Mehraxiale Festigkeiten [42]**

Für Sandstein unter mehraxialer Beanspruchung finden sich in der Literatur nur wenige Versuchsergebnisse. Es waren lediglich Versuchskurven zu mehraxialer Druckbeanspruchung, nicht aber zur Druck-Zug-Zug-Beanspruchung, welche im Mauerwerksstein zum Versagen führen kann, verfügbar. Die Versuchskurven in Abb. 2-10 a) stammen aus dem Bericht [18]. Da bei dem mehraxialen Spannungszustand im Stein vereinfachend davon ausgegangen werden kann, dass die auftretenden Querspannungen gleich groß sind, lässt sich die Darstellung des Spannungszustandes in der Ebene abbilden und als Prüfkörper ein Zylinder wählen. Abb. 2-10 b) zeigt die Mohr'schen Spannungskreise im  $\tau$ - $\sigma$  Diagramm und die Bruchhüllende aller Spannungszustände für Postaer Sandstein. Es wird ersichtlich, dass das Versagen eines dreiaxial belasteten Prüfkörpers von den Hauptspannungswerten  $\sigma_{III}$  und  $\sigma_I$  abhängig ist.



**Abb. 2-10: a) Versuche unter mehraxialer Druckbeanspruchung für Posteaer Sandstein [18] und b) Bruchfläche von Posteaer Sandstein mit Mohr'schen Spannungskreisen zu a) [42]**

Dabei werden im dreiaxialen Druckspannungszustand ( $\sigma_I \neq 0$ ) weitaus größere Bruchspannungen erreicht als im einaxialen Druckspannungszustand ( $\sigma_I = 0$ ). Für die Bruchhülle aller Mohr'schen Spannungskreise wird eine lineare Begrenzung für den Druck-Zug-Zug-Bereich ersichtlich, welcher für das Versagen des Steins im Mauerwerk maßgeblich ist. Diese Gegebenheit begründet die Wahl des Bruchmodells nach Mohr-Coulomb für den Naturstein, welches in einem späteren Kapitel besprochen wird. Somit genügt die Bestimmung der einaxialen Druck- und Zugfestigkeit zur Festlegung der Bruchfigur im mehraxialen Spannungsraum.

## 2.2 Mörtel

### 2.2.1 Aufbau historischer Mörtel

In [19] sind umfangreiche Ergebnisse und Erkenntnisse von Untersuchungen an historischen Mörteln dargelegt. Danach wurden die historischen Mörtel meist mit Kalk oder Gips als Bindemittel hergestellt. Gehalte an hydraulischen Phasen sind in den verwendeten Bindemitteln nur selten festgestellt worden. Somit kamen in der Regel Luft- oder Wasserkalke zur Anwendung. Als Zuschlag sind häufig sogenannte ungewaschene Mauer sands mit deutlich gröberem Sieblinien (Größtkorn  $> 4\text{mm}$ ) als die moderneren Kalkzementmörtel eingesetzt worden. Im Vergleich zu modernen Mörteln weisen historische Mörtel einen weitaus größeren Bindemittelgehalt auf. Es ergaben sich Bindemittel/Zuschlag-Verhältnisse zwischen 1:3 und 1:2 in Masseteilen. Moderne Mörtel sind hingegen in der Regel "magerer". Bindemittel/Zuschlag-Verhältnisse zwischen 1:4 und 1:8 in Masseteilen sind typisch für heutige Mörtel.

## 2.2.2 Mechanische Eigenschaften von Mörtel unter einaxialer Belastung

Die Druckfestigkeiten  $\beta_{D,M\ddot{o}}$  der nach [19] untersuchten Mörtel lagen zwischen 0,3 und 8,0 N/mm<sup>2</sup>. Abb. 2-11 zeigt den Vergleich von Spannungs-Dehnungs-Linien eines historischen Kalkmörtels mit denen dreier Labormörtel bei vergleichbarem Mischungsverhältnis [20]. Auffallend sind das ausgeprägte Längsdehnungsvermögen von historischen Kalkmörteln nach dem Erreichen der Druckfestigkeit und der sehr flache Verlauf des abfallenden Astes der Spannungs-Dehnungs-Linie. Damit weisen historische Mörtel gegenüber den steiferen modernen Kalkzementmörteln eine vergleichsweise große Duktilität auf. Kalkmörtel können daher sehr gut Spannungsspitzen im Mauerwerk über ihr Verformungsverhalten abbauen. In dieser Arbeit wird der Mörtel deshalb mit einem elastisch-idealplastischen Materialverhalten idealisiert. Nach Schäfer/Hilsdorf [21] weisen Kalkmörtel bei einaxialer Beanspruchung E-Moduli von 500 bis 5000 N/mm<sup>2</sup> auf. Die Querdehnzahl kann nach Schäfer/Hilsdorf [20] bei hohen Spannungen im Bereich der Druckfestigkeit von Anfangswerten zwischen 0,1 und 0,2 auf Werte über 0,5 ansteigen. Solch große Werte können mit einer Auflockerung der inneren, heterogenen Mörtelstruktur kurz vor dem Bruch begründet werden.

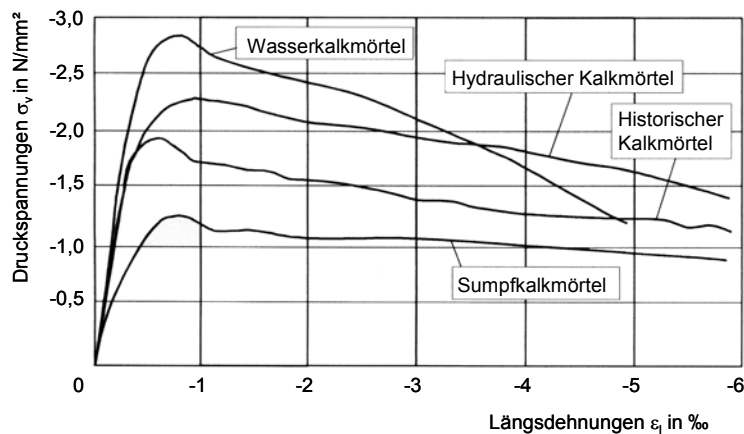


Abb. 2-11: Spannungs-Dehnungs-Linien von Kalkmörteln [20]

Im Gegensatz zum Sandstein gibt es bei Mörteln einen funktionalen Zusammenhang zwischen dem E-Modul und der Druckfestigkeit. Huster [22] hat für die von ihm zusammengestellten Mörtel der Mörtelgruppen I, II und III eine Potenzfunktion entsprechend (Gl. 2-5) als Regressionsansatz gewählt.

$$(Gl. 2-5) \quad E_{M\ddot{o}} = 2667 \cdot \beta_{D, M\ddot{o}}^{0,72}$$

Bierwirth [23] untersuchte Mörtel der Mörtelgruppe II und III und ermittelte die E-Moduli im Zusammenhang mit der Druckfestigkeitsprüfung an Proben aus Lagerfugen unter Belastungsbürsten. Die ermittelten E-Moduli liegen rund 1/3 unterhalb denen der Normprüfung. Er vermutet Zusammenhänge zwischen Steinsaugverhalten und Bindemitteltransport, kann diese Theorie aber nicht weiter verfolgen. Bierwirth ermittelte einen Regressionszusammenhang nach (Gl. 2-6).

$$(Gl. 2-6) \quad E_{M\ddot{o}} = 741 \cdot \beta_{D, M\ddot{o}}^{0,73}$$

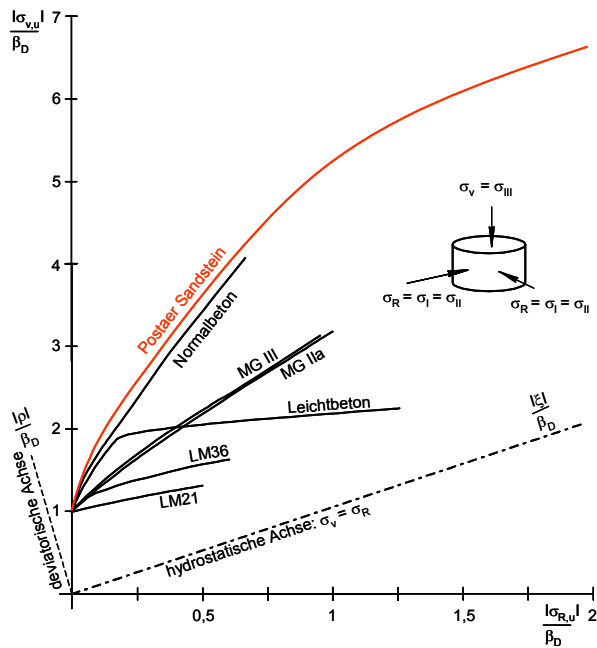
In dieser Arbeit kann nicht geklärt werden, welche Gleichung den realistischeren Wert für den E-Modul des Mörtels liefert. Daher wird die Herangehensweise von Huster übernommen und werden beide Gleichungen als obere und untere Schranken für Erwartungswerte aufgefasst.

### 2.2.3 Mechanische Eigenschaften von Mörtel unter mehraxialer Beanspruchung

#### Festigkeitseigenschaften

Umfangreiche Experimente von Bierwirth [23] lassen viele Rückschlüsse auf das Materialverhalten von Mörtel unter mehraxialer Beanspruchung zu. Von großer Bedeutung ist die Eigenschaft körniger Materialien, dass mit zunehmendem Umschnürungsdruck  $\sigma_u$  die Bruchspannung  $\sigma_{v,u}$  wesentlich zunimmt. Aus diesem Grund ist der Lagerfugenmörtel in der Lage, weit über der einaxialen Druckfestigkeit liegende Spannungen im Mauerwerk zu übertragen. Abb. 2-12 stellt die Zunahme der Festigkeiten in Abhängigkeit des hydrostatischen Spannungszustandes dar. Die Neigung der Bruchkurve von Normalmörtel gegenüber der hydrostatischen Achse ist deutlich erkennbar. Das Anwachsen der Bruchspannung im mehraxialen Druck-Druck-Druck-Spannungszustand trifft jedoch nicht auf Materialien mit Leichtzuschlägen zu, da diese unter zunehmendem Umschnürungsdruck zusammenbrechen. Die Festigkeitssteigerungen sind unter anderem für die Mörtelgruppen IIa und III dargestellt. Beide Mörtel zeigen ein sehr ähnliches Verhalten unter der aufgebrachten dreiaxialen Druckbelastung.

Nach Bierwirth ist der Zuwachs der Druckfestigkeit mit steigendem hydrostatischen Spannungszustand bei Mörteln mit geringer einaxialer Druckfestigkeit größer als bei Mörteln der gleichen Zusammensetzung, aber höherer einaxialer Druckfestigkeit. Sehr anschaulich wird diese Gegebenheit nach [23] bei der Vorstellung eines kohäsionslosen Sandes oder Kieses, der bei gleichzeitiger Wirkung eines hydrostatischen Umschnürungsdruckes eine große Festigkeitssteigerung erfährt, wohingegen er ohne Seitendruck keine einaxiale Belastung aufnehmen kann. Daher darf vermutet werden, dass ein Kalkmörtel, welcher der Mörtelgruppe I zugeordnet werden kann, unter zunehmendem hydrostatischen Druck eine noch größere Festigkeitssteigerung aufweist als Mörtel der Mörtelgruppe II oder III. Ein gesicherter Nachweis über den Einfluss der einaxialen Druckfestigkeit auf die Steigung der Bruchkurve blieb bisher jedoch aus.



**Abb. 2-12: Festigkeiten in Abhängigkeit vom hydrostatischen Spannungszustand [23]**

Die Bruchkurve von Normalbeton weist einen stärkeren Anstieg auf als die der Normalmörtel. Bierwirth sieht eine Hauptursache in der unterschiedlichen Struktur des Korngerüsts von Beton und Mörtel. So werden im Bereich sehr hoher hydrostatischer Spannungen die Druckspannungen unter fortschreitender Rissbildung und Zerstörung der Porenstruktur in der Bindemittelmatrix zunehmend vom Korngerüst des Zuschlages übertragen. Der gegenüber Beton höhere Bindemittelgehalt sowie die geringere Abstufung des Korndurchmessers im Mörtel sind kennzeichnend für die Unterschiede im Korngerüst beider Baustoffe.

Die leicht gekrümmten Bruchkurven der Normalmörtel können im Folgenden linearisiert werden. Für die Beschreibung seines mehraxialen Spannungszustandes ist dies eine wesentliche Feststellung, welche später bei der Wahl eines Bruchmodells für den Mörtel Berücksichtigung finden wird.



## E-Modul und Querdehnzahl in Abhängigkeit des Spannungszustandes

Elastische Eigenschaften des Mörtels zeigt Abb. 2-13 für den Elastizitätsmodul und die Querdehnzahl am Beispiel des Normalmörtels MG IIa. Die Unterschiede im Verlauf des Elastizitätsmoduls für verschiedene Spannungsverhältnisse sind sehr gering. Lediglich für die einachsige Belastung zeigt sich ein geringfügig steilerer Abfall des E-Moduls als für höhere Spannungsverhältnisse. Der Einfluss steigender Querdruckbelastung wird jedoch durch die Linien gleicher relativer Beanspruchung ( $\sigma_v/\sigma_{vu}$ ) sehr viel deutlicher. Dies betrifft insbesondere Beanspruchungsgrade  $\sigma_v/\sigma_{vu} > 0,7$ . Ab diesem Verhältnis nehmen die Vertikalstauchungen bei höherem Querdruck deutlich zu, womit die Werte des E-Moduls stark abfallen. Allerdings ist darauf hinzuweisen, dass Bierwirth bei den Versuchen mit dem Spannungsverhältnis  $\sigma_R/\sigma_v = 0,30$  oftmals keinen abfallenden Ast der Spannungs-Dehnungs-Linie erreichen konnte. Die entsprechenden Versuche wurden dann bei einer Vertikalstauchung von  $\min \varepsilon_v = -25\%$  abgebrochen und der erreichte Wert der Spannung wurde als Bruchspannung definiert.

Diese Ergebnisse und der Anstieg der Kurven für Mörtel gegenüber der hydrostatischen Achse in Abb. 2-12 lassen weitere Rückschlüsse auf ein geeignetes Bruchmodell für den Mörtel zu. Demnach ist eine Bruchhüllende geeignet, welche sich im Druck-Druck-Druck-Bereich für die in der Realität in der Lagerfuge herrschenden Druckspannungszustände nicht schließt und eine lineare Festigkeitssteigerung mit wachsendem hydrostatischem Druck zulässt. In Anbetracht des erläuterten Materialverhaltens von Mörtel unter mehraxialer Beanspruchung fiel die Wahl des Bruch- beziehungsweise Fließmodells auf das nach Drucker-Prager, welches später näher beschrieben wird.

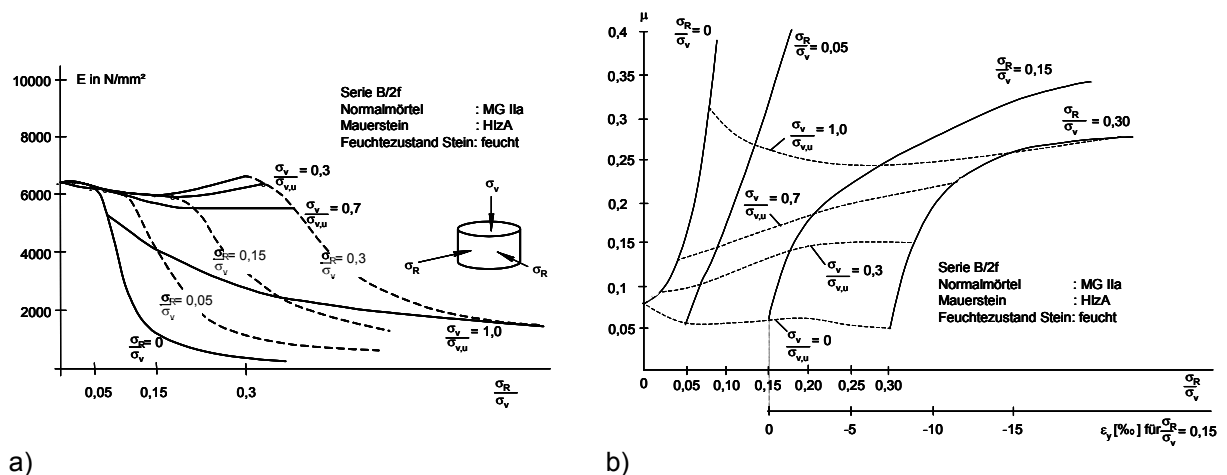


Abb. 2-13: a) E-Modul und b) Querdehnzahl des Normalmörtels MG IIa [23]

Wie aus Abb. 2-13 b) ersichtlich wird, verändert sich die Querdehnzahl in Abhängigkeit des Querdrucks und des Beanspruchungsgrads. Unter zunehmender Beanspruchung ist ein Anstieg der Querdehnung für alle Spannungsverhältnisse  $\sigma_R/\sigma_v$  zu verzeichnen. Bei schwacher Umschnürung setzt ein überproportionaler Zuwachs ab zirka 70 % der Bruchlast ein. Bei starker Umschnürung ist der Anstieg anfangs stärker und in Bruchnähe fast abgeklungen. Die Querdehnzahlen liegen bei geringen Belastungen nur bei etwa 0,06. Bei Höchstlast werden Werte von  $\mu = 0,27$  bis 0,31 gemessen.

## 2.3 Mauerwerksverbände

Die DIN 1053-1 unterscheidet sieben Natursteinmauerwerksverbände. Danach wird der Mauerwerksverband maßgebend durch die Steinbearbeitung sowie die Ausführungsqualität beeinflusst. So erfolgt bei der Einstufung nach DIN 1053-1 eine feste Zuordnung zwischen Verbandsart und Steinbearbeitung. Folgende Natursteinverbände werden unterschieden:

- Trockenmauerwerk
- Zyklopenmauerwerk
- Bruchsteinmauerwerk
- hammerrechtes Schichtenmauerwerk
- unregelmäßiges Schichtenmauerwerk
- regelmäßiges Schichtenmauerwerk
- Quadermauerwerk

Grad der Steinbearbeitung und Ausführungsqualität des Verbandes nehmen zu

Bruchsteinmauerwerk	
hammerrechtes Schichtenmauerwerk	
unregelmäßiges Schichtenmauerwerk	
regelmäßiges Schichtenmauerwerk	
Quadermauerwerk	

Abb. 2-14: Ausgewählte Verbandsarten [43]

Trockenmauerwerk ist ausschließlich für Schwergewichtsmauern zugelassen und darf demnach für auf Druck in Richtung der Schwereachse beanspruchte Bauteile nicht eingesetzt werden. Unterschiedliche Steingrößen und unebene Steinoberflächen können bei regellosen Verbänden zu einem Mörtelanteil im Mauerwerk bis zu zirka 30 Volumen-% führen [5].

Abb. 2-14 illustriert bis auf Zyklopen- und Trockenmauerwerk die genannten Verbandsarten. Spaltrauhe Hausteine werden überwiegend zur Erstellung von Schichtenverbänden eingesetzt. Hierbei entstehen je nach Gleichmäßigkeit der Steinabmessungen unregelmäßige (daher unterschiedliche Steinhöhen in einer Schicht) beziehungsweise regelmäßige Schichtenverbände. Unterschiedliche Steinhöhen in einer Schicht führen zu Steifigkeitsunterschieden im Mauerwerk, was unter entsprechender Belastung zu örtlichem Versagen führen kann. Der Mörtelanteil ist nach [5] bei Schichtenverbänden aus Haustein gegenüber regellosen Bruchsteinverbänden deutlich geringer und entspricht etwa den Verhältnissen bei künstlichem Mauerwerk. Die Fugendicke beträgt im Mittel zirka 1,5 cm, variiert jedoch infolge der spaltrauen Steinflanke.

Werksteine wurden überwiegend in regelmäßigem Schichtenmauerwerk sowie in Quadermauerwerk verarbeitet. Der Mörtelanteil ist bei Mauerwerk aus Werksteinen sehr gering. Diese zwei Verbandsarten sind bei Bogenbrücken am häufigsten anzutreffen. Die vorliegende Arbeit widmet sich den Bogen-tragwerken aus Quadermauerwerk.

## 2.4 Bemessung von Natursteinmauerwerk nach DIN 1053-1

Der Abschnitt 12 der DIN 1053-1 [43] behandelt Konstruktions- und Bemessungsregeln für neu zu errichtendes Natursteinmauerwerk. Aus Mangel an Alternativen werden diese als anerkannte Regeln der Technik für die Nachrechnung von bestehendem Natursteinmauerwerk herangezogen. Das Mauerwerk wird nach seiner Ausführung in die Güteklassen N1 (Bruchsteinmauerwerk) bis N4 (Quadermauerwerk) eingestuft. Die Einordnung erfolgt nach bestimmten Kriterien zur Steinform, Verband und Fugenausbildung. Anhaltswerte zur Klassifizierung bieten das Verhältnis von Fugenhöhe zu Steinlänge, die Neigung der Lagerfuge und der sogenannte Übertragungsfaktor. Dieser beschreibt das Verhältnis von Überlappungsflächen der übereinander liegenden Steine zum Wandquerschnitt im Grundriss. Am bestehenden Mauerwerk ist dieser praktisch nicht zu ermitteln. In Abhängigkeit von der Güteklasse, der Steifigkeit und der Mörtelgruppe ergeben sich nach Tab. 2-4 die Grundwerte der zulässigen Spannungen  $\sigma_0$ .

Die Steifigkeit  $\beta_{D,St}$  entspricht der charakteristischen Druckfestigkeit (5 %-Fraktil) von Natursteinen, geprüft nach DIN 52105 [24]. Für geringere Festigkeiten sieht die DIN 1053-1 Abminderungen des Grundwertes der zulässigen Spannung vor. Die  $\sigma_0$ -Werte aus Tab. 2-4 sind uneingeschränkt nur für Schlankheiten  $h/d < 10$  anwendbar. Bei Schlankheiten  $h/d > 10$  ist  $\sigma_0$  mit einem entsprechenden Faktor nach DIN 1053-1 abzumindern. Weitere Bestimmungen hinsichtlich der Berücksichtigung bestimmter Schlankheiten können [43] entnommen werden.

Güteklasse	Grundeinstufung	Fugenhöhe/ Steinlänge	Neigung der Lagerfuge	Übertragungs- faktor	charakteristische Steindruck- festigkeit	Grundwerte $\sigma_0$ [MN/m <sup>2</sup> ]			
						für Mörtelgruppe			
						MG I	MG II	MG IIa	MG III
		t/l	$\tan \alpha$	$\eta$	$\beta_{D,St}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\beta_{D,M0} < 2,5$	2,5...5,0	5...10	10...20
N1	Bruchstein- mauerwerk	$\leq 0,25$	$\leq 0,3$	$\geq 0,5$	$> 20$ $\geq 50$	0,2 0,3	0,5 0,6	0,8 0,9	1,2 1,4
N2	Hammerrechtes Schichten- mauerwerk	$\leq 0,2$	$\leq 0,15$	$\geq 0,65$	$\geq 20$ $\geq 50$	0,4 0,6	0,9 1,1	1,4 1,6	1,8 2,0
N3	Schichten- mauerwerk	$\leq 0,13$	$\leq 0,1$	$\geq 0,75$	$\geq 20$ $\geq 50$ $\geq 100$	0,5 0,7 1,0	1,5 2,0 2,5	2,0 2,5 3,0	2,5 3,5 4,0
N4	Quader- mauerwerk	$\leq 0,07$	$\leq 0,05$	$\geq 0,85$	$\geq 5$ $\geq 10$ $\geq 20$ $\geq 50$ $\geq 100$	0,4 0,6 1,2 2,0 3,0	0,7 1,0 2,0 3,5 4,5	0,8 1,2 2,5 4,0 5,5	1,0 1,5 3,0 5,0 7,0

Tab. 2-4: Grundwerte der zulässigen Spannungen für Natursteinmauerwerk mit Normalmörtel nach DIN 1053-1 [43]

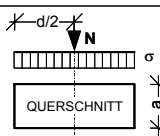
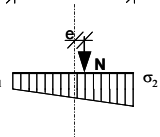
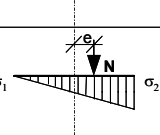
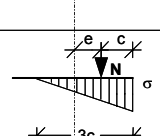
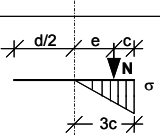
Belastungs- und Spannungsschema	Lage der resultierenden Kraft	Randspannungen
	$e = 0$ (N in der Mitte)	$\sigma = \frac{N}{a \cdot d}$
	$e < d/6$ (N innerhalb des Kerns)	$\sigma_1 = \frac{N}{a \cdot d} \cdot \left(1 - \frac{6 \cdot e}{d}\right)$ $\sigma_2 = \frac{N}{a \cdot d} \cdot \left(1 + \frac{6 \cdot e}{d}\right)$
	$e = d/6$ (N auf dem Kernrand)	$\sigma_1 = 0$ $\sigma_2 = \frac{2 \cdot N}{a \cdot d}$
	$d/6 < e < d/2$ (N außerhalb des Kerns)	$\sigma = \frac{2 \cdot N}{3 \cdot c \cdot a}$ $c = d/2 - e$
	$e = d/3$	$\sigma = \frac{4 \cdot N}{a \cdot d}$

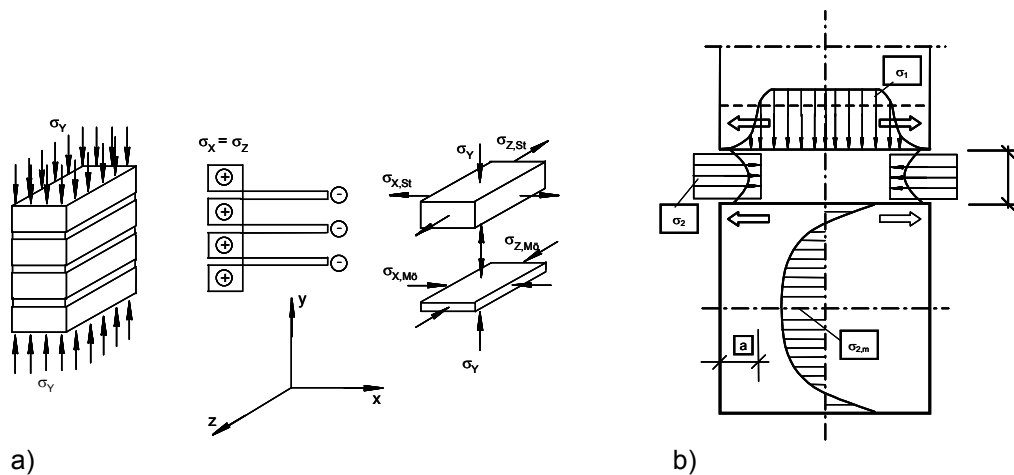
Abb. 2-15: Berechnen der Randspannungen unter exzentrischen Lasten [25]

Mit dem Grundwert der zulässigen Spannung steht dem Ingenieur die Anwendung des vereinfachten oder des genaueren Verfahrens für die Bemessung offen. Zugspannungen sind im Regelfall in Natursteinmauerwerk der Güteklassen N1 bis N3 unzulässig. Für Quadermauerwerk beträgt die maximal zulässige Zugspannung  $\sigma_z = 0,20 \text{ N/mm}^2$ . Für Schubspannungsnachweise steht das vereinfachte Verfahren mit  $\max \tau = 0,3 \text{ N/mm}^2$  zur Verfügung. Die Beanspruchbarkeit unter exzentrischer Lasteintragung kann nach dem üblichen Verfahren (Abb. 2-15) für überdrückten Querschnitt oder Querschnitt mit gerissener Zugzone ermittelt werden [25]. Die so berechneten Randspannungen sind dann mit den zulässigen Werten nach DIN 1053-1 zu vergleichen.

### **3 Tragverhalten von einschaligem Natursteinmauerwerk**

#### **3.1 Tragmechanismus von Mauerwerk unter einaxialer Druckbelastung**

Mauerwerk ist ein Verbundbaustoff, bestehend aus den Einzelkomponenten Stein und Mörtel. Diese unterscheiden sich einerseits in ihren Festigkeitseigenschaften und andererseits vor allem auch in ihren Verformungseigenschaften. In der Regel sind die einaxiale Druckfestigkeit und der Elastizitätsmodul des Mörtels wesentlich geringer als die des Steines. Die Verformungen des Mörtels sind unter einachsigem Druck bei Erreichen der einaxialen Druckfestigkeit deutlich größer als die des Steins, der sich bis nahe zum Bruch fast linear elastisch verhält. Ebenso sind die Querdehnungen des Mörtels sehr viel größer als die des Steins. Im Mauerwerk liegt ein Verbund zwischen Mörtel und Stein vor. Infolge dieses Verbundes beziehungsweise der Haftung zwischen Stein und Mörtel sowie dem unterschiedlichen Verformungsverhalten beider Materialien kommt es unter einachsiger Druckbeanspruchung zu einer Querdehnungsbehinderung des Mörtels. Dies wiederum führt zu einer Querbelastung in Stein und Mörtel. Der Mörtel wird als Folge der Querdehnungsbehinderung in einen Druck-Druck-Druck-Spannungszustand versetzt, während der Stein an seinen Grenzflächen zum Mörtel aus Gleichgewichtsgründen Zugspannungen erhält und sich so in einem Druck-Zug-Zug-Spannungszustand befindet. Abb. 3-1 a) verdeutlicht die Spannungszustände in Stein und Mörtel infolge der Querdehnungsbehinderung. Hilsdorf [26] nimmt an, dass die Spannungen über die Höhe von Stein und Mörtel konstant verlaufen.



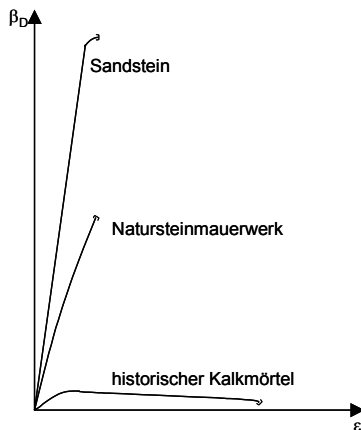
**Abb. 3-1: a) Stein- und Mörtelspannungen infolge einachsiger Druckbeanspruchung nach Hilsdorf [26] und b) Spannungen infolge Bildung einer Teilflächenpressung durch Ausbröckeln und Plastifizieren der Fugenrandbereiche nach Pöschel/Sabha [33]**

Wie im Abschnitt 4.2 aufgezeigt wird, nimmt die Festigkeit eines körnigen Materials im dreiaxialen Druckspannungszustand zu. Hingegen nimmt die Festigkeit unter Druck-Zug-Zug-Beanspruchung ab. Dies erklärt, weshalb die Mauerwerksfestigkeit über der einaxialen Mörteldruckfestigkeit liegt, aber kleiner als die einaxiale Steindruckfestigkeit ist.

Bei auf Druck belastetem Mauerwerk führt jedoch ein weiterer Einfluss zu Querbelastungen in Stein und Mörtel, wodurch die Spannungsverteilungen in Abb. 3-1 a) nur als vereinfacht anzusehen sind und näherungsweise lediglich für Mauerwerk mit sehr flachen Steinen zutreffen. Da die Querdehnung des Mörtels am Fugenrand kaum behindert wird, kann sich dort kein dreiaxialer Spannungszustand aufbauen. Dadurch ist in den Fugenrandbereichen keine solche Festigkeitssteigerung möglich wie im Fugeninnenbereich, welcher sich im besagten mehraxialen Druckspannungszustand befindet. Wird also die einaxiale Mörteldruckfestigkeit überschritten, so plastifiziert zuerst der Mörtel am Fugenrand und lagert die bei Laststeigerung hinzukommenden Spannungen auf innenliegende Fugenbereiche um. Mit zunehmender Belastung vergrößert sich der plastifizierte Bereich und verkleinert sich die in einem mehraxialen Druckspannungszustand befindliche Fugenfläche. Dabei hängt die Plastifizierungstiefe neben der Mörteldruckfestigkeit vor allem von der Fugendicke ab.

Unter einachsiger Druckbeanspruchung entzieht sich damit der Lagerfugenmörtel am Fugenrand durch Ausbröckeln und Plastifizierung dem Lastabtrag. So entsteht eine immer höher werdende Teilflächenpressung. Zu den von Hilsdorf beschriebenen Querkzugspannungen im Stein entstehen daher zusätzlich Spaltzugspannungen aus dieser Teilflächenpressung, die in Abhängigkeit von Fugendicke, Steinhöhe und -breite ausschlaggebend sein können. Abb. 3-1 b) zeigt die nach Pöschel/Sabha [33] wahrscheinliche Spannungsverteilung in Stein und Mörtelfuge nach dem Ausbröckeln und Plastifizieren der Fugenränder.

Der Unterschied in den Elastizitätsmoduli von Stein und Mörtel bewirkt ein unterschiedliches Dehnenverhalten beider Materialien. Während sich der Sandstein bis nahe zum Bruch weitestgehend linear-elastisch verhält, zeigt der Mörtel ein ausgesprochen duktileres Verhalten. Unter einachsiger Druckbeanspruchung liegt die Arbeitslinie des Mauerwerks zwischen denen von Stein und Mörtel. Dabei sind der Anstieg und der Verlauf unter anderem vom Verhältnis von Fugendicke zu Steindicke und der Steinhöhe abhängig. Abb. 3-2 zeigt exemplarisch qualitative Arbeitslinien von Sandstein, Kalkmörtel und Natursteinmauerwerk.



**Abb. 3-2: Qualitativer Verlauf von Spannungs-Dehnungs-Linien von Sandstein, historischem Kalkmörtel sowie Mauerwerk, bestehend aus beiden Komponenten unter einachsiger Beanspruchung**

## 3.2 Versagensarten von Natursteinmauerwerk

Hinsichtlich der Querschnittstragfähigkeit werden für das Versagen zwei Möglichkeiten unterschieden: Steinversagen und Gelenkbildung in der Lagerfuge.

### 3.2.1 Steinversagen

Weist ein Punkt im Stein eine Hauptspannungskombination bestehend aus Hauptdruck- und Hauptzugspannungen auf, deren Vektor auf die Bruchhüllende des mehrachsigen Bruchkriteriums trifft, so gilt die Festigkeit und damit die Bruchlast des Mauerwerks als erreicht. Berndt erläutert in [27] Ursachen des Versagens unter Druckbeanspruchung. Er verweist auf elastische sowie elastisch-plastische Finite-Elemente-Berechnungen (elastisch für den Stein, plastisch für den Mörtel) der Spannungs- und Verformungszustände von Mauerwerksstrukturen, bei welchen die größten Querzugspannungen im Stein nahe der Kontaktfläche zum Mörtel der Lagerfuge und insbesondere in den Eckbereichen der Steine entstehen. So erklärt er das Versagen von Prüfkörpern mit lotrecht verlaufenden Steinrissen und deren Beginn an der Kontaktfläche.

Derartige dicht an der Steinecke oder sehr nahe an der Steinoberfläche gelegene Risse sind in [27] jedoch nur bei sehr hoher Mörtelfestigkeit und bis zum Bruch geschlossenen Mörtelfugen festgestellt worden. Solche Riss- und Brucherscheinungen wurden bisher mit "Abscherbeln" des Steines bezeichnet. Sie können im wesentlichen anhand der Konzentration der größten Querkzugspannungen an den Eck- und Außenbereichen des Steins erklärt werden. Andere Autoren haben die Beobachtung gemacht, dass nach dem Wegbrechen der Steinseitenflächen die Last noch um einige Prozent gesteigert werden kann, bevor endgültiges Versagen beispielsweise durch Spaltzugbruch eintritt.

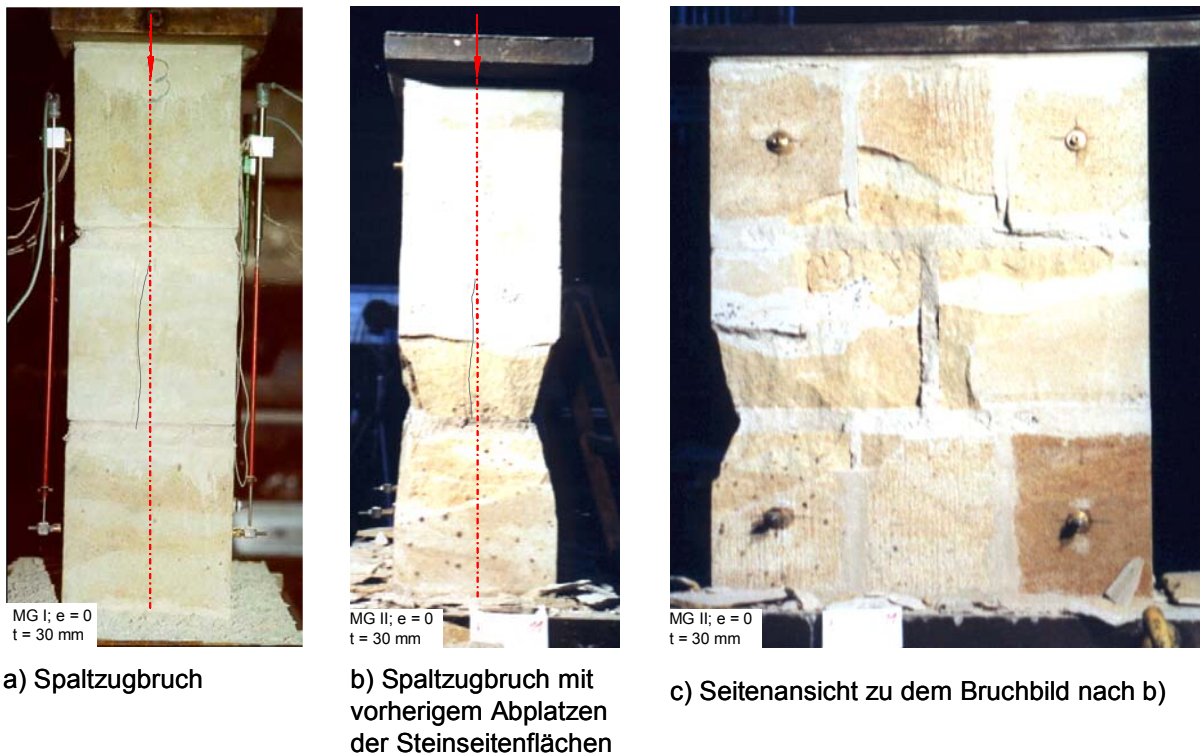
Die beschriebene Spannungskonzentration kann nur dann zustande kommen und zum Versagen führen, wenn ein sehr druck- und hafter Mörtel, der auch extreme Schubspannungen in diesen Randbereichen auf den Stein übertragen kann, Verwendung findet. Nach [27] können diese Anforderungen von Mörteln der Qualitäten MG I und MG II nicht erfüllt werden. Statt dessen zeigen Kalkmörtel schon weit vor den ersten Steinrissen eine Lockerung und ein Ausbröckeln der Fugenrandbereiche. Berndt beobachtete diesen Vorgang beim Erreichen des 2- bis 5-fachen Wertes der einaxialen Mörteldruckfestigkeit. Der Beginn der Plastifizierung, die einem Ausbröckeln vorangeht, wird nicht angegeben, da dies rein visuell nicht erfassbar ist. Die in dieser Arbeit vorgenommenen FE-Berechnungen zeigten den Plastifizierungsbeginn der Fugenränder ungefähr mit Erreichen der einaxialen Druckfestigkeit des Mörtels.

Durch den mehraxialen Spannungszustand in der Lagerfuge erfährt der Mörtel eine deutliche Verfestigung. Die in den Versuchen von Berndt verwendeten Mörtel mit minimalem Bindemittelanteil ließen sich nach den Druckversuchen und dem Auseinanderbau der Prüfkörper mit dem Spachtel als eine geschlossene und verfestigte Fugenschicht vom Stein abheben. Durch das seitliche und zunehmende Ausbröckeln der Fugen werden die Vertikalkräfte im Stein umgelenkt, was der Wirkung einer Teilflächenpressung entspricht. Wie bereits beschrieben, erhält auf diese Weise der Stein neben dem Querkzug aus Zwang infolge Querdehnungsbehinderung einen weiteren Zugspannungsanteil aus Teilflächenpressung. In Abhängigkeit von Fugen- und Steinhöhe beeinflussen beide querkzugspannungserzeugende Einflüsse die erreichbare Traglast unterschiedlich stark [50]. Im Folgenden werden charakteristische Versagensarten anhand von Bruchbildern aus einem Versuchsbericht von Pöschel [28] aufgezeigt. Pöschel ermittelte in Versuchen die Querschnittstragfähigkeit für Sandsteinquadermauerwerk bei einer Schlankheit von  $\lambda = h/d = 3$  (Verhältnis von Wanddicke zu Wandhöhe).

Bei zentrischer Belastung und dicken Fugen führt Spaltzugbruch nach Abb. 3-3 a) zum Querschnittversagen. Ist die Mörtelfestigkeit vergleichsweise hoch, platzt zunächst der Steinrand ab, wonach endgültiges Versagen durch einen Spaltzugbruch nach Abb. 3-3 b), c) eintritt. Im gezeigten Fall trat das vorangehende Abplatzen der Steinränder - entgegengesetzt den Beobachtungen aus [27] - auch unter Verwendung von Mörtel der Mörtelqualität MG II ein. Dies zeigt, dass nicht nur die Mörteldruck- und Haftscherfestigkeit einen Einfluss auf die Versagensart haben, sondern selbstverständlich auch die Steindruck- und -zugfestigkeit die Versagensart beziehungsweise das Bruchbild mitbestimmen. Babilon [29] führte Druckversuche an Prismen aus Beton und Gasbeton durch, wobei jeweils der gleiche Mörtel zur Anwendung kam.

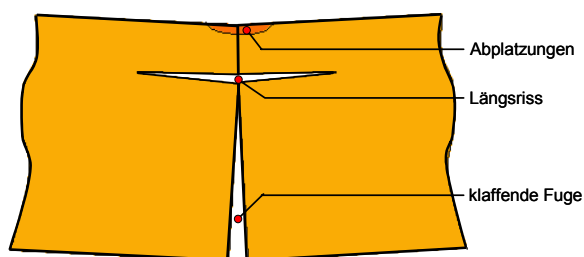


Dabei traten bei den Mauerprismen mit Betonsteinen fast ausschließlich Spaltzugrisse in Steinmitte auf. Hingegen wurde der Bruch bei den Mauerprismen mit Gasbetonsteinen fast immer durch Abplatzen der Steinseitenflächen eingeleitet.



**Abb. 3-3: Bruchbilder für druckbeanspruchtes Sandsteinmauerwerk [28]**

Bei großer Fugendicke und weichem Mörtel ist auch unter ausmittiger Belastung ein Spaltzugbruch (Abb. 3-5a) möglich. Jagfeld dokumentiert in [30] Verformungen und typische Schadensbilder an bestehenden Gewölbetragwerken. Dabei stellte er unter anderem Längsrisse nach Abb. 3-4 infolge großer Lastausmitte und damit einhergehendem Klaffen der Fuge sowie Abplatzungen fest. Es ist erkennbar, dass der Spaltzugbruch bei großen Lastausmitten seinen Ursprung an der Steinoberfläche im Bereich der Fuge hat.



**Abb. 3-4: Längsriss bei großer Lastausmitte [30]**

Unter ausmittiger Last kann für Mauerwerk mit festem Mörtel und mit Fugendicken von 15 mm auch ein Biegezugbruch auf der lastabgewandten Seite mit anschließendem schubartigen Bruch nach Abb. 3-5 b), c) zum Versagen führen.



a) Spaltzugbruch



b) Biegezugbruch mit folgendem schubartigen Bruch



c) Seitenansicht zu dem Bruchbild nach b)

Abb. 3-5: Bruchbilder für druckbeanspruchtes Sandsteinmauerwerk [28]



a) schubartiger Bruch

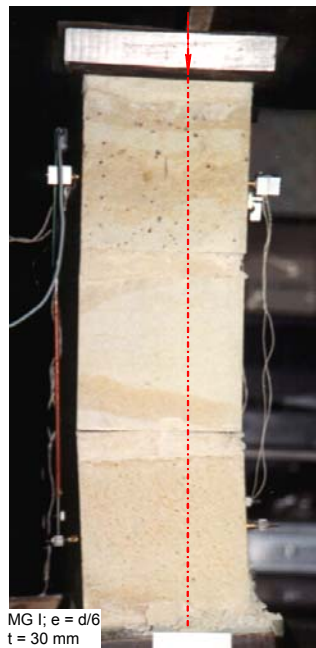
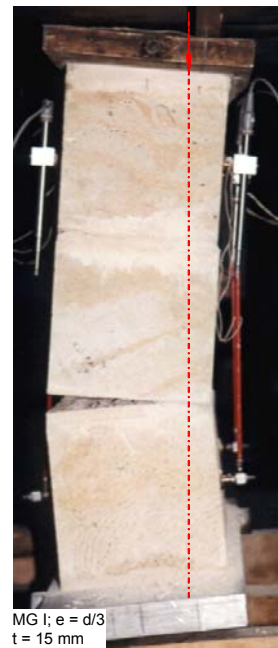
b) Gelenkbildung  
t = 30 mmc) Gelenkbildung  
t = 15 mm

Abb. 3-6: Bruchbilder für druckbeanspruchtes Sandsteinmauerwerk [28]

Der Biegezugbruch auf der lastabgewandten Seite kann, wie Abb. 3-5 c) zeigt, entweder durch den Stein oder durch die Fuge verlaufen. Bei ausmittiger Belastung von Sandsteinmauerwerk mit dünnen Fugen erreicht der Querschnitt die Bruchfestigkeit mit schubartigem Bruch (Abb. 3-6 a).

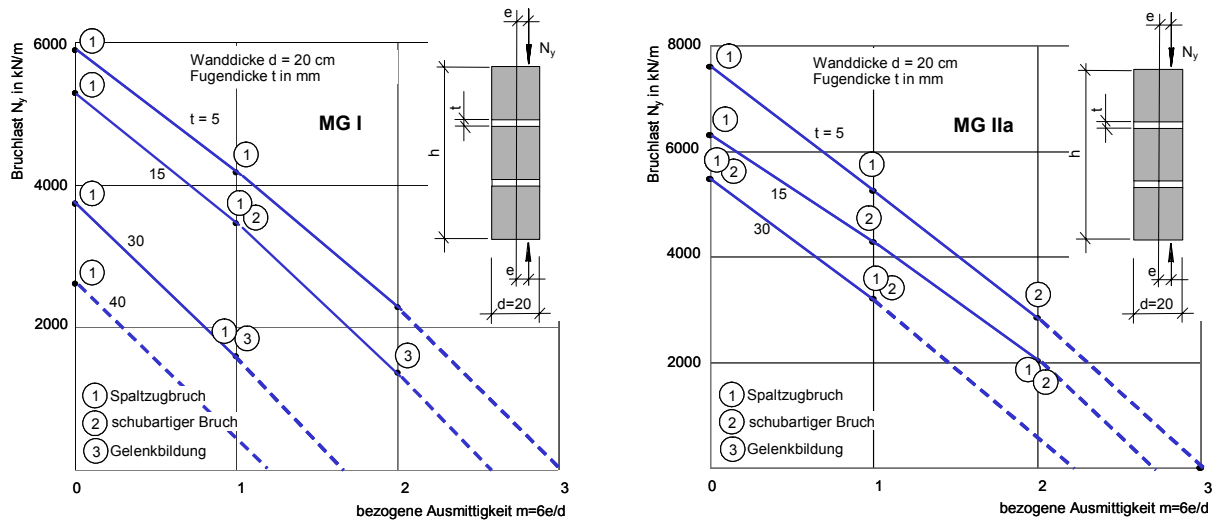
Nach Purtak [42] verhält sich Sandsteinmauerwerk mit minderfestem Mörtel, wie es dieser Arbeit zugrunde liegt, im Bruchmoment spröde. Damit sind Riss- und Bruchlast identisch.

### 3.2.2 Versagen infolge Gelenkbildung

Mauerwerk kann neben dem beschriebenen Steinversagen auch durch "Gelenkbildung" seine Tragfähigkeit erreichen. Zu dieser Gelenkbildung kommt es allerdings erst bei exzentrischem Lastangriff. Eine ausmittige Belastung des Mauerwerksquerschnittes führt beim Überschreiten der ersten Kernweite zu einem Aufklaffen der Fugen auf der lastabgewandten Querschnittseite. Damit einher geht eine zunehmende Plastifizierung und Einschnürung des überdrückten Mörtelbereiches auf der lastzugewandten Seite. Mit zunehmender Ausmitte der Belastung klafft die Fuge entsprechend weiter auf und die überdrückte Mörtelfläche wird - in Wandlängsrichtung betrachtet - immer schmaler.

Ab einer bestimmten Exzentrizität ist der restliche druckbelastete Fugenbereich derartig eingeschnürt, dass er in statischer Hinsicht einem Gelenk entspricht. Führt ein solches Gelenk zu einem kinematischen System der Mauerwerkswand, kann sich kein statisches Gleichgewicht mehr einstellen und es kommt zum Versagen. Bei welcher Ausmitte diese Versagensart zustande kommen kann, hängt von Geometrieparametern wie Steinabmaße und Fugendicke sowie von Stein- und Mörtelfestigkeiten ab. Abb. 3-6 b) und c) zeigen am Beispiel zweier Mauerwerksquerschnitte mit jeweils unterschiedlicher Fugendicke das Versagen infolge Gelenkbildung bei ausmittiger Belastung. Hierbei geht aus den Abbildungen hervor, dass der Querschnitt in Abb. 3-6 c) mit  $t = 15 \text{ mm}$  erst bei einer Ausmitte von  $e = d/3$  versagt, der Querschnitt mit  $t = 30 \text{ mm}$  jedoch schon bei  $e = d/6$  kein statisches Gleichgewicht mehr finden kann.

Abb. 3-7 zeigt die Querschnittstragfähigkeit des geprüften Quadermauerwerks mit der Dicke  $d = 20 \text{ cm}$  für Mörtelgruppe MG I und MG IIa in Abhängigkeit von Lastausmitte und Fugendicke. In den Diagrammen sind für die jeweiligen Ausmitten die Versagensarten dargestellt. Das Mauerwerk mit parallelen Fugen besitzt unter zentrischer Lasteinleitung trotz weichen Mörtels eine gegenüber der einachsigen Mörteldruckfestigkeit deutlich größere Tragfähigkeit. Dagegen "kippt" der Versuchskörper bereits infolge geringer Vorlast aus der Prüfmaschine, wenn bei einer Fugendicke von  $t = 40 \text{ mm}$  die exzentrische Last in der zweiten Kernweite  $e = d/3$  eingeleitet wird. Die gestrichelten, durch Extrapolation entstandenen Linien weisen darauf hin, dass die Lastausmittigkeit für den jeweiligen Fall experimentell nicht mehr prüfbar ist. Die nach EC 6 [31] für Mauerwerk aus künstlichen Steinen vorgenommene Annahme einer linearen Traglastminderung bis auf Null für eine theoretische Lasteinleitung am Querschnittsrand verliert demnach bei dickeren Fugen und weichem Mörtel ihre Gültigkeit.



**Abb. 3-7: Bruchlasten von Quadermauerwerk in Abhängigkeit von Lastausmitte und Fugendicke und Mörtelgruppe [48]**

Es wird anhand der Traglastkurven deutlich, dass mit weicherem Mörtel und dickeren Fugen ein Versagen infolge Gelenkbildung früher auftritt. Für die Mauerwerkskörper mit der Mörtelqualität MG IIa wurde bis zur zweiten Kernweite keine Gelenkbildung festgestellt.

## 4 Bruchmodelle

### 4.1 Analytische Bruchmodelle und Berechnung

Zur analytischen Berechnung von Mauerwerk wurden in der Vergangenheit zahlreiche Bruchmodelle aufgestellt, auf deren Eignung untersucht und entsprechende Berechnungsformeln abgeleitet. Die ermittelten Bruchmodelle und daraus abgeleiteten Formeln basieren mehrheitlich auf Grundlage praktischer Versuche an zentrisch beanspruchten Mauerwerkskörpern. So bilden aus den Experimenten abgeleitete Versagensmechanismen, wie Stein- und Mörtelversagen oder die Kombination beider, die Grundlage zur Berechnung der Bruchlast. Hierbei gehen in unterschiedlicher Weise elastische und plastische Materialeigenschaften von Stein und Mörtel in die Überlegungen mit ein. Die aufnehmbare Druckspannung von Mauerwerk liegt in der Regel oberhalb der einachsigen Mörteldruckfestigkeit und unterhalb der einachsigen Steindruckfestigkeit.

Beispielhaft werden im Folgenden die Bruchmodelle von Hilsdorf [26], Mann [32], Berndt [14, 27] und Pöschel/Sabha [33] kurz zusammengefasst.

#### 4.1.1 Bruchmodell von Hilsdorf [26]

Das Bruchmodell von Hilsdorf ist zur Beschreibung des Druckversagens von Mauerwerk aus künstlichen Steinen entwickelt worden. Er beobachtete bei praktischen Versuchen an Mauerwerkskörpern, dass der Bruch von Mauerwerk aus künstlichen Steinen durch das Überschreiten der Steinzugfestigkeit eintritt. Im Gegensatz zum ideal-elastischen Stein zeigt der Mörtel bereits bei niedriger Belastung ein elastisch-plastisches Verhalten, wobei große Querverformungen auftreten. Die Querverformung des Mörtels wird im Mauerwerk infolge des Querdehnungsunterschiedes und des Verbundes zwischen Stein und Mörtel behindert. Somit entsteht ein innerer Zwang, wodurch der Mörtel dreiachsig gedrückt und der Stein horizontal zweiachsig gezogen wird. Abb. 4-1 zeigt die beschriebene Spannungsverteilung sowie das Bruchkriterium nach Hilsdorf.

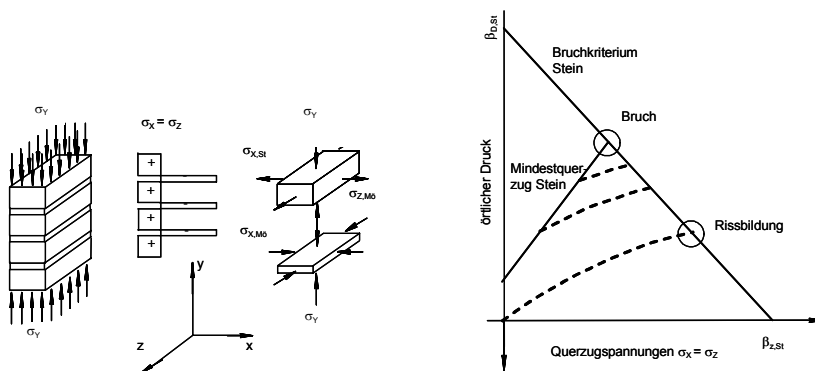


Abb. 4-1: Spannungsverteilung in Stein und Mörtel und Bruchkriterium nach Hilsdorf

Hilsdorf nimmt neben einer konstanten Vertikalspannung auf und im Stein auch gleichmäßig verteilte Querdehnungen in Stein und Mörtel und folglich auch gleichmäßig verteilte Horizontalspannungen in beiden Komponenten an. Ebenso setzt er einen unverschieblichen Verbund und damit gleiche Querdehnungen in Stein und Mörtel voraus. Da die Horizontalkräfte in jede Querspannungsrichtung im Gleichgewicht stehen, lassen sich hieraus die Querspannungen in Stein und Mörtel näherungsweise ermitteln.

$$(Gl. 4-1) \quad \sigma_{x,St} = \sigma_{z,St} = \frac{\mu_{St} - \frac{E_{St}}{E_{Mö}} \cdot \mu_{Mö}}{\frac{h_{St}}{t} \cdot \frac{E_{St}}{E_{Mö}} \cdot (1 - \mu_{Mö}) + (1 - \mu_{St})} \cdot \sigma_{y,St}$$

$$(Gl. 4-2) \quad \sigma_{x,Mö} = \sigma_{x,St} \cdot \frac{h_{St}}{t}$$

$$(Gl. 4-3) \quad \sigma_{z,Mö} = \sigma_{z,St} \cdot \frac{h_{St}}{t}$$

$$(Gl. 4-4) \quad \frac{E_{St}}{E_{Mö}} \cdot \mu_{Mö} \gg \mu_{St}$$

$$(Gl. 4-5) \quad \sigma_{x,St} = \sigma_{z,St} \approx -\frac{t}{h_{St}} \cdot \frac{\mu_{Mö}}{1 - \mu_{Mö}} \cdot \sigma_{y,St}$$

Wird die Bedingung nach (Gl. 4-4) erfüllt, so können die Horizontalspannungen im Stein auch nach (Gl. 4-5) ermittelt werden.

Zur Beschreibung des Bruchzustandes ist die Kenntnis der dreiaxialen Festigkeit (Druck-Zug-Zug) des Ziegels erforderlich. Ist die Querkzugbeanspruchung gleich groß, so kann statt einer Bruchfläche eine Bruchkurve (Abb. 4-1) zur Anwendung kommen. Der genaue Verlauf dieser Bruchkurve ist unbekannt. Hilsdorf nimmt vereinfachend die Bruchkurve als eine lineare Verbindung der einachsigen Druckfestigkeit mit der zweiachsigen Zugfestigkeit an. Der qualitative Verlauf der Spannungspfade des Steins ist ebenfalls in Abb. 4-1 abgebildet. Schneidet der Spannungspfad die Bruchkurve, so tritt der erste Riss im Stein auf. Damit ist jedoch noch nicht die Gesamttragfähigkeit erreicht.

Hilsdorf geht davon aus, dass die Querkzugspannungen im Rissbereich abnehmen und auf Nachbarbereiche umgelagert werden. Ist die Vertikalbelastung größer als die einachsige Mörteldruckfestigkeit, so muss zum Lastübertrag im Mörtel eine bestimmte Querdruckspannung aus Dehnungsbehinderung vorhanden sein. Diese steht mit einer zugehörigen Querkzugspannung im Stein im Gleichgewicht. In einer gewissen Entfernung vom Riss ist der Mörtel infolge Querdehnungsbehinderung wieder in der Lage, größere Vertikalspannungen zu übertragen. Somit kommt es nach dem ersten Riss zu einer erneuten Gleichgewichtsbildung. Bei weiterer Laststeigerung kommt es zu neuen Rissen und einem erneuten Abfall der Querkzugspannungen im Stein. Unter idealen Bedingungen wiederholt sich dieser Vorgang so lange, bis die Querkzugspannungen des Steins kleiner sind als die Spannungen, die erforderlich sind, um ein erneutes Gleichgewicht mit den Querdruckspannungen im Mörtel bilden zu können, und so der Bruch eintritt.

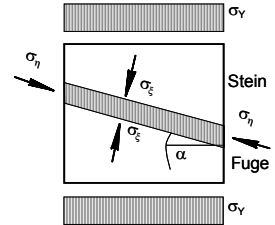
#### **4.1.2 Bruchmodell von Mann [32]**

Das Bruchmodell nach Mann, welches in DIN-1053-1 Eingang fand, basiert auf der Annahme, dass das Versagen des Mauerwerks durch das Druckversagen des Mörtels eintritt. Das von Mann entwickelte Bruchmodell gilt für Bruchsteinmauerwerk mit parallelen, zur Horizontalen mit dem Winkel  $\alpha$  geneigten Mörtelfugen. Die Zugfestigkeit von natürlichen Steinen ist gewöhnlich größer als die künstlicher Steine, während die Mörtelfugen bedingt durch die Unebenheit der Natursteine eine größere Dicke und damit geringere Tragfähigkeit aufweisen. Aus diesem Grund sieht Mann das Versagen in der Mörtelfuge als maßgebend an. Der im Mörtel herrschende Querdruck und die damit einhergehende Festigkeitssteigerung des Fugenmörtels gegenüber der einachsigen Festigkeit finden Berücksichtigung. Mann geht davon aus, dass das Verhältnis Querdruck zu Vertikalspannung hauptsächlich von der Geometrie beziehungsweise der Schlankheit der Fuge abhängt. Mit Hilfe der Bruchtheorie von Mohr entwickelte er eine Berechnungsformel, welche die Tragfähigkeitssteigerung des Fugenmörtels gegenüber der Mörteldruckfestigkeit, ermittelt an einem Würfel der Schlankheit  $h/d = 1$  und einem Formfaktor  $f$ , bestimmt. Dieser Formfaktor ist von der Schlankheit der Mörtelfuge sowie von deren Neigung gegen die Horizontale abhängig.

Zur Beschreibung des Mauerwerkverbands führt Mann zudem den Übertragungsfaktor  $\ddot{u}$  ein, der den Mauerwerksquerschnitt auf die oben und unten durch Steine begrenzte Fugenfläche reduziert. Die Druckfestigkeit des Mauerwerks ergibt sich damit nach (Gl. 4-6).

$$(Gl. 4-6) \quad \beta_{D,MW} = \beta_{D,M\ddot{o}} \cdot f \cdot \ddot{u}$$

$$\text{mit:} \quad f = \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{1 - \left(1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{t}{d_{St}}\right)^2 \cdot \cos^4 \alpha} \quad \text{und} \quad \ddot{u} = \frac{A_{St}}{A_{MW}}$$



#### 4.1.3 Bruchmodell von Berndt [14, 27]

Berndt entwickelte aufgrund experimentell ermittelter Bruchlasten einen Bemessungsvorschlag für zentrisch belastetes regelmäßiges und unregelmäßiges Schichtenmauerwerk. Als Bruchkriterium dient das Versagen des Natursteins auf Zug. Ausgehend von linear-elastischem Materialverhalten wird die horizontale Zugspannung im Stein infolge Querdehnungsbehinderung zwischen Mörtel und Stein betrachtet. Durch das Ausbrechen des Mörtels an den Fugenrändern entstehen Spaltzugspannungen und bilden so den zweiten Anteil an horizontalen Zugspannungen im Stein. Die Summe beider Spannungsanteile beschreibt einen linearen Spannungspfad für den Stein im Druck-Zug-Bereich nach (Gl. 4-7). Der Schnittpunkt dieses Spannungspfades mit der Bruchkurve des Steins ergibt die Druckfestigkeit des Mauerwerks entsprechend Abb. 4-2. Zur Ermittlung der unbekanntenen Bruchkurve des Steins wurden die in Versuchen bestimmten Bruchlasten in einem bezogenen Druck-Zug-Diagramm erstellt. Die Ausgleichsgerade nach (Gl. 4-8) ergibt dabei die Bruchkurve des Steins.

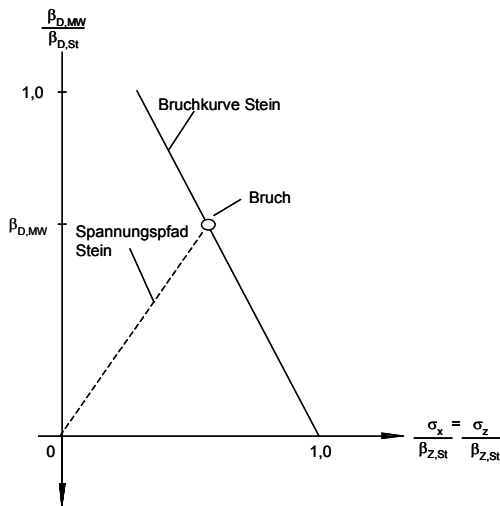
$$(Gl. 4-7) \quad \sigma_{x,St} = \sigma_{z,St} = \sigma_{y,St} \cdot \left[ \frac{t}{h'_{St}} \cdot \frac{\mu_{M\ddot{o}}}{1 - \mu_{M\ddot{o}}} + 0,3 \cdot \frac{d_{St}}{h_{St}} \cdot \left(1 - \frac{d_{St} - d'}{d_{St}}\right) \right]$$

$$(Gl. 4-8) \quad \sigma_{x,St} = \sigma_{z,St} = \beta_{Z,St} + 0,7 \cdot \sigma_{y,St} \cdot \frac{\beta_{Z,St}}{\beta_{D,St}}$$

$$(Gl. 4-9) \quad \beta_{D,MW} = \frac{\beta_{D,St}}{\left[ \frac{t}{h'_{St}} \cdot \frac{\mu_{M\ddot{o}}}{1 - \mu_{M\ddot{o}}} + 0,3 \cdot \frac{d_{St}}{h_{St}} \cdot \left(1 - \frac{d_{St} - d'}{d_{St}}\right) \right] \cdot \frac{\beta_{D,St}}{\beta_{Z,St}} + 0,7}$$

$$\text{mit:} \quad d' = t + \frac{t}{\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)} \quad \text{und} \quad h'_{St} = \min.(10\text{cm}; h_{St})$$

Für den Anteil aus Querdehnungsbehinderung wird die Steinhöhe nur bis zu einem Maß von  $h'_{St} \leq (10 \text{ cm}; h_{St})$  berücksichtigt. Zur Bestimmung des zweiten Anteils aus Teilflächenpressung muss die Ausbruchtiefe  $d'$  der Lagerfuge geschätzt werden. Die rechnerische Bruchlast des Mauerwerks kann nach (Gl. 4-9) bestimmt werden.



**Abb. 4-2: Bruchkriterium von Natursteinmauerwerk nach Berndt [14, 27]**

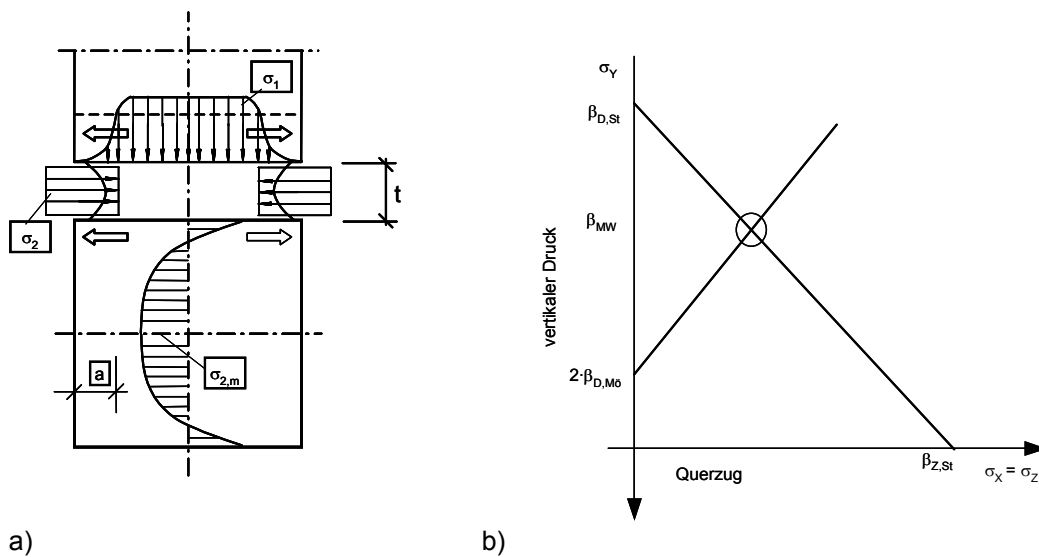
Im Unterschied zum Bruchmodell nach Hilsdorf wird die Mauerwerksdruckfestigkeit durch den Schnittpunkt des Spannungspfad mit der Bruchkurve gewonnen. Der Mörtel einfluss findet nur über die Querdehnzahl Berücksichtigung, die Mörtelfestigkeit geht in die Berechnungen nicht mit ein.

#### 4.1.4 Bruchmodell von Pöschel/Sabha [33]

Pöschel und Sabha entwickelten für Quadermauerwerk mit der Mörtelqualität MG I ein Berechnungsmodell, welches vom Zugversagen des Steins ausgeht. Nach dem Ausbröckeln der Lagerfugenränder bei mehr als zweifacher Mörteldruckfestigkeit entsteht im verbleibenden inneren Mörtelbereich ein hydrostatischer Spannungszustand, der als Teilflächenpressung auf die Lagerflächen der Steine drückt und neben vertikalen Druckspannungen auch horizontale Spaltzugspannungen im Stein erzeugt. Die Festigkeit des Mauerwerks gilt als erreicht, wenn der Vektor dieser Spannungen im Versagenspunkt auf die Bruchfläche im dreiaxialen Hauptspannungsraum trifft. Pöschel und Sabha definieren den Punkt mit den größten Hauptzugspannungen als Versagenspunkt. In Abb. 4-3 a) sind die Spannungszustände in Stein und Mörtel für den Grenzzustand der Tragfähigkeit qualitativ dargestellt. Der Spannungszustand im Stein wird zum einen durch Zugspannungen aus Zwang und zum anderen aus Spaltzugspannungen infolge Teilflächenpressung erzeugt. Während diese ihr Spannungsmaximum auf halber Steinhöhe haben, sind die Zugspannungen aus Querdehnungsbehinderung in Fugennähe am größten. Im Unterschied zum Bruchmodell nach Berndt werden diese beiden Spannungsanteile daher nicht überlagert. Die rechnerisch größten Zugspannungen finden sich in Steinmitte, so dass dieser Punkt als maßgebende Stelle für das Steinversagen gilt und nur die dort auftretenden Spannungen in Abhängigkeit von der Ausbröcklungstiefe  $a$  berechnet werden.



Für das Ausbröckeln der Lagerfugenränder setzen Pöschel und Sabha die zweifache Mörteldruckfestigkeit voraus.



**Abb. 4-3: a) Spannungszustände in Mörtel und Stein im Grenzzustand der Tragfähigkeit und b) Bruchkriterium zur Ermittlung der Mauerwerkstragfähigkeit nach Sabha**

Abb. 4-3 b) zeigt das Bruchkriterium im Druck-Zug-Bereich, welches unter Annahme gleicher Querzugspannungen in beide Richtungen als Bruchkurve dargestellt ist. Der Spannungspfad beschreibt die Querzugspannungen im Stein im Laufe der Laststeigerung. Die Bruchkurve erhält man in Ermangelung mehraxialer Festigkeitsuntersuchungen von Elbsandstein durch die lineare Verbindung der einaxialen Steindruck- und -zugfestigkeit. Der Spannungspfad wird durch die Vertikalspannung nach (Gl. 4-10) und durch die Horizontalspannungen nach (Gl. 4-11) beschrieben. Die Bruchkurve ergibt sich nach (Gl. 4-12).

$$\text{(Gl. 4-10)} \quad \sigma_{y,\text{St}} = \left(1 + 2,32 \cdot \frac{a}{d_{\text{St}}}\right) \cdot \left(\frac{N}{d_{\text{St}}} - 2 \cdot \beta_{D,\text{Mö}}\right) + 2 \cdot \beta_{D,\text{Mö}}$$

$$\text{(Gl. 4-11)} \quad \sigma_{x,\text{St}} = \sigma_{z,\text{St}} = 1,6 \cdot \frac{a}{d_{\text{St}}} \cdot \left(\frac{N}{d_{\text{St}}} - 2 \cdot \beta_{D,\text{Mö}}\right)$$

$$\text{(Gl. 4-12)} \quad \sigma_x = \sigma_z = \frac{\beta_{Z,\text{St}}}{\beta_{D,\text{St}}} \cdot \sigma_y + \beta_{Z,\text{St}}$$

Mit der Beziehung  $a \approx t$  lässt sich die Mauerwerksfestigkeit mittels (Gl. 4-13) bestimmen.

$$(Gl. 4-13) \quad \beta_{D,MW} = \frac{2 \cdot \frac{t}{d_{St}} \cdot \beta_{D,M\ddot{o}} \cdot \left( 2,32 \cdot \frac{\beta_{Z,St}}{\beta_{D,St}} + 1,6 \right) + \beta_{Z,St}}{\frac{t}{d_{St}} \cdot \left( 2,32 \cdot \frac{\beta_{Z,St}}{\beta_{D,St}} + 1,6 \right) + \frac{\beta_{Z,St}}{\beta_{D,St}}}$$

Wie eingangs erwähnt, wurde das erläuterte Modell für Quadermauerwerk entwickelt. Zur Übertragung dieses Modells auf Natursteinmauerwerk mit flacheren Steinen untersuchten Sabha und Weigert [50] den Einflussparameter Steinhöhe und dessen Verhältnis zur Steindicke bezüglich des Tragverhaltens der Kombination Stein und Mörtel. Das in [33] untersuchte historische Quadermauerwerk ist durch geringe Mörteldruckfestigkeiten  $\beta_{D,M\ddot{o}} = 0,5$  bis  $1,0$  N/mm<sup>2</sup> und geringe Verhältnisse der Lagerfugendicke  $t/d_{St} < 0,2$  gekennzeichnet. Der Einfluss unterschiedlicher Querdehnung zwischen Stein und Mörtel wird hier vernachlässigt, da die resultierenden Querkzugspannungen an der Stelle der maximalen Zugspannungen in Steinmitte verschwindend gering sind. Spaltzugspannungen aus der beschriebenen Teilflächenpressung führen bei Quadermauerwerk zum Steinversagen.

Bei flacheren Steinen und dickeren Fugen haben die Mörteldruckfestigkeit und die Querkzugspannungen aus Querdehnungsbehinderung zunehmend Einfluss auf die Tragfähigkeit des Mauerwerks. Sabha und Weigert untersuchten daher die Auswirkungen von Teilflächenpressung und unterschiedlicher Mörteldicke auf die Spannungszustände im Stein in Abhängigkeit des Verhältnisses von Steinhöhe zu Steindicke. Dabei fanden sie heraus, dass nicht nur die Höhe der maximalen Querkzugspannung und die Stelle für deren Auftreten im Stein sich für verschiedene Verhältnisse  $h_{St}/b_{St}$  unterscheiden, sondern auch die jeweils maßgebende Ursache (Zwang und/oder Teilflächenpressung) differiert.

Zur Berücksichtigung des unterschiedlichen Tragverhaltens flacher Steine wird eine Näherung vorgeschlagen, indem (Gl. 4-13) durch einen Faktor zur Berücksichtigung des Einflusses der Steinhöhe entsprechend (Gl. 4-14) verallgemeinert wird.

$$(Gl. 4-14) \quad \beta_{D,MW} = \frac{2 \cdot \frac{t}{d_{St}} \cdot \beta_{D,M\ddot{o}} \cdot \left( 2,32 \cdot \frac{\beta_{Z,St}}{\beta_{D,St}} + 1,6 \cdot \alpha \right) + \beta_{Z,St}}{\frac{t}{d_{St}} \cdot \left( 2,32 \cdot \frac{\beta_{Z,St}}{\beta_{D,St}} + 1,6 \cdot \alpha \right) + \frac{\beta_{Z,St}}{\beta_{D,St}}}$$

mit:  $\alpha = \sqrt{\frac{d_{St}}{h_{St}}}$

## 4.2 Bruchmodelle für die numerische Berechnung

Bereits in Abschnitt 3 wurde bei der Erläuterung des Tragverhaltens von Mauerwerk auf die Spannungszustände im Mauerwerk eingegangen. So besteht im inhomogenen Mauerwerk ein mehraxialer Spannungszustand in Stein und Mörtel. Ein wesentlicher Unterschied zu homogenem Material zeigt sich insbesondere darin, dass infolge des Mörtelausbruches am Lagerfugenrand die Spannungstrajektorien aus der Druckbelastung abgelenkt werden, wodurch Spaltzugspannungen im Stein entstehen. Ebenso resultieren aus den Querdehnungsunterschieden in Stein und Mörtel Querzugspannungen im Stein und Querdruckspannungen im Mörtel. Werden neben den Spannungen in Richtung der Wanddicke auch die in Richtung der Wandlänge berücksichtigt, so befinden sich Stein und Mörtel im dreiaxialen Spannungszustand. Hierbei steht der Mörtel unter Druck-Druck-Druck-Spannungen und der Stein unter Druck-Zug-Zug-Spannungen. Abb. 4-1 zeigt eine vereinfachte Darstellung der Spannungszustände nach Hilsdorf.

Die Ergebnisse von Kupfer [34] werden oft zur Beurteilung der zwei axialen Betonfestigkeit herangezogen. Beton, Sandstein und Mörtel unterscheiden sich in ihren unterschiedlichen Zuschlägen, welche sich wiederum in ihren Durchmessern unterscheiden. Gemeinsam ist diesen Baustoffen hingegen, dass deren Zuschläge deutlich steifer und fester sind als ihre umgebende Bindemittelmatrix. Daher lassen sich die Versagensmechanismen des Betons prinzipiell und qualitativ auf alle anderen mineralischen Baustoffe übertragen. Abb. 4-4 zeigt ein aus Versuchen gewonnenes Spannungs-Dehnungs-Diagramm für Beton unter zwei axialer Druckbelastung und die zwei axiale Betonfestigkeit nach Kupfer.

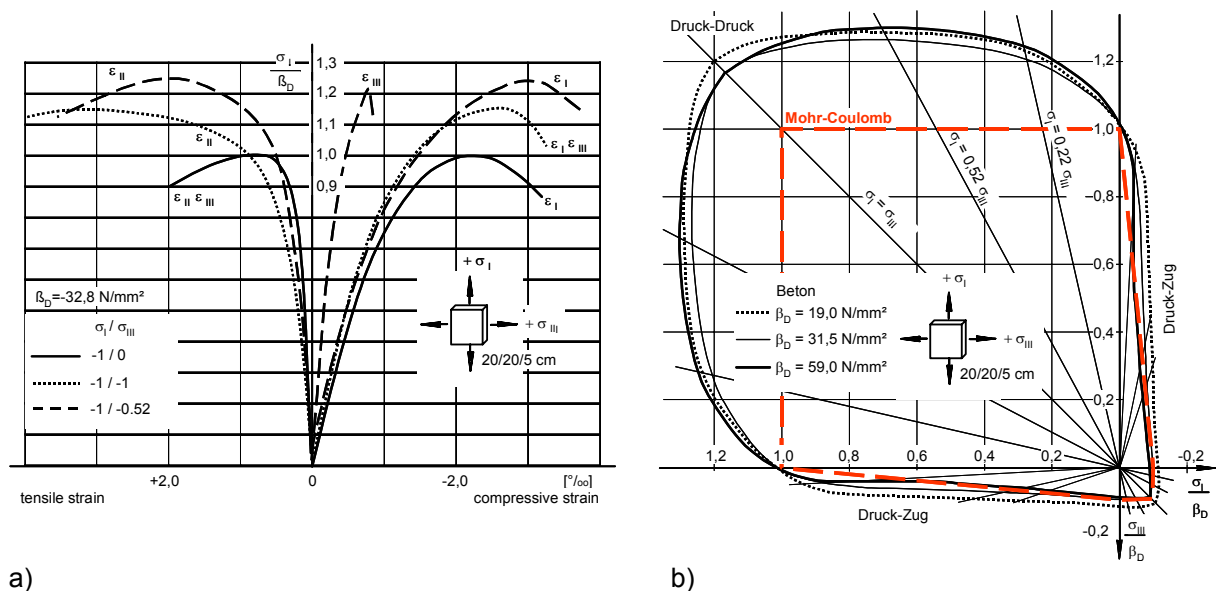
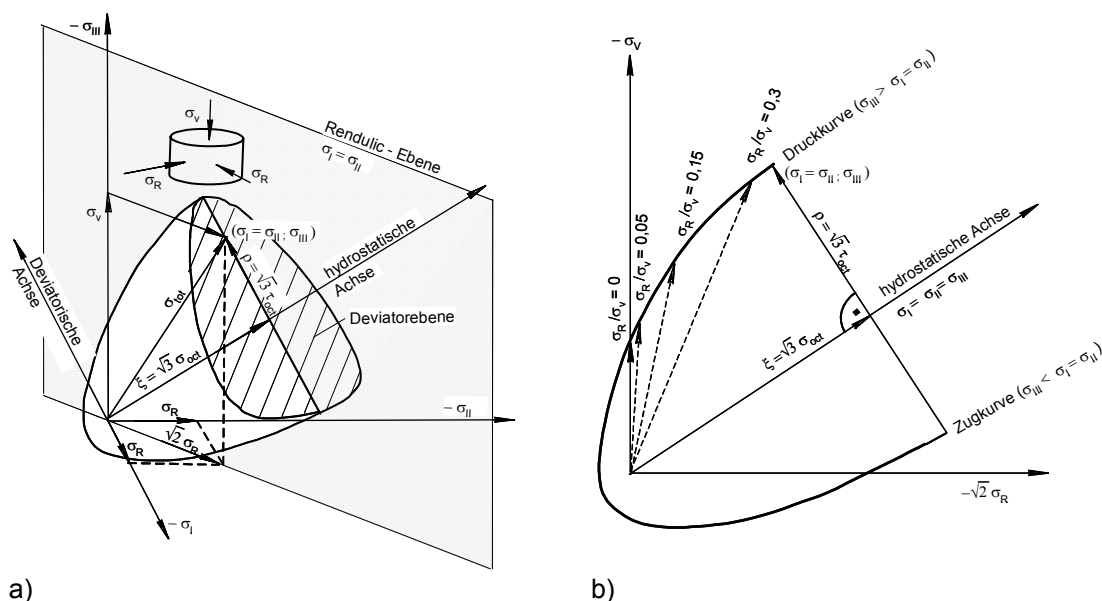


Abb. 4-4: a) Normiertes Druckspannungs-Dehnungs-Diagramm für Beton im Druck-Druck-Bereich und b) Bruchhüllende nach Kupfer für zwei axial belasteten Beton [34]

Trifft eine Spannungscombination auf die Bruchhüllende, so tritt Materialversagen ein. Im Druck-Druck-Quadranten ist zu erkennen, dass unter jeder beliebigen zulässigen Spannungscombination jede einzelne Hauptdruckspannung größer ist als die einaxiale Druckfestigkeit, bevor es zum Bruch kommt.

Steht also der Beton unter zweiaxialem Druck, so nimmt seine Festigkeit bis zu 25 % zu. Dies verdeutlicht die festigkeitssteigernde Wirkung eines Druck-Druck-Spannungszustandes. Wird der Beton hingegen gleichzeitig von Zug- und Druckspannungen beansprucht, so ergibt sich nach der Bruchhüllenden von Kupfer eine Abminderung der aufnehmbaren Druckspannungen. Im Zug-Zug-Bereich tritt keine nennenswerte Beeinflussung der aufnehmbaren Spannungen auf. Bei der Betrachtung des abgebildeten normierten Druckspannungs-Dehnungs-Diagramms fällt auf, dass für das Verhältnis  $\sigma_I/\sigma_{III} = 1,0$  die Dehnungen  $\varepsilon_{II}$  in Richtung der unbelasteten Achse, also normal zur Scheibenebene, vor dem Versagen viel stärker ansteigen als die Stauchungen  $\varepsilon_I$  und  $\varepsilon_{III}$  in der Scheibenebene. Dies führt zu einer Vergrößerung des Volumens und ist auf eine verstärkte Mikrorissbildung und die Ausbildung von Bruchflächen im Bruchkörper zurückzuführen. Wird dieses rapide Ansteigen der Dehnungen normal zur gedrückten Scheibenebene beziehungsweise die Volumenvergrößerung durch eine Druckspannung in der dritten Richtung verhindert, so lässt sich die Festigkeit mineralischer Materialien auf ein Mehrfaches der einaxialen Druckfestigkeit steigern. Die Festigkeit körniger Materialien ist also abhängig vom herrschenden mehraxialen Spannungszustand. Denkt man sich einen mit trockenem kohäsionslosen Sand gefüllten Stahleimer, dessen gesamte Sandoberfläche von einem Druckstempel belastet wird, so trägt der Sand infolge der allseitigen Umschnürung durch den Eimer so lange die Laststeigerung, bis der Mantel des Eimers auf Zug versagt. Ein aufgeschütteter Sand ohne Umschnürung fließt dagegen schon unter geringer Last seitlich am Druckstempel vorbei [23, 42].

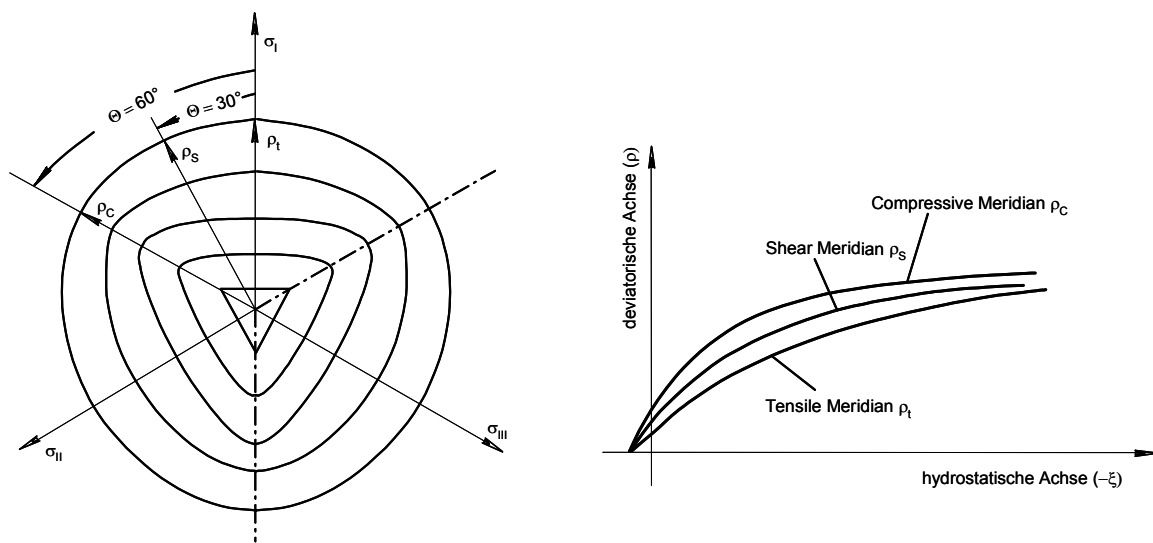
Führt man Versuche unter verschiedenen dreiaxialen Spannungs-kombinationen durch, so ermöglicht eine ausreichende Anzahl solcher Versuche das Aufspannen einer Bruch- beziehungsweise Fließfläche im dreidimensionalen Hauptspannungsraum. Außerhalb dieser Fläche existiert kein Spannungszustand. Berührt daher der Vektor einer Hauptspannungskombination die Fläche, so versagt das Material oder es beginnt zu fließen. Abb. 4-5 a) zeigt eine schematische Darstellung der Bruchhüllenden im dreidimensionalen Hauptspannungsraum.



**Abb. 4-5:** a) Allgemeine Darstellung möglicher Spannungszustände im dreidimensionalen Hauptspannungsraum und b) Schnitt bei  $\sigma_I = \sigma_{II}$  (Rendulic-Ebene) [23]

Zum besseren Verständnis ist in Abb. 4-5 b) der qualitative Verlauf der Bruchkurven in der Rendulic-Ebene bei  $\sigma_1 = \sigma_{II}$  dargestellt. Im Falle eines gleichen Umschnürungsdruckes mit  $\sigma_1 = \sigma_{II} = \sigma_r$  liegen bei einer Druckspannung  $\sigma_{III} = \sigma_v$  alle versuchstechnisch möglichen Spannungscombinationen  $|\sigma_v|, |\sigma_r|$  im Koordinatensystem der Hauptspannungen auf der Rendulic-Ebene.

In der Vergangenheit waren verschiedene Autoren bemüht, eine geeignete mathematische Beschreibung der Bruch- oder Fließfläche als Einhüllende der Versuchsergebnisse zu entwickeln. So wurden diesbezügliche Anstrengungen besonders für den Beton unternommen, da für diesen die größte Anzahl von Versuchsergebnissen bei mehraxialer Beanspruchung zur Verfügung stand. Leider fehlen für Sandstein vergleichbare Versuche.



**Abb. 4-6: Schnitt durch die räumliche Figur in den Deviatorebenen und Darstellung der Meridiane [35]**

Abb. 4-6 zeigt in allgemeiner Form die Bruchhülle aus Blickrichtung der hydrostatischen Achse und dazugehörige Meridiane. Schnitte durch Deviatorebenen sind als "Höhenlinien" gekennzeichnet. Die Bruchhülle ist konvex und die Meridiane sind gekrümmt. Die deviatorischen Querschnitte in Ebenen normal zur hydrostatischen Achse weisen für kleine hydrostatische Drücke einen annähernd dreieckigen Umriss auf. Mit zunehmendem hydrostatischen Druck werden die deviatorischen Querschnitte größer und der Kreisform ähnlicher. Die Meridianschnitte der Bruchhüllenden entfernen sich für große hydrostatische Drücke immer weiter von der hydrostatischen Achse.

Zur geometrischen Beschreibung der Bruchhüllenden für allgemeine dreiaxiale Spannungszustände wird häufig auf die Koordinatensysteme der Hauptspannungen, der Oktaederspannungen oder der Spannungsinvarianten zurückgegriffen. Das Koordinatensystem der Hauptspannungen ist durch die drei Achsen, welche die Hauptspannungen darstellen, gekennzeichnet.

Der Hauptspannungsvektor lautet somit:

$$(Gl. 4-15) \quad \sigma = \begin{bmatrix} \sigma_I \\ \sigma_{II} \\ \sigma_{III} \end{bmatrix}$$

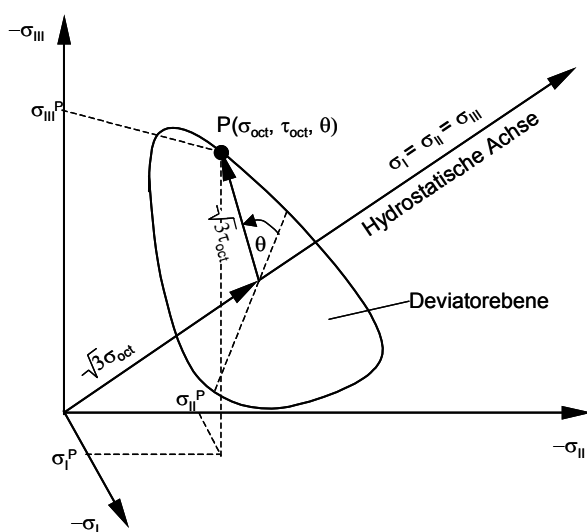
Das Koordinatensystem der Oktaederspannungen eignet sich besonders für die Beschreibung von Grenzflächen. Der Spannungszustand wird dabei in einen Wert entlang der hydrostatischen Achse und in einen deviatorischen Spannungsanteil als Vektor in der Deviatorebene, die senkrecht zur hydrostatischen Achse (Äquisektrix) steht, zerlegt. Der Anteil des Spannungsvektors auf der hydrostatischen Achse wird Oktaederspannung genannt. Diese berechnet sich wie folgt aus den Hauptspannungskordinaten:

$$(Gl. 4-16) \quad \sigma_{oct} = \frac{1}{3} \cdot (\sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III})$$

Der normal zur Äquisektrix stehende Spannungsanteil wird als Oktaederschubspannung bezeichnet und kann über (Gl. 4-17) ermittelt werden.

$$(Gl. 4-17) \quad \tau_{oct} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2}$$

Hydrostatische Spannungen sind dabei ausschließlich das Körpervolumen verändernde Spannungen. Deviatorische Spannungen beziehungsweise Oktaederschubspannungen erzeugen dagegen räumliche Verzerrungen des Körpers, sind also gestaltändernde Spannungen.



Betrachtet man die Oktaederwerte als Vektoren in einem durch die Hauptspannungsrichtungen aufgespannten kartesischen Koordinatensystem, so ist als dritte Komponente zur Beschreibung des Spannungszustandes eines Punktes  $P(\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III})$  der Winkel  $\theta$  erforderlich. Denn während die Richtung des hydrostatischen Spannungsanteiles durch die Raumdiagonale  $(\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III})$  festliegt, ist die Richtung des deviatorischen Spannungsanteils allein durch die Bedingung der Orthogonalität nicht eindeutig bestimmt.

Abb. 4-7: Spannungsvektoren im Raum [23]

Die Richtung von  $\tau_{\text{oct}}$  muss daher in der Deviatorebene noch durch den Winkel  $\theta$  angegeben werden. Dieser liegt entsprechend Abb. 4-7 zwischen der in der Deviatorebene projizierten positiven Richtung der Hauptspannung  $\sigma_1$  und  $\tau_{\text{oct}}$  [23]. Der Spannungsvektor ergibt sich damit folgendermaßen:

$$(Gl. 4-18) \quad P = \begin{bmatrix} \sigma_0 \\ \tau_{\text{oct}} \\ \theta \end{bmatrix}$$

Für die Herleitung der hier dargestellten Formeln und den Vergleich verschiedener Bruchmodelle wird auf [36] verwiesen. Dort wird auch auf die Beschreibung der Bruchumhüllenden mittels Spannungsinvarianten näher eingegangen. Für das Verhalten von Beton unter mehraxialer Beanspruchung liegt bereits eine Vielzahl von Versuchsergebnissen und mathematischen Modellen vor. Für Naturstein und Kalkmörtel ist dies jedoch nicht der Fall. Beim Naturstein sind im Gegensatz zum Beton häufig nur die beiden Parameter der einaxialen Druck- und Zugfestigkeit bekannt, wobei die einaxiale Zugfestigkeit in der Regel aus der Biegezug- oder aus der Spaltzugfestigkeit gewonnen wird. Daher muss ein Zwei-Parameter-Modell gewählt werden. Die in dieser Arbeit vorgenommenen Untersuchungen zum Bruchverhalten von Natursteinmauerwerk basieren auf den zweiparametrischen Modellen nach Mohr-Coulomb für den Stein und Drucker-Prager für den Mörtel. Beide Bruchmodelle werden im Folgenden vorgestellt.

#### 4.2.1 Bruchmodell nach Mohr-Coulomb [37]

Zur Auswertung des Bruchkriteriums vom Sandstein wurde das Mohr-Coulomb'sche Bruchmodell in das Programmsystem Ansys implementiert [48], da es in der aktuellen Programmversion nicht verfügbar ist. Abb. 4-8 zeigt die Meridiane, einen Schnitt in der Deviatorebene sowie einen Schnitt im ebenen Spannungszustand bei  $\sigma_{III} = 0$ .

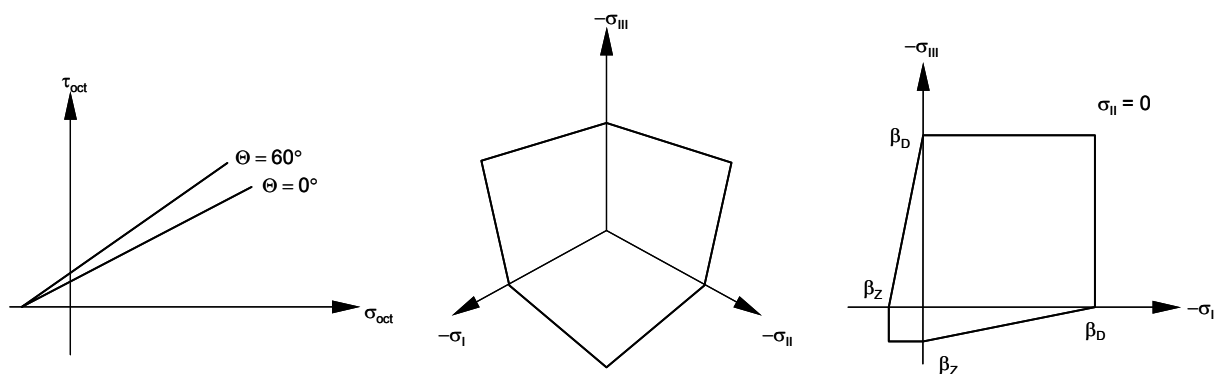


Abb. 4-8: Bruchmodell nach Mohr-Coulomb

Mit der Darstellung des Mohr-Coulomb-Bruchkriteriums in der  $\tau$ - $\sigma$ -Ebene nach Abb. 4-9 a) lässt sich nach folgender Herleitung das Bruchkriterium beschreiben:

Mit  $\sigma_I \geq \sigma_{II} \geq \sigma_{III}$  folgt aus der Geometrie:

$$|\tau| = c - \sigma \cdot \tan \varphi$$

$$\frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2} \cdot \cos \varphi = c - \left[ \frac{\sigma_I + \sigma_{III}}{2} + \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2} \cdot \sin \varphi \right] \cdot \tan \varphi$$

Nach Umordnung erhält man:

$$\sigma_I \cdot \frac{1 + \sin \varphi}{2 \cdot c \cdot \cos \varphi} - \sigma_{III} \cdot \frac{1 - \sin \varphi}{2 \cdot c \cdot \cos \varphi} = 1$$

Die einaxiale Druck- und Zugfestigkeit ergibt sich dann aus der linearen Beziehung  $\frac{\sigma_I}{\beta_Z} - \frac{\sigma_{III}}{\beta_D} = 1$  zu:

$$\text{(Gl. 4-19)} \quad \beta_D = \frac{2 \cdot c \cdot \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad \text{(Gl. 4-20)} \quad \beta_Z = \frac{2 \cdot c \cdot \cos \varphi}{1 + \sin \varphi}$$

Ist die Größenreihenfolge der Hauptspannungen nicht von vornherein bekannt, so kann die Bruchfläche im dreiaxialen Spannungsraum durch drei voneinander unabhängige Beziehungen ausgedrückt werden [37]:

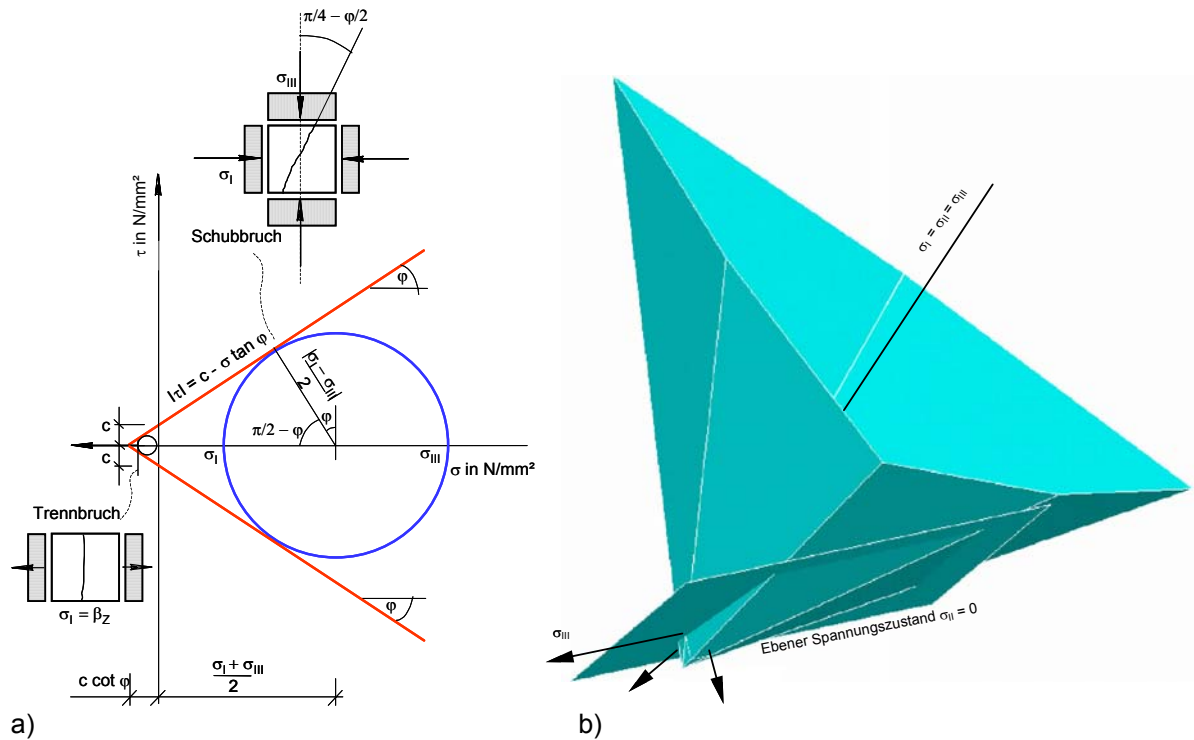
$$\text{(Gl. 4-21)} \quad F_1 = \left[ \frac{\sigma_I - \sigma_{II}}{2} \right]^2 - \left[ c \cdot \cos \varphi - \frac{\sigma_I + \sigma_{II}}{2} \cdot \sin \varphi \right]^2 \leq 0$$

$$\text{(Gl. 4-22)} \quad F_2 = \left[ \frac{\sigma_{II} - \sigma_{III}}{2} \right]^2 - \left[ c \cdot \cos \varphi - \frac{\sigma_{II} + \sigma_{III}}{2} \cdot \sin \varphi \right]^2 \leq 0$$

$$\text{(Gl. 4-23)} \quad F_3 = \left[ \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2} \right]^2 - \left[ c \cdot \cos \varphi - \frac{\sigma_I + \sigma_{III}}{2} \cdot \sin \varphi \right]^2 \leq 0$$

Die obigen drei Gleichungen stellen - wenn man das Gleichheitszeichen nimmt - im Koordinatensystem der Hauptspannungen je ein Ebenenpaar dar. Insgesamt bestimmen sie eine Pyramide mit einer unregelmäßigen sechseckigen Grundfläche. Abb. 4-9 b) zeigt ein solches unregelmäßiges Hexagon.





**Abb. 4-9: a) Darstellung des Mohr-Coulomb-Bruchkriteriums in der  $\tau$ - $\sigma$ -Ebene mit Mohr'schen Kreisen und b) im dreiaxialen Spannungsraum [42]**

Die Parameter  $c$  (Kohäsion) und  $\varphi$  (innerer Reibungswinkel) zur Bestimmung der Bruchhüllenden gewinnt man aus den einaxialen Festigkeiten mit folgenden Gleichungen:

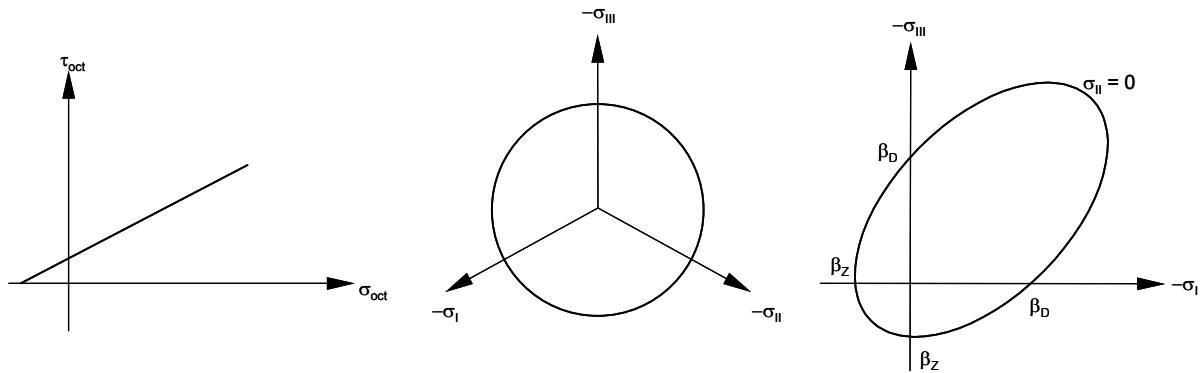
$$\text{(Gl. 4-24)} \quad \varphi = \arcsin \frac{1-n}{1+n} \quad \text{mit: } n = \frac{\beta_Z}{\beta_D}$$

$$\text{(Gl. 4-25)} \quad c = \beta_D \cdot \frac{1 - \sin \varphi}{2 \cdot \cos \varphi}$$

Die Herleitungen von  $c$  und  $\varphi$  sowie der drei Beziehungen F1, F2 und F3 findet man im Anhang A.

#### 4.2.2 Bruchmodell nach Drucker-Prager [38, 39, 41]

Nach der Hypothese von Drucker-Prager beschreibt ein Kegel mit kreisförmiger Grundfläche die Bruchhüllende. Die Materialeigenschaften von Mörtele sind hinsichtlich des plastischen Verhaltens mit diesem Modell formulierbar. Da plastische Verformungen zu berücksichtigen sind, ergänzt hierbei ein Fließmodell das gewählte Bruchmodell. Die besagten plastischen Formänderungen lassen sich mit einer assoziierten oder nichtassozierten Fließregel berechnen, welche bereits im Programmsystem Ansys [40] implementiert sind. Bei der Darstellung des Meridians ist der lineare Verlauf der Mantelfläche im gezeigten Schnitt zu erkennen (Abb. 4-10). Im Falle gleicher Kohäsion  $c$  und bei gleichem inneren Reibungswinkel  $\varphi$  ist der Meridian des Bruchmodells nach Drucker-Prager dem des Bruchmodells nach Mohr-Coulomb bei dem Winkel  $\theta = 60^\circ$  identisch.



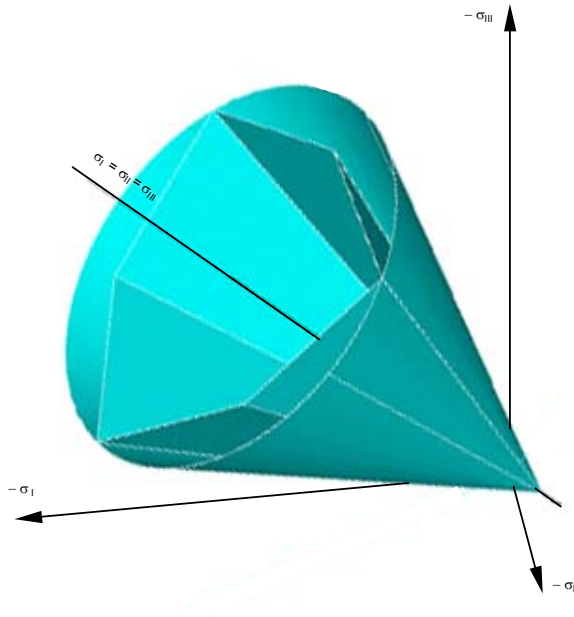
**Abb. 4-10: Drucker-Prager-Modell im dreiaxialen Spannungsraum**

Abb. 4-10 zeigt zudem das Modell mit Blick entlang der hydrostatischen Achse sowie einen Schnitt in der Spannungsebene bei  $\sigma_{II} = 0$ , in dem der geschnittene Kegel eine Ellipse darstellt. Die beziehungsweise Fließflächen der beiden Modelle nach Mohr-Coulomb und Drucker-Prager werden in Abb. 4-11 gezeigt. Dabei wurde beiden Modellen der gleiche Reibungswinkel und die gleiche Kohäsion zugewiesen. Es wird ersichtlich, dass dabei der Kegel das unregelmäßige Hexagon umschließt und entlang dreier Kanten berührt. Die Bestimmungsgleichung der Kegelfläche lautet:

$$(Gl. 4-26) \quad F(I_1, J_2) = \sqrt{J_2} - \alpha \cdot I_1 - k = 0$$

$$\text{mit:} \quad I_1 = \sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III}$$

$$J_2 = \frac{1}{6} \cdot [(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_I - \sigma_{III})^2]$$



**Abb. 4-11: Drucker-Prager-Kegel und Bruchmodell nach Mohr-Coulomb**

Die Umhüllende nach Drucker-Prager hängt somit von der ersten Invariante  $I_1$  des Spannungstensors und von der zweiten Invariante  $J_2$  des Spannungsdeviators ab. Die beiden Materialeigenschaftsparameter  $\alpha$  und  $k$  lassen sich mit Hilfe der Kohäsion  $c$  und des Reibungswinkels  $\varphi$  bestimmen [38]:

$$(Gl. 4-27) \quad \alpha = \frac{2 \cdot \sin \varphi}{\sqrt{3} \cdot (3 - \sin \varphi)}$$

$$(Gl. 4-28) \quad k = \frac{6 \cdot c \cdot \cos \varphi}{\sqrt{3} \cdot (3 - \sin \varphi)}$$

Der Parameter  $\alpha$  gibt bis auf eine Konstante den Anstieg der Mantellinie des Kegels gegenüber der hydrostatischen Achse an. Der Wert  $k$  repräsentiert die Fließspannung bei reiner Schubbeanspruchung des Materials. Nach Gross [39] lassen sich die Druck- und Zugfestigkeit durch die beiden Kennwerte  $\alpha$  und  $k$  entsprechend den nachfolgenden Gleichungen beschreiben:

$$(Gl. 4-29) \quad \beta_Z = \frac{k}{\alpha + 1/\sqrt{3}}$$

$$(Gl. 4-30) \quad \beta_D = \frac{k}{\alpha - 1/\sqrt{3}}$$

Aufgrund dessen, dass die Mantelfläche analog zum Bruchmodell nach Mohr-Coulomb linear verläuft, lässt sie sich auch mit den Parametern  $c$  und  $\varphi$  darstellen. Der Zusammenhang zwischen den einaxialen Festigkeiten und den Kennwerten Kohäsion und innerer Reibungswinkel wird in (Gl. 4-31) und (Gl. 4-32) gezeigt.

$$(Gl. 4-31) \quad \varphi = \arcsin \frac{3}{1 + 2 \cdot \frac{\beta_D - \beta_Z}{\beta_D + \beta_Z}}$$

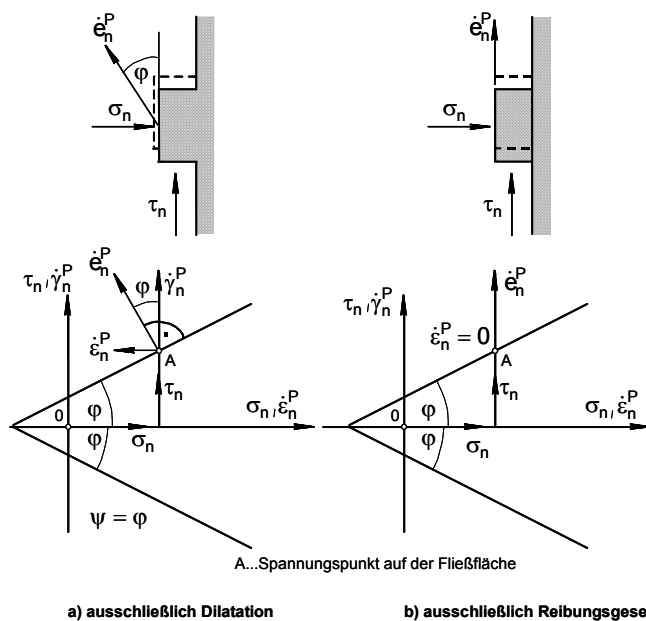
$$(Gl. 4-32) \quad c = \beta_D \cdot \left( \frac{\beta_D - \beta_Z}{\beta_D + \beta_Z} - 1 \right) \cdot \frac{3 - \sin \varphi}{6 \cdot \cos \varphi}$$

Die Herleitungen von  $c$  und  $\varphi$  sind im Anhang B aufgeführt. Durch die Berücksichtigung des Einflusses des hydrostatischen Druckes mit der ersten Spannungsinvariante  $I_1$  auf die Fließfläche stellt die Bedingung nach Drucker-Prager eine Erweiterung der Bruchbedingung von Mises [41] dar. Diese ist vom hydrostatischen Spannungszustand unabhängig und gilt für Materialien mit gleicher Druck- und Zugfestigkeit (beispielsweise Stahl), für die der innere Reibungswinkel entsprechend (Gl. 4-31) Null wird.

In der Regel ist die Zugfestigkeit des Mörtels bestehender Bogenbrücken unbekannt. Daher kommen im Rahmen dieser Arbeit für die Beschreibung des Bruchmodells nach Drucker-Prager die zwei Parameter Mörteldruckfestigkeit  $\beta_{D,M0}$  und innerer Reibungswinkel  $\varphi$  zur Anwendung. In Anlehnung an [42] geht hierbei der innere Reibungswinkel mit  $\varphi = 20^\circ$  in die FE-Berechnungen ein.

### Gewählte Fließregel [37, 41]

Nimmt man ein körniges Kontinuum mit idealplastischen Materialeigenschaften an, welches für Mörtel gelten soll, dann beschreibt die Fließregel plastische Verzerrungsänderungen eines Punktes auf der Fließfläche. Verfestigende Eigenschaften bei zunehmender Beanspruchung sollen für Mörtel ausgeschlossen sein. Bei der assoziierten Fließregel, auch als Normalenregel bekannt, steht der Gradient, der die Richtung des plastischen Fließens bestimmt, senkrecht auf der Fließfläche (Abb. 4-12 a). Somit führt das betrachtete Blockelement, welches durch eine Normalspannung  $\sigma_n$  und eine Schubspannung  $\tau_n$  belastet wird, im plastischen Zustand neben einer Gleitung auch eine Dehnung aus. Der die Volumenänderung charakterisierende Dilatanzwinkel  $\psi$  ist hierbei gleich dem inneren Reibungswinkel  $\varphi$ .

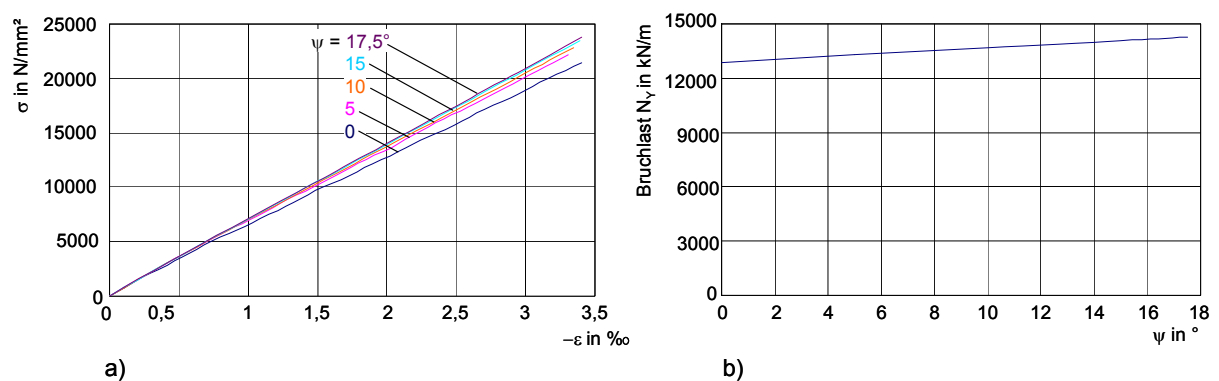


**Abb. 4-12: Blockelement aus dem gleichem Material wie das Kontinuum [37]**

Unter Annahme reinen Reibungsverhaltens im betrachteten Schnitt kommt es ausschließlich zu einer Gleitung und man erhält ein wesentlich abweichendes Ergebnis. In diesem Fall bewegt sich der in Abb. 4-12 b) dargestellte elementare Block bei einer Befriedigung der Fließbedingung auf der Berührungsebene wie ein starrer Körper. Somit verrichtet die Spannung  $\sigma_n$  keine Arbeit. Dennoch spielt sie in der Fließbedingung eine Rolle.

Körnige Materialien wie Böden, Fels, Beton und Mörtel können in Wirklichkeit weder ideal-plastischen Materialien, für welche die assoziierte Fließregel zutrifft, noch sogenannten „Reibungsmaterialien“ zugeordnet werden. Versuchen zufolge resultieren bei Zugrundelegung der assoziierten Fließregel zu große plastische Volumenänderungen. Die Richtung des Gradienten für das plastische Fließen wird daher bei Anwendung der Normalenregel nicht genau vorausgesagt. Andererseits wird auch das Reibungsgesetz lediglich von idealisiert körnigen Materialien erfüllt. Die Einführung einer nichtassozierten Fließregel führt nach [41] dagegen zu einer besseren Übereinstimmung mit Experimenten. Hierbei kann durch die Annahme einer plastischen Potentialfunktion der Dilatanzwinkel  $\psi$  unabhängig vom inneren Reibungswinkel  $\varphi$  gewählt werden, wodurch eine bessere Übereinstimmung mit Versuchen erreicht werden kann.

Im Rahmen dieser Diplomarbeit kommt die nichtassozierte Fließregel zur Anwendung, jedoch werden keine entsprechenden Versuche zur Ermittlung eines geeigneten Dilatanzwinkels vorgenommen. Zur Festlegung eines Dilatanzwinkels werden FE-Berechnungen durchgeführt, um die Auswirkung verschiedener Winkel auf die erreichbare Traglast zu untersuchen. Daneben wird der Einfluss unterschiedlicher Winkel auf den Mauerwerks-E-Modul betrachtet.



**Abb. 4-13: a) E-Moduli und b) Traglasten eines Drei-Stein-Körpers unter Verwendung verschiedener Dilatanzwinkel für den zentrischen Lastangriff**

Wie aus Abb. 4-13 ersichtlich wird, nehmen mit wachsendem Dilatanzwinkel die E-Moduli und die Traglasten zu. Der prozentuale Unterschied zwischen den Traglasten für  $\psi = 0^\circ$  und  $\psi = 17,5^\circ$  beträgt von der Traglast für  $\psi = 0^\circ$  ausgehend rund 10 %. Da der tatsächliche Dilatanzwinkel unbekannt ist, kommt auf der sicheren Seite bleibend ein Winkel von  $\psi = 0^\circ$  zur Anwendung.

---

## 5 Berechnungen mit der Methode der Finiten Elemente

### 5.1 Verwendete Software

Für die Modellierung des Drei-Stein-Körpers kam das FEM-Programm Ansys 8.0 [40] zur Anwendung. Mit diesem FEM-Programm erschließt sich dem Anwender ein umfangreiches Arbeitsfeld. Es erlaubt beispielsweise im Rahmen einer Strukturanalyse sowohl das Einbeziehen von Nichtlinearitäten der Systemgeometrie als auch des Materials. Bereits in Ansys implementiert ist das Bruchmodell nach Drucker-Prager, mit welchem das elastisch-idealplastische Materialverhalten des Mörtels beschrieben werden kann. Nicht im Programmsystem Ansys verfügbar, jedoch im Rahmen dieser Arbeit zur Materialbeschreibung des Steins erforderlich, ist das Bruchkriterium nach Mohr-Coulomb. Dieses wurde separat implementiert [42].

### 5.2 Modell

Das zur Bearbeitung benötigte FE-Modell wurde dem Verfasser seitens des betreuenden Ingenieurbüros Trag Werk Ingenieure zur Verfügung gestellt [42]. Hierbei handelt es sich um ein 2-D-Modell, in welchem Steine und Mörtelfugen einzeln modelliert und mit vierknotigen Scheibenelementen unter Annahme einer unendlich langen Wand im ebenen Verzerrungszustand vernetzt wurden. Damit sind die Verformungen senkrecht zur Scheibenebene behindert. Durch die Annahme einer unendlich langen Wand unter vertikaler Gleichlast, aus der sich ein 1-Meterstreifen herausgeschnitten gedacht wird, kann auch im ebenen Verzerrungszustand der dreiaxiale Spannungszustand berücksichtigt werden. Spannungen in Normalenrichtung zur Scheibenebene werden dabei durch die Spannungskomponenten in der Scheibenebene und die damit hervorgerufene Querdehnung erzeugt. Die Abmessungen der Steine sind ebenso wählbar wie die Fugendicke und -form sowie die Festigkeitswerte von Stein und Mörtel. Im Folgenden werden die Besonderheiten und die Funktionsweise des verwendeten Modells erläutert.

#### 5.2.1 Vernetzung

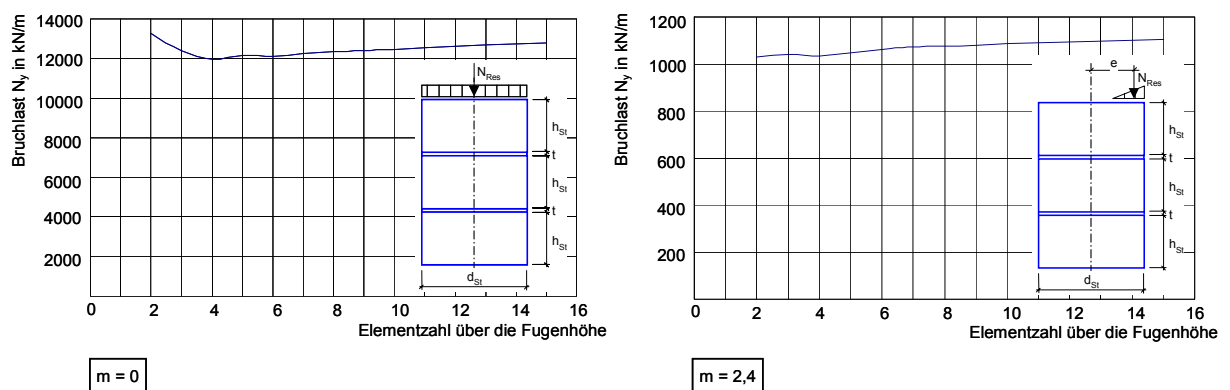
Stein und Mörtel werden mit unterschiedlicher Netzdichte generiert. Gegenüber dem Stein mit seinem linear-elastischen Materialverhalten muss die Lagerfuge aufgrund des nichtlinearen Materialverhaltens des Mörtels feiner vernetzt werden, da plastisch verformte Bereiche eine ausreichende Dichte an Integrationspunkten benötigen. Dabei werden Genauigkeit und Aufwand der FE-Berechnung insbesondere von der Netzfeinheit der Fuge beeinflusst. Aus diesen Gründen war es erforderlich zu untersuchen, wie die Netzdichte der Fuge beschaffen sein muss, damit ausreichend genaue Ergebnisse ermittelt werden und hierbei die erforderliche Rechenzeit in einem sinnvollen Verhältnis zum Zweck der Rechnung steht.

Folgende Ausgangswerte des Modells liegen den Betrachtungen zugrunde:

Geometrie			Material						
$d_{St}$ [cm]	$h_{St}$ [cm]	$t$ [cm]	$\beta_{D,St}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\beta_{Z,St}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\beta_{D,M0}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_{St}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_{M0}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\mu_{St}$	$\mu_{M0}$
60	30	1,5	40	2,8	1	15.000	750	0,2	0,2

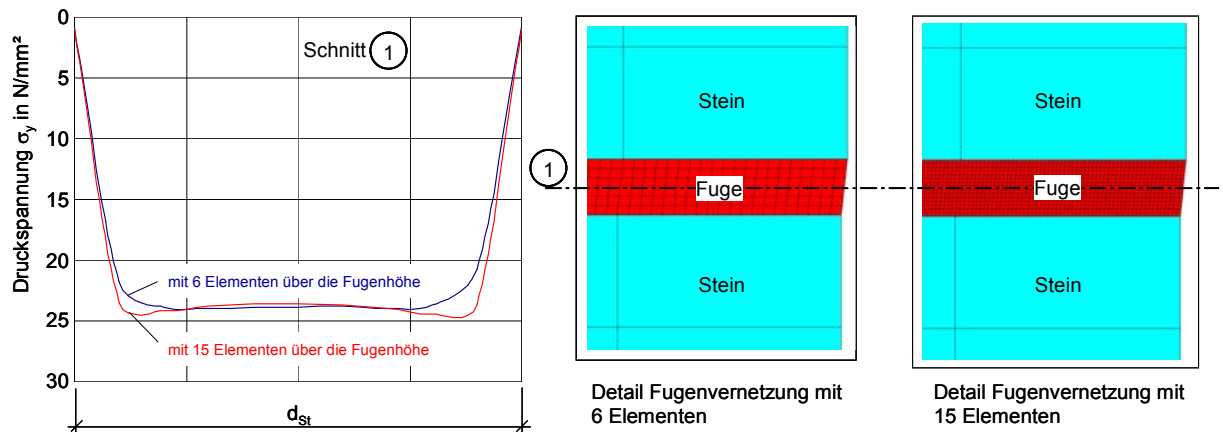
**Tab. 5-1: Ausgangsparameter zur Untersuchung der Netzdichte**

Mit jeweils 10 Elementen über die Höhe und Breite bleibt die Netzdichte für den Stein konstant. Zum Vergleich der Auswirkungen unterschiedlicher Netzdichten der Fuge auf die Bruchlasten werden der zentrische und der ausmittige Lastangriff in  $m = 6 \cdot e/d_{St} = 2,4$  betrachtet. Abb. 5-1 zeigt die Verteilung der Bruchlasten in Abhängigkeit der Anzahl der Elemente über die Fughöhe für die bezogenen Ausmitten von  $m = 0$  und  $m = 2,4$ .



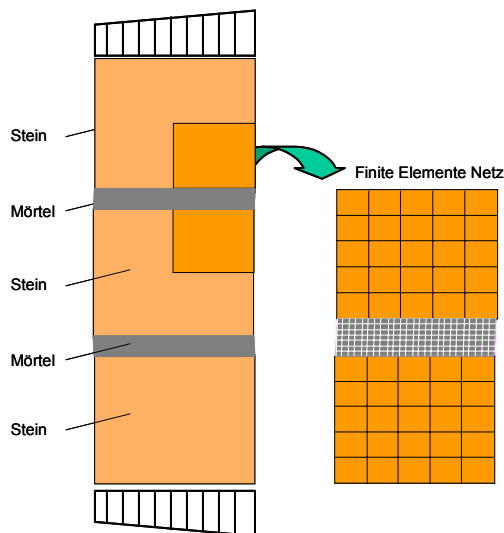
**Abb. 5-1: Entwicklung der Bruchlast über verschiedene Netzdichten für die Lagerfuge**

Für beide Ausmitten zeigt sich ein unterschiedlicher Verlauf der Bruchlasten bei einer Netzdichte von zwei bis sechs Elementen über die Fughöhe. Ab einer Vernetzung mit sieben Elementen ist für beide Fälle eine stetige Zunahme der Bruchlasten zu verzeichnen. Durch die Verwendung von nahezu quadratischen Elementen resultiert auch in Richtung der Stein- beziehungsweise Wanddicke eine sehr feine Vernetzung. Dadurch kann bei Laststeigerung das Versagen des Fugenrandes bei feiner Vernetzung besser abgebildet werden. Nach der Darstellung des Verlaufs der Druckspannungen  $\sigma_y$  für den zentrischen Lastangriff in Abb. 5-2 steht so der Lastübertragung zwischen Fuge und Stein nach dem Plastifizieren der Randmörtelzone eine etwas größere Fläche zur Verfügung als bei einer groben Vernetzung. Die Querkzugspannungen infolge Teilflächenpressung werden hierdurch verringert. Dies führt zu einem späteren Versagen des Querschnitts und somit zu den höheren Traglasten.



**Abb. 5-2: Druckspannungsverteilung in der Fuge**

Eine Stagnation der Bruchlasten auf einem gleichbleibenden Niveau konnte bis zu einer Netzfeinheit von 15 Elementen für beide Ausmitten nicht festgestellt werden. In Anbetracht der Rechenzeit und der Rechengenauigkeit wird sich im Rahmen dieser Arbeit auf eine Vernetzung mit sieben Elementen über die Fugenhöhe festgelegt. Die Bruchlast bei der Vernetzung mit 15 Elementen ist zwar um 4,6 % bei  $m = 0$  beziehungsweise um 2,8 % bei  $m = 2,4$  größer als bei der gewählten Elementanzahl, jedoch erhöht sich die Rechenzeit (bei der gewählten Zahl der Lastinkremente) um den Faktor 2,6. Die verwendete Netzdichte liegt hinsichtlich der ermittelten Bruchlasten auf der sicheren Seite. Abb. 5-3 zeigt den modellierten Vertikalschnitt zur Ermittlung der Querschnittstragfähigkeit.



**Abb. 5-3: FE-Modell des Mauerwerksquerschnittes mit Ausschnitt der Vernetzungsdichte [42]**



## 5.2.2 Inkrementelle Laststeigerung und Gleichgewichtsiteration

Aufgrund des Plastifizierens des Lagerfugenmörtels und des Einstellens einer klaffenden Fuge bei ausmittigen Lasten ab  $m \approx 1,0$  erfährt die Struktursteifigkeit eine nichtlineare Änderung, wodurch eine ebenfalls nichtlineare Lösung erforderlich wird. Ein Ansatz für nichtlineare Lösungen beinhaltet das Aufteilen der Last in eine Reihe von Lastinkrementen. Diese Lastinkremente werden über mehrere Lastschritte aufgebracht. Dazu kommt das iterative Verfahren nach Newton-Raphson [41] - implementiert im Programmsystem Ansys [1] - zur Anwendung. Hierbei bringen die Newton-Raphson-Gleichgewichtsiterationen die Lösung am Ende jedes Lastinkrements hinsichtlich des Gleichgewichts zwischen äußeren und inneren Knotenkräften zur Konvergenz. Abb. 5-4 zeigt beispielhaft die Vorgehensweise für das Newton-Raphson-Verfahren für ein System mit einem Freiheitsgrad. Vor jeder Lösung bestimmt die Newton-Raphson-Methode den Vektor mit denjenigen Lastanteilen, die mit dem System nicht im Gleichgewicht stehen. Diese Ungleichgewichtskräfte stellen die Differenzen  $\Delta s_i$  zwischen den rückstellenden Kräften (Knotenpunktkräfte, die den Elementspannungen äquivalent sind) und den äußeren Lasten dar. Wird das Konvergenzkriterium nicht erfüllt, führt Ansys dann eine lineare Lösung unter Anwendung dieser Ungleichgewichtskräfte sowie der aktuellen Steifigkeitsmatrix  $K_{T(i)}(V_i)$  durch und ermittelt einen Verschiebungszuwachs  $\Delta V_{i+1}$ . Daraufhin berechnet Ansys den Vektor mit den Ungleichgewichtskräften neu und überprüft auf Konvergenz. Werden die Konvergenzkriterien wiederum nicht erfüllt, wird, um die nichtlinearen Veränderungen in der Struktursteifigkeit, wie zum Beispiel das Plastifizieren des Mörtels oder das Öffnen der Kontaktfläche Fuge-Stein, zu erfassen, die Steifigkeitsmatrix angepasst und die eben erläuterte lineare Lösung erneut durchgeführt. Dieser iterative Prozess wird bis zur Konvergenz des Systems fortgesetzt.

$$(GI. 5-1) \quad \Delta V_{i+1} = \frac{\Delta s_i}{K_{T(i)}(V_i)}$$

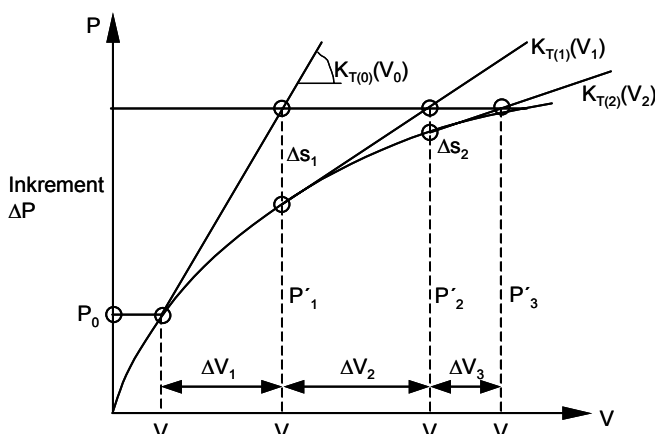


Abb. 5-4: Zum Newton-Raphson-Verfahren [41]

Die Anzahl der Gleichgewichtsiterationen je Lastschritt wurde auf 50 begrenzt. Die Konvergenz gilt ab dem in Ansys voreingestellten Grenzwert von  $10^{-3}$  als erreicht. Ein günstiges Konvergenzverhalten der numerischen Berechnung bietet ein System mit imperfekter Geometrie.

Deshalb erhält auch der gedrungene Drei-Stein-Körper für den Mittelstein eine Verformung von  $f_1 = h/300$ . Nach Purtak [42] beeinflusst die gewählte Größe der Vorverformung die Bruchlast erst für schlankere Wände. Hinsichtlich der Netzfeinheit ist zu bemerken, dass mit zunehmend feinerem Netz der Fuge kleinere Lastinkremente erforderlich wurden. Ebenso nimmt die Anzahl der Kontaktelemente mit feinerem Netz zu. Diese drei Faktoren bestimmen somit die Rechenzeit. Die Größe der notwendigen Lastschritte ist neben der Genauigkeit der Bruchlastschätzung auch von der Größe der zu erwartenden Bruchlast sowie von dem Ausmaß des plastischen Verhaltens der Mörtelfuge anhängig. Sie lässt sich wegen der vielen Einflussfaktoren nicht verallgemeinert angeben.

### 5.2.3 Kontaktfläche Fuge-Stein

Die Knoten an den Fugengrenzen zwischen Stein und Mörtel werden durch Kontaktelemente, welche eine Art Federelemente bilden, verknüpft. Diese ermöglichen unter Verwendung eines Reibungsbeiwertes von  $\nu = 0,6$  (in Anlehnung an [43]) nur die Übertragung von horizontalen Reibungskräften und vertikalen Druckkräften. Die Zugfestigkeit in der Kontaktfläche wird somit zu Null gesetzt, wodurch sich eine gerissene Zugzone einstellen kann. Mit Kontaktelementen lassen sich Ränder unterschiedlich vernetzter Flächen koppeln, ohne dass die Knoten benachbarter Flächen übereinander liegen müssen. Die Knoten dringen bei einer Verschiebung in den gegenüberliegenden Rand der Finiten Elemente. Die Eindringtiefe der Oberflächen von Stein und Mörtel ist über die Kontaktsteifigkeit numerisch steuerbar. Diese ist so zu wählen, dass sich die Spannungs-Dehnungs-Linien aus Versuchen ausreichend gut annähernd lassen. Eine zu gering gewählte Kontaktsteifigkeit lässt zu große Eindringungen in gegenüberliegende Elementränder zu, wodurch das numerische System zu weich reagiert. Einer Wahl zu großer Steifigkeiten folgen zu steile Spannungs-Dehnungs-Linien nach Abb. 5-5.

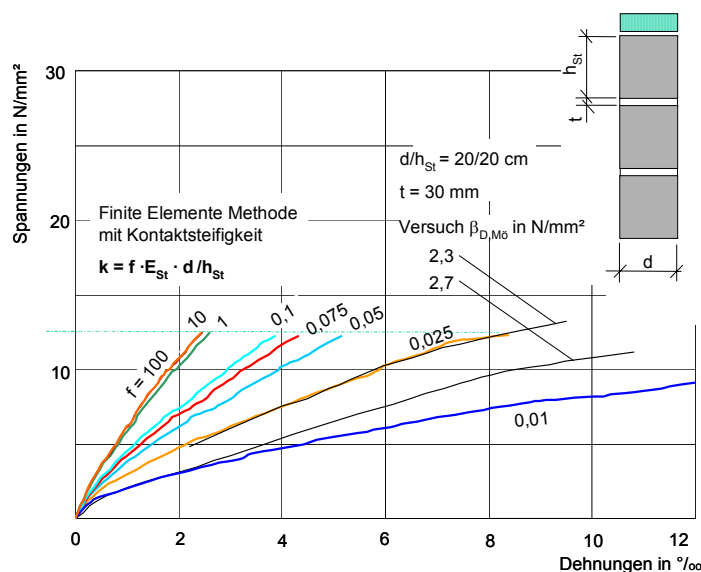


Abb. 5-5: Spannungs-Dehnungs-Linien mit verschiedener Kontaktsteifigkeit im Vergleich zu Versuchen [42]

Im Vergleich zu zwei Versuchen sind Arbeitslinien unterschiedlicher Kontaktsteifigkeit eingetragen. Die Bruchspannungen liegen nahe beieinander, da der Elastizitätsmodul kaum Einfluss auf die Tragfähigkeit gedrungener Körper hat. Der Einfluss des E-Moduls steigt erst für schlanke Körper, bei denen das Verformungsverhalten wesentlich die Versagensart bestimmt [42].

#### 5.2.4 Spannungs-Dehnungs-Beziehung

Die Ermittlung von Spannungen im dreiaxialen Hauptspannungsraum wirft die Frage auf, ob und inwieweit die E-Moduli von Stein und Mörtel mit dem jeweils herrschenden Spannungszustand verknüpft werden müssen und die Einführung einer dreiaxialen Spannungs-Dehnungs-Beziehung erforderlich wird. Wie im Abschnitt 2.2.3 anhand der Abb. 2-13 erläutert wurde, sind die Unterschiede im Verlauf des Mörtel-E-Moduls für verschiedene Spannungsverhältnisse sehr gering. Lediglich für die einaxiale Belastung zeigt sich ein geringfügig steilerer Abfall des E-Moduls als für höhere Spannungsverhältnisse. Allerdings wird der Einfluss steigender Querdruckbelastung auf den E-Modul durch Linien gleicher relativer Beanspruchung  $\sigma_v/\sigma_{vu}$  sehr viel deutlicher. So zeigt sich ab einem Verhältnis  $\sigma_v/\sigma_{vu} = 0,70$  eine deutliche Zunahme der Vertikalstauchungen, wodurch die Werte des E-Moduls stark abfallen.

Es ist jedoch darauf hinzuweisen, dass Bierwirth [23] bei den Versuchen mit dem Spannungsverhältnis  $\sigma_R/\sigma_v = 0,30$  oftmals keinen abfallenden Ast der Spannungs-Dehnungs-Linie erreichen konnte. Die entsprechenden Versuche wurden dann bei einer Vertikalstauchung von  $\min \varepsilon_v = -25 \%$  abgebrochen und der erreichte Wert der Spannung wurde als Bruchspannung definiert.

Versuche mit zentrisch belastetem Sandsteinquadermauerwerk zeigen, dass in der Regel Versagen durch Spaltzugbruch im Stein eintritt, ein Mörtelversagen als solches also nicht feststellbar ist. Ebner [44] untersuchte dickfugiges Bruchsteinmauerwerk mit Fugendicken von bis zu 60 mm. Selbst bei derart ausgeführtem Mauerwerk wurde nur in wenigen Fällen als Versagensursache reines Mörtelversagen durch Zerstörung der Lagerfuge ermittelt. Damit ist bei dünnfugigem Quadermauerwerk davon auszugehen, dass die Beanspruchungsgrade im Fugenmörtel  $\sigma_v/\sigma_{vu}$  den Wert 1,0 nicht erreichen.

Da bis zu einem Spannungsniveau von 70 % der Bruchlast ( $\sigma_v/\sigma_{vu} = 0,70$ ) die Abhängigkeit des Elastizitätsmoduls vom Spannungsverhältnis – Umschnürungsdruck zu Vertikalspannung ( $\sigma_R/\sigma_v$ ) – gering ist, wird im Folgenden für alle Spannungszustände ein konstanter, auf die einaxiale Beanspruchung bezogener Elastizitätsmodul für den Mörtel in Ansatz gebracht und auf die Verwendung einer dreiaxialen Spannungs-Dehnungs-Beziehung verzichtet.

Für Sandstein finden sich in der Literatur nur wenige Versuchsergebnisse für mehraxiale Beanspruchung. Lediglich Versuchskurven für dreiaxiale Druckbeanspruchungen waren verfügbar [18]. Angaben zum Verlauf des Elastizitätsmoduls für Sandstein unter Druck-Zug-Zug-Beanspruchung sind nicht bekannt. Aufgrund der fehlenden Anhaltswerte soll daher auch für den Elastizitätsmodul des Steins ein konstanter Wert, basierend auf der einaxialen Beanspruchung, für alle Spannungszustände gelten.

Die Untersuchungen im Abschnitt 6 zum Einfluss verschiedener Elastizitätsmoduli von Stein und Mörtel verdeutlichen zudem die vernachlässigbar kleinen Auswirkungen auf die Bruchlast des betrachteten Drei-Stein-Körpers. Ebenso wurden der Einfluss variierender Querdehnzahlen für Stein und Mörtel untersucht. Auch hier waren die Auswirkungen auf die Bruchlasten sehr gering.

Da sich jedes Mörtel- und Steinelement im Verlauf der Belastungsgeschichte in einem sich verändernden mehraxialen Spannungszustand befindet und somit für jedes Element mit jedem Lastinkrement und Iterationsschritt ein neues dreiaxiales Stoffgesetz berechnet werden müsste, stünde bei einer Berücksichtigung einer dreiaxialen Spannungs-Dehnungs-Beziehung zudem der Rechenaufwand gegenüber dem Nutzen, angesichts der derzeit verfügbaren Rechentechnik, in einem unwirtschaftlichen Verhältnis.

### **5.2.5 Lasteinleitung und Auswertung der Bruchkriterien**

Die Belastung am Wandkopf wird durch eine Streckenlast (Rechteck, Trapez, Dreieck) dergestalt gebildet, dass die Lastresultierende durch die gewünschte Ausmittigkeit verläuft. Es werden die Bruchlasten für Lastausmittungen von  $m = 6 \cdot e/d_{St} = 0$  bis 2,8 in 0,2er Abständen berechnet. Die Laststeigerung erfolgt in kleinen Schritten, um die plastischen Verformungen des Mörtels in jedem Lastschritt gering zu halten. Nach jedem Belastungsschritt wird für die Punkte im Stein das Bruchkriterium nach Mohr-Coulomb für den dreiaxialen Spannungszustand abgefragt und berechnet, ob eine Stelle im Stein die zulässige Spannungscombination überschreitet. Wenn der erste Punkt das Bruchkriterium erfüllt, gilt die Bruchlast als gefunden. Aus Versagenspunkt und Spannungsverteilung lässt sich die Versagensart ableiten. Durch den Vergleich der berechneten mit der zulässigen Spannungscombination nach Mohr-Coulomb war das Einbeziehen eines Rissmodells für den Stein nicht erforderlich.

In dieser Arbeit wird zwischen Riss- und Bruchspannung des Mauerwerks nicht unterschieden. Das angewandte Modell beschreibt die Rissspannung und definiert diese als Tragfähigkeit. Dies erscheint legitim, da Sandstein mit seinem elastischen Materialverhalten zum Sprödbbruch neigt und Versuchen zufolge kaum Lastumlagerungen zulässt. Führt eine steigende Belastung in der Analyse nicht zum Steinversagen, sondern zu einer divergierenden Berechnung, gilt Versagen mit Gelenkbildung als gefunden. Durch das zusätzlich gebildete Gelenk in der Lagerfuge entsteht ein kinematisches System der Wand. Ein statisches Gleichgewicht existiert in diesem Falle nicht mehr.

Den Mörtel kann man im Sinne der Plastizitätstheorie als fließfähig betrachten. Erreicht die Spannungscombination eines Punktes im Mörtel die Fließfläche nach Drucker-Prager, bleibt die Spannung konstant und es stellen sich plastische Dehnungen ein. Bei Laststeigerung lagern sich zusätzliche Spannungen auf Nachbarbereiche um.

## 5.2.6 Materialparameter

### Druckfestigkeit des Mörtels

Für die Untersuchungen mit feststehender Mörteldruckfestigkeit wird diese entsprechend der Einordnung historischer Mörtel in die MG I nach [43] mit einem Wert von  $2,0 \text{ N/mm}^2$  belegt. Für die Berechnungen zum Einfluss der Mörteldruckfestigkeit auf die Querschnittstragfähigkeit variiert diese zwischen  $1 \text{ N/mm}^2$  und  $8 \text{ N/mm}^2$ .

### E-Modul des Mörtels

Bei den FE-Berechnungen zur Ermittlung des Einflusses der Mörteldruckfestigkeit auf die Bruchlast des Mauerwerksquerschnittes wird aufgrund des in Abschnitt 2.2.2 beschriebenen Zusammenhangs der E-Modul in Abhängigkeit der Druckfestigkeit des Mörtels ebenfalls variiert. Dies stellt in dieser Arbeit die einzige Untersuchung dar, bei der zwei Parameter gleichzeitig geändert werden. Hierzu wird die Regressionsgleichung von Bierwirth zur Ermittlung der entsprechenden E-Moduli herangezogen. Da diese die untere Schranke darstellt und so die kleinsten E-Moduli liefert, kann man aufgrund der damit geringeren Steifigkeit in der Lagerfuge davon ausgehen, sich bei der Traglastermittlung auf der sicheren Seite zu befinden. Für die Untersuchung zum Einfluss des Mörtel-E-Moduls auf die Bruchlast bleibt die Mörtelfestigkeit unverändert bei  $2 \text{ N/mm}^2$ . Der E-Modul wird in 500er Schritten zwischen 500 und  $4500 \text{ N/mm}^2$  variiert.

### Querdehnzahlen von Mörtel und Stein

Nach Berndt [45] schwankt die Querdehnzahl der geprüften Wehlener und Mühlleitner Sandsteine spannungsabhängig zwischen 0,08 und 0,29. Angaben zur Beanspruchungsrichtung des Sandsteins werden nicht gemacht. Aus anderen Untersuchungsergebnissen wird für den Zeitzer Sandstein eine Querdehnzahl von 0,44 für eine Beanspruchung parallel zu Schichtung entnommen.

Für den Postaer Sandstein werden in Untersuchungsergebnissen der Versuchseinrichtung der Abteilung Bauingenieurwesen der TU Dresden Querdehnzahlen zwischen 0,162 und 0,235 angegeben. Um in dieser Diplomarbeit die Auswirkung verschiedener Stein-Querdehnzahlen auf die Bruchlast zu betrachten, wird diese zwischen 0,05 und 0,45 variiert. Für alle anderen Berechnungen wird eine Querdehnzahl von 0,20 angesetzt.

Für den Mörtel wurde das elastisch-idealplastische Stoffgesetz nach Drucker-Prager eingeführt. Die parametrische Vorgabe der Querdehnzahl für den Mörtel beschreibt in diesem Fall ausschließlich den elastischen Bereich. Sobald der Mörtel ins Fließen gerät, steuert die bis dahin konstante Querdehnzahl „unkontrolliert“ gegen 0,5. Dies steht im Widerspruch zu den Bierwirth'schen Angaben, nach denen insbesondere für hochbeanspruchte und gestützte Mörtel der Wert 0,3 nicht überschritten wird.

Da somit die infolge der Querdehnungsdifferenzen hervorgerufenen Querzugspannungen im Stein für den ungünstigsten Fall mit  $\mu_{M\ddot{o}} = 0,5$  berechnet werden, befindet man sich diesbezüglich bei der Ermittlung der Bruchlasten zumindest auf der sicheren Seite. Das Erfassen einer im plastischen Bereich spannungsabhängigen Querdehnzahl entspräche in Anbetracht der Ergebnisse von Bierwirth eher den wirklichen Verhältnissen. Dies würde es jedoch erforderlich machen, das in Ansys implementierte Fließmodell nach Drucker-Prager anzupassen, was allerdings eine sehr komplizierte Aufgabe darstellt, die im Rahmen dieser Arbeit nicht durchgeführt wird.

Für die folgenden Finite-Elemente-Berechnungen zum Einfluss der Querdehnzahl des Mörtels auf die Mauerwerkstragfähigkeit wird für unterschiedliche Steinhöhen  $\mu_{M\ddot{o},el}$  jeweils zwischen 0,04 und 0,49 variiert. Ziel soll es sein festzustellen, ab welchem Verhältnis  $h_{St}/d_{St}$  der Einfluss von  $\mu_{M\ddot{o},el}$  vernachlässigbar gering ist. Hierbei ist noch einmal zu bemerken, dass die in Ansys gewählte Querdehnzahl für den Mörtel ausschließlich für die Mörtelbereiche in der Lagerfuge gilt, welche sich im elastischen Bereich befinden.

Sabha und Schöne geben in [46] für  $\mu_{M\ddot{o},el}$  eine Spanne von 0,13 bis 0,18 an. Schäfer und Hilsdorf [47] ermittelten in Versuchen Anfangswerte zwischen 0,10 und 0,20. Für alle anderen Rechnungen wird sich daher auf  $\mu_{M\ddot{o},el} = 0,2$  festgelegt. Dies entspricht dem Ansatz von Pöschel und Purtak in [48] sowie von Ebner in [49].

### Steindruck- und -zugfestigkeit

Nach Curbach/Proske [17] existiert weitestgehend keine Korrelation zwischen Steindruck- und -zugfestigkeit. In dieser Arbeit wird jedoch vereinfachend von einer Abhängigkeit der beiden Größen voneinander ausgegangen. Curbach und Proske werteten 505 Versuche an Sandstein aus dem Steinbruch Lohmen (Pirna) aus und ermittelten folgende Mittelwerte der Festigkeiten:

- Steindruckfestigkeit                      58,1 N/mm<sup>2</sup>
- Steinspaltzugfestigkeit                  4,8 N/mm<sup>2</sup>

Bekanntermaßen beträgt die einaxiale Zugfestigkeit 90 % der Spaltzugfestigkeit. Daraus ergibt sich im gegebenen Fall eine Steinzugfestigkeit von 4,32 N/mm<sup>2</sup>. In Prozent ausgedrückt sind dies 7,4 % der Steindruckfestigkeit. Im Folgenden findet für die Berechnungen mit nicht variierender Steinzugfestigkeit das Verhältnis von  $\beta_{Z,St}/\beta_{D,St} = 0,07 = 7\%$  Anwendung.

Unabhängig des von Curbach/Proske bestimmten Mittelwertes der Druckfestigkeit werden alle Untersuchungen mit feststehender Steindruckfestigkeit mit  $\beta_{D,St} = 40$  N/mm<sup>2</sup> geführt. Zur Ermittlung der Traglastkurvenscharen für verschiedene Steindicken von 30 bis 90 cm werden jeweils Steindruckfestigkeiten von 10 bis 60 N/mm<sup>2</sup> und eine Steinzugfestigkeit von je 7 % der Steindruckfestigkeit zugrunde gelegt.

Des Weiteren werden Traglastkurven für unterschiedliche Steindruckfestigkeiten von 10 bis 60 N/mm<sup>2</sup> und jeweils variierende Verhältnisse von Steinzugfestigkeit zu Steindruckfestigkeit zwischen 1 % und 10 % berechnet.

### **E-Modul des Steins**

Wie in Abschnitt 2.1.3.3 erwähnt, lässt sich wegen der großen Streuung kein allgemeingültiger, funktionaler Zusammenhang zwischen E-Modul und Druckfestigkeit erkennen. Daher wird im Folgenden ein Stein-E-Modul von 15.000 N/mm<sup>2</sup> für die Berechnungen mit gleichbleibendem E-Modul festgelegt. Für die Untersuchung der Auswirkungen variierender E-Moduli des Steins auf die Bruchlast soll eine Spanne von 7.500 N/mm<sup>2</sup> bis 20.000 N/mm<sup>2</sup> betrachtet werden.

### **5.2.7 Geometrieparameter**

Steinabmaße sowie Fugendicke und -form sind im FE-Modell frei wählbar. Eine vom Ingenieurbüro Trag Werk Ingenieure angefertigte Erfassung von Natursteinbrücken des Raums Deutschland [3] ergab für die Bogendicke am Kämpfer einen Mittelwert von 72 cm und am Scheitel einen Mittelwert von 59 cm. Für die Steinhöhe wurde ein Mittelwert von 33 cm bestimmt. Im Rahmen der in der vorliegenden Arbeit vorgenommenen Parameterstudie werden für Steindicken von 30 bis 90 cm mit jeweils variierenden Steindruckfestigkeiten von 10 bis 60 N/mm<sup>2</sup> Traglastkurvenscharen erstellt. Die Studien zu den Einflüssen der Steinhöhe, der Fugendicke und der verschiedenen Materialparameter auf die Bruchlasten erfolgen an einem 60 cm dicken Querschnitt. Die Steinhöhe wird, bis auf die Berechnungen zum Einfluss dieser selbst auf die Querschnittstragfähigkeit, zu 50 % der Steindicke festgelegt.

Die Auswirkungen der Fugendicke auf die Tragfähigkeit sind ebenso Bestandteil der Untersuchungen. Hierfür wird diese zwischen 1,5 und 3,0 cm variiert. Alle anderen Berechnungen werden mit einer Fugendicke von 1,5 cm durchgeführt, welche bei sauber ausgeführtem Quadermauerwerk durchaus in einem realistischen Bereich liegt.

### 5.3 Spannungsverteilung in Abhängigkeit der Ausmitte

Abb. 5-6 zeigt - ähnlich wie in [42] - die Verläufe der Vertikalspannungen, Horizontalspannungen und Schubspannungen bei Quadermauerwerk. Dargestellt ist ein Vertikalschnitt in Wandmitte mit einem Stein und dazugehörigen Fugen. Folgende Ausgangswerte des Modells liegen den Berechnungen zugrunde:

Geometrie			Material						
$d_{St}$ [cm]	$h_{St}$ [cm]	$t$ [cm]	$\beta_{D,St}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\beta_{Z,St}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\beta_{D,M0}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_{St}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_{M0}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\mu_{St}$	$\mu_{M0}$
60	30	1,5	40	2,8	2	15.000	1250	0,2	0,2

**Tab. 5-2: Ausgangswerte zur Ermittlung der Spannungsverteilung**

Nach Abb. 5-6 entziehen sich die Fugenrandbereiche der Last. Wie schon erläutert, trägt der Mörtel in den Randbereichen Vertikalspannungen etwa gleich der einaxialen Mörteldruckfestigkeit. Wird diese im Laufe der Laststeigerung überschritten, so verhält sich der Mörtel nach Drucker-Prager ideal-plastisch und lagert die Spannungen auf den inneren Fugenbereich um. Wegen der Vertikalspannung und der Reibung zwischen Stein und Mörtel sowie dem größeren Querdehnvermögen des Mörtels baut sich im Inneren der Fuge ein mehraxialer Druckspannungszustand auf und ermöglicht so die Aufnahme von Vertikalspannungen, welche weit über der einaxialen Druckfestigkeit des Mörtels liegen. Dies ist in den Randbereichen nicht möglich, da dort die Querdehnung nicht in dem Maße behindert ist wie im Fugeninneren. Das beschriebene Verhalten führt mit wachsender Vertikalspannung zu einer zunehmenden Lasteinschnürung, welche wiederum zu großen Vertikalspannungen in Wandmitte führt. Somit entsteht mit dem Versagen der Fugenrandbereiche eine anwachsende Teilflächenpressung auf den Stein, welche Querzugspannungen in Steinmitte erzeugt. Die Verteilung der Vertikal- und Horizontalspannungen über die Steinhöhe ist jeweils in der Lastresultierenden bei  $m = 0$ ,  $m = 1,2$  und  $m = 2,6$  angetragen und zur linken Seite ausgeklappt dargestellt.

Im Falle der beiden ausmittigen Lastangriffe ist das Aufklaffen der Fuge anhand der Vertikalspannungsverteilung und für  $m = 2,6$  auch am Finite-Elemente-Körper gut zu erkennen. Unter den gewählten Material- und Geometrieparametern bestimmt für die verschiedenen Lastausmitten Steinversagen in den rot markierten Punkten die Tragfähigkeit. Bemerkenswert ist die Verteilung der Horizontalspannung im Stein bei der Lastausmitte  $m = 2,6$ . Hier wechselt, verglichen mit den beiden anderen Lastausmitten, das Vorzeichen der Horizontalspannungen im Bereich der Lastspur. So wandert bei dieser großen Ausmittigkeit der Bruchknoten an den rechten oberen Steinrand und damit in den Zug-Zug-Bereich des Mohr-Coulomb'schen Bruchkriteriums. Als Versagensursache wäre ein Längsriss im Stein nach Abb. 3-4 vorstellbar. Zur Darstellung der Horizontal- und Schubspannungen im Schnitt sei angemerkt, dass diese am vertikalen Steinrand Null sein müssten, was aufgrund der extrapolierten Ergebnisse aus der Finite-Elemente-Berechnung nicht berücksichtigt ist.



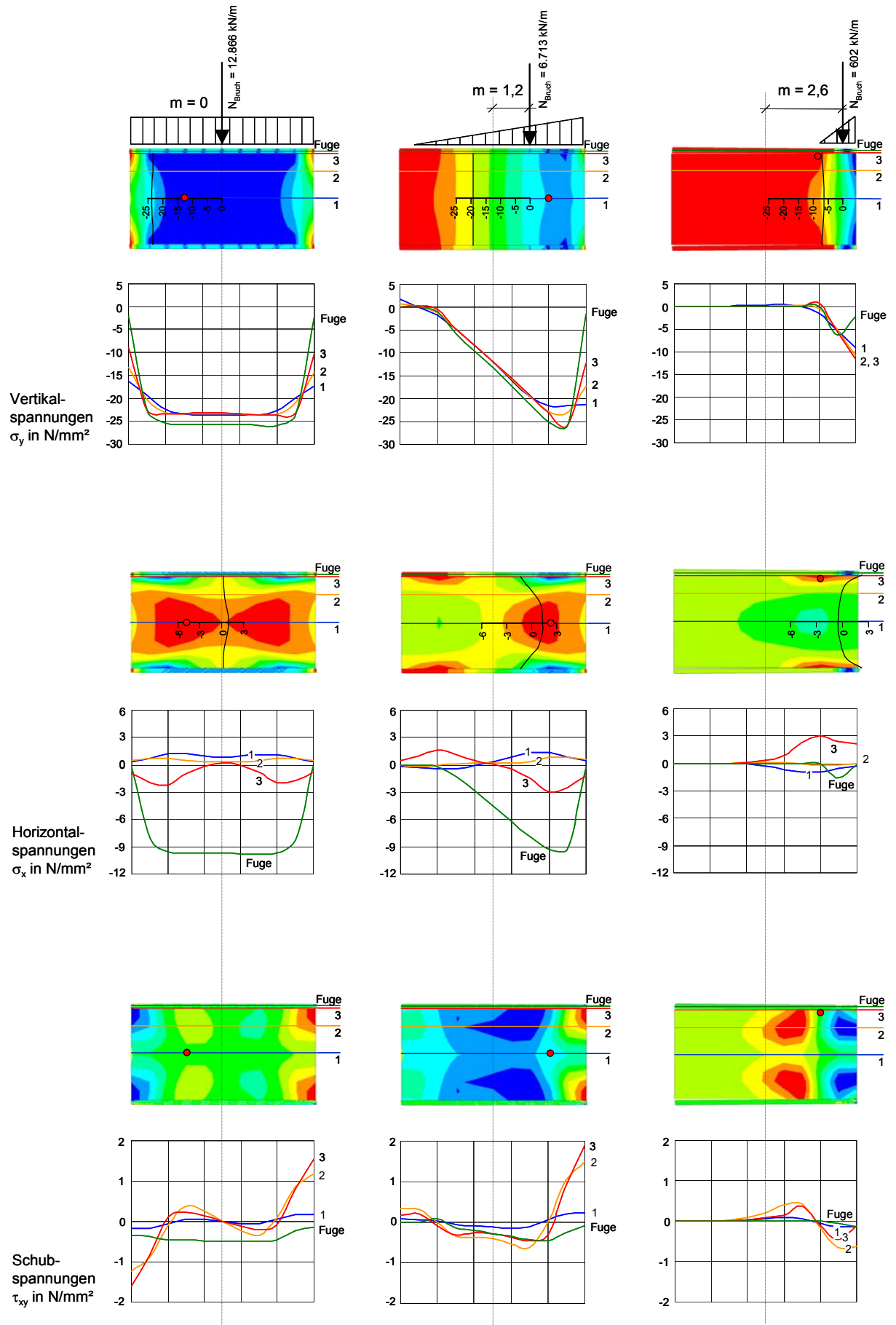


Abb. 5-6: Spannungsverteilung für das Standardmauerwerk

## 5.4 Spannungsverteilung in der Mörtelfuge

Abb. 5-7 zeigt die Spannungsverteilung in der Mörtelfuge der Wand unter zentrischer Belastung für Mörtelfestigkeiten von  $\beta_{D,M\ddot{o}} = 2$  und  $8 \text{ N/mm}^2$  nach dem verwendeten FE-Modell. Folgende Ausgangswerte liegen den Berechnungen zugrunde:

Geometrie			Material						
$d_{St}$ [cm]	$h_{St}$ [cm]	$t$ [cm]	$\beta_{D,St}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\beta_{Z,St}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\beta_{D,M\ddot{o}}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_{St}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_{M\ddot{o}}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\mu_{St}$	$\mu_{M\ddot{o}}$
60	30	3	40	2,8	2; 8	15.000	1.250; 3.380	0,2	0,2

Tab. 5-3: Ausgangswerte zur Ermittlung der Spannungsverteilung in der Fuge

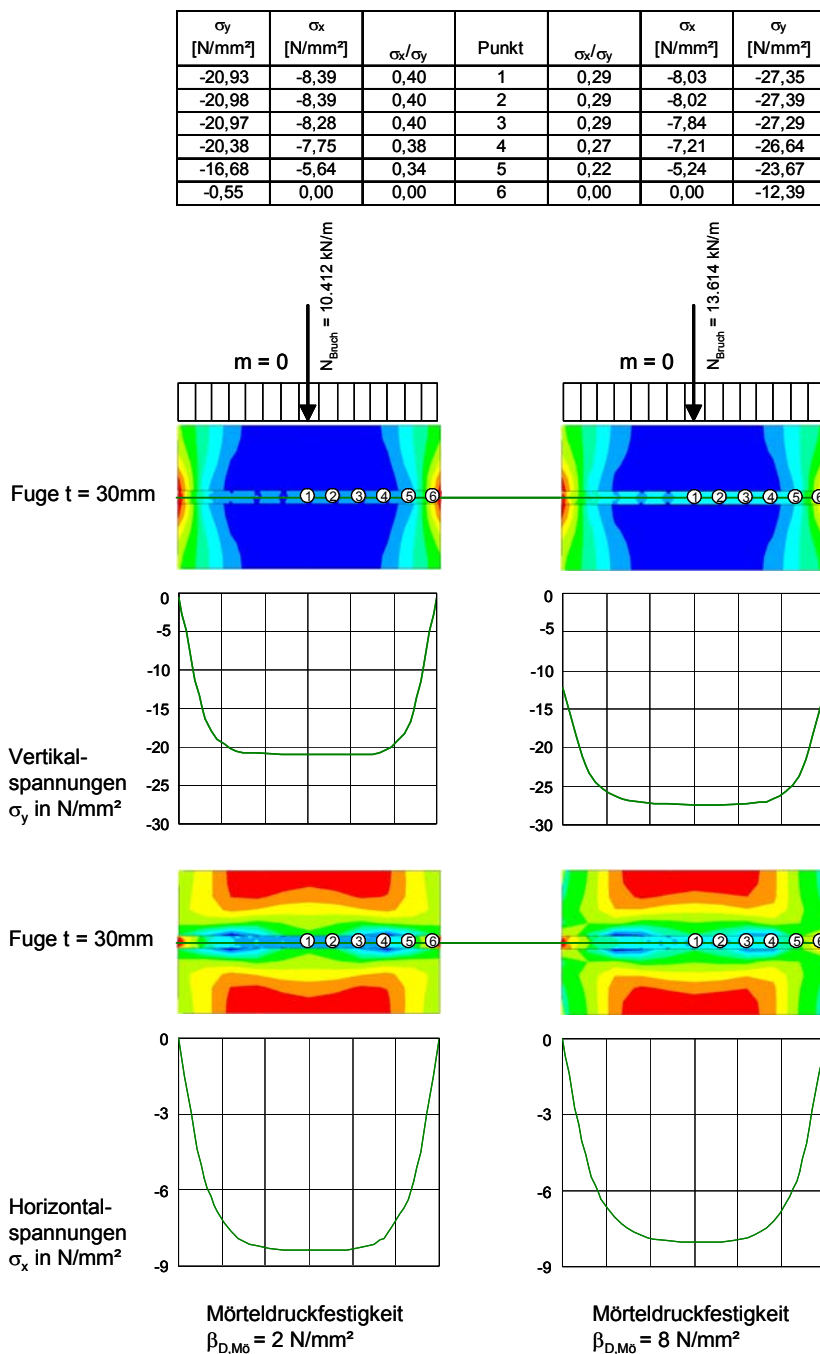


Abb. 5-7: Spannungsverhältnisse und Spannungsverteilung in der Mörtelfuge

Jeder Punkt der Mörtelfuge steht auf unterschiedlichem Spannungsniveau und unter anderem Spannungsverhältnis  $\sigma_v/\sigma_R$ . Der Mittelbereich der Fugen steht unter dem höchsten Spannungsverhältnis, während im Randbereich, wegen der fehlenden Querdehnungsbehinderung, kein Umschnürungsdruck wirken kann. Bei weichem Mörtel werden höhere Spannungsverhältnisse sowie eine größere Last einschnürung erkennbar. Infolge dieser deutlicher ausgeprägten Last einschnürung kommt es wegen der daraus resultierenden stärker konzentrierten Teilflächenpressung zu einer geringeren Traglast, als bei Mauerwerk mit festerem Mörtel.

## 6 Traglasten nach Finite-Elemente-Berechnung

Im Folgenden werden die Ergebnisse der Finite-Elemente-Berechnungen aufgeführt und diskutiert. Es wurden Traglastkurvenscharen erstellt, welche die Traglast beziehungsweise Bruchlast unter der jeweiligen Material- und Geometrie-Parameterkombination für bezogene Lastausmittigkeiten von  $m = 0$  bis  $m = 3$  wiedergeben.

Um einen Überblick zu den Einflüssen verschiedener Geometrie- und Materialparameter auf die Traglasten zu erhalten, wurden folgende Kennwerte untersucht:

- die Steinhöhe  $h_{St}$  beziehungsweise das Verhältnis von Steinhöhe zu Steindicke  $h_{St}/d_{St}$
- die Fugendicke  $t$
- der Elastizitätsmodul des Mörtels  $E_{Mö}$
- der Elastizitätsmodul des Steins  $E_{St}$
- die Querdehnzahl des Mörtels für den elastischen Bereich  $\mu_{Mö,el}$  in Kopplung mit der Steinhöhe  $h_{St}$
- die Querdehnzahl des Steins  $\mu_{St}$
- die Mörteldruckfestigkeit  $\beta_{D,Mö}$
- die Steindruckfestigkeit  $\beta_{D,St}$  in Kopplung mit einer Steinzugfestigkeit  $\beta_{Z,St}$
- die Steindicke  $d$  in Kopplung mit der Steindruckfestigkeit  $\beta_{D,St}$

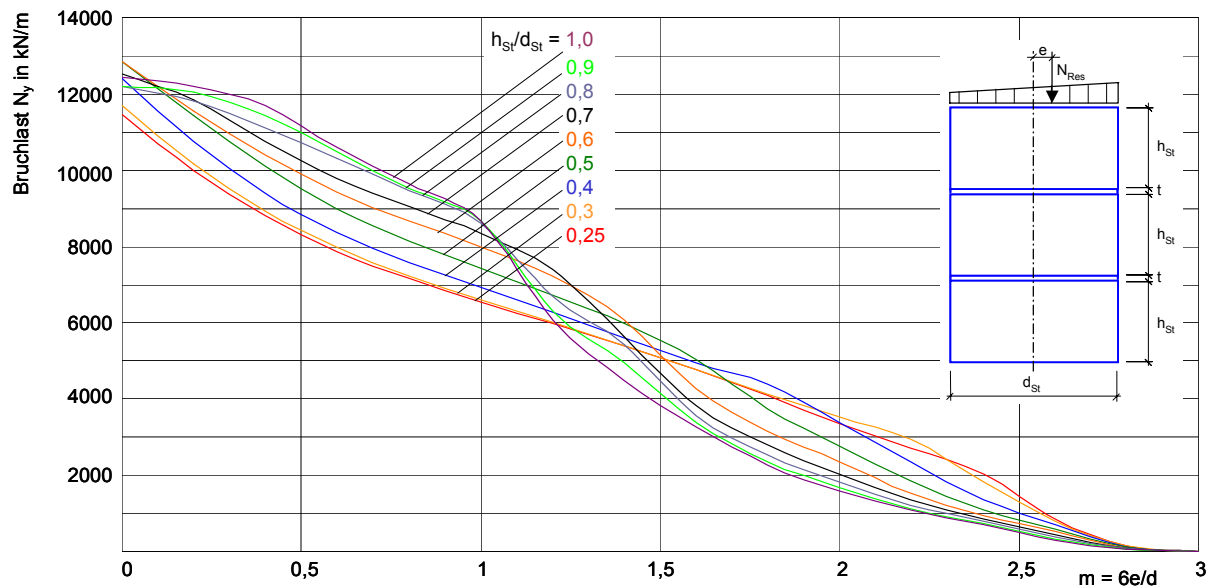
Dem Anhang E können hierzu die entsprechend gewählten Parameterkombinationen, zu denen die Berechnungen erfolgten, entnommen werden.

### 6.1 Traglast in Abhängigkeit von der Steinhöhe

In Abb. 6-1 sind die Kurvenverläufe der Traglasten für unterschiedliche Verhältnisse von Steinhöhe zu Steindicke beziehungsweise zu Bogendicke dargestellt. Bei zentrischem Lastangriff ist bis zu einem Verhältnis von  $h_{St}/d_{St} = 0,50$  eine Steigerung der Bruchlasten zu erkennen. Die Ursache für die größeren Bruchlasten bei höheren Steinen liegt in dem von der Steinhöhe abhängigen Spannungszustand im Stein. Es gibt zwei wesentliche Wirkungen, die diesen Spannungszustand beeinflussen.

Das sind zum einen Querkzugspannungen aus Teilflächenpressung infolge des Plastifizierens des Mörtels in den Fugenrandzonen beim Überschreiten seiner einaxialen Druckfestigkeit beziehungsweise Ausbrechens der Mörtelfuge. Zum anderen sind es Zwängungsspannungen durch die behinderte Querdehnung des Mörtels.

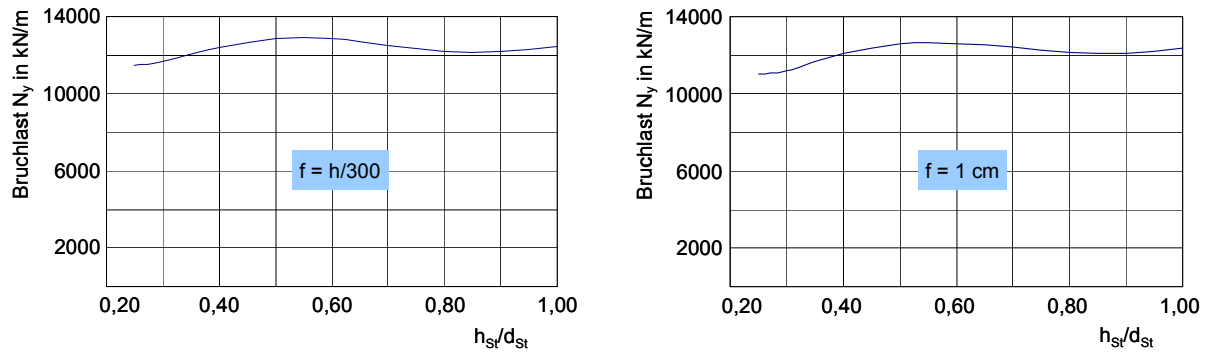
Nach Sabha/Weigert [50] entfernen sich mit zunehmendem Verhältnis von Steinhöhe zu Steindicke die Spannungsspitzen aus beiden Wirkungen. Bei flachen Steinen kommt es dagegen zu einer Überlagerung der beiden Querkzugspannungsanteile und damit zu einer Erhöhung der Querkzugspannungen. Dies bedingt niedrigere Traglasten bei gleicher Steindicke. Nach Abb. 6-1 stagniert jedoch die Zunahme der Bruchlasten für den zentrischen Lastangriff ab einem Verhältnis Steinhöhe/Steindicke von 0,6. Für die Verhältnisse von 0,7 bis 1,0 fällt die Traglast gegenüber den kleineren Verhältnissen von 0,4 beziehungsweise 0,5 sogar wieder. Dies widerspricht jedoch dem eben erläuterten Zusammenhang zwischen Steinhöhe und erreichbarer Traglast.



**Abb. 6-1:** Traglasten für verschiedene Verhältnisse  $h_{st}/d_{st}$ :  $d_{st} = 60 \text{ cm}$ ,  $t = 1,5 \text{ cm}$ ,  $\beta_{D,St} = 40 \text{ N/mm}^2$ ,  $\beta_{Z,St} = 2,8 \text{ N/mm}^2$ ,  $\beta_{D,Mö} = 2 \text{ N/mm}^2$

Als mögliche Ursache hierfür wird zunächst ein traglastmindernder Einfluss der aus numerischen Gründen eingebrachten Vorverformung von  $h/300$  vermutet.

Abb. 6-2 zeigt den Verlauf der Traglasten von verschiedenen Steinhöhen bei zentrischem Lastangriff für eine von der Steinhöhe abhängige Vorverformung von  $h/300$  und für eine von der Steinhöhe unabhängige konstante Vorverformung von 1 cm.



**Abb. 6-2: Traglastverlauf für verschiedene Verhältnisse  $h_{St}/d_{St}$  und bei zentrischem Lastangriff**

Es zeigt sich ein qualitativ gleichartiger Verlauf für die mit der Steinhöhe veränderliche Vorverformung und für die konstante Vorverformung. Somit scheidet die mit größer werdender Steinhöhe anwachsende Vorverformung mit  $h/300$  als bruchlastmindernde Ursache bei zentrischer Last aus.

Als ein weiterer möglicher Grund für diesen Umstand kann ein Fehler numerischen Ursprungs vermutet werden. Jedoch verfügt Ansys nach Kenntnis des Verfassers nicht über Möglichkeiten zur Überprüfung der nichtlinearen Berechnung auf numerische Lösungsungenauigkeiten, weshalb dem nicht weiter nachgegangen werden kann.

Sabha und Weigert [50] untersuchten mittels FEM die Auswirkungen der querzugerzeugenden Einflüsse aus Teilflächenpressung und Querdehnungsbehinderung auf die genauen Spannungszustände im Stein. Sie bestimmten für drei verschiedene Steinhöhen die Spannungsverteilung der Querzugspannungen über die Steinhöhe. Ihre Arbeit beschäftigte sich jedoch mit Natursteinmauerwerk, welches Fugendicken von 5 bis 20 % der Steindicke aufweist. In der vorliegenden Arbeit wird zur Untersuchung des Einflusses der Steinhöhe Natursteinmauerwerk mit einer Fugenhöhe von 2,5 % der Steindicke betrachtet. Somit ist ein unmittelbarer Rückschluss auf die Spannungsverteilung für das hier untersuchte Mauerwerk nicht möglich. Zudem genügt die alleinige Angabe der Größe und Verteilung der Querzugspannungen im Stein nicht, um auf das Versagen schließen zu können. Hierzu müssen die Hauptdruckspannung  $\sigma_{III}$  und die Hauptzugspannung  $\sigma_I$  bekannt sein. Im Folgenden soll aber ein qualitativer Bezug hinsichtlich der Einflüsse von Teilflächenpressung und Querdehnungsbehinderung auf verschieden hohe Steine geschaffen werden.

Sabha/Weigert fanden heraus, dass flache Steine größtenteils kleinere Querzugspannungen infolge Teilflächenpressung aufweisen als hohe Steine. Weiterhin stellten sie fest, dass der aus Zwang resultierende Querzug in Steinmitte bei flachen Steinen mit zunehmender Fugendicke ansteigt, wohingegen dieser Einfluss mit höher werdenden Steinen abebbt. So weisen quadratische Steine eine von der Fugendicke unabhängige Querzugspannung aus Zwang in Steinmitte von Null auf.

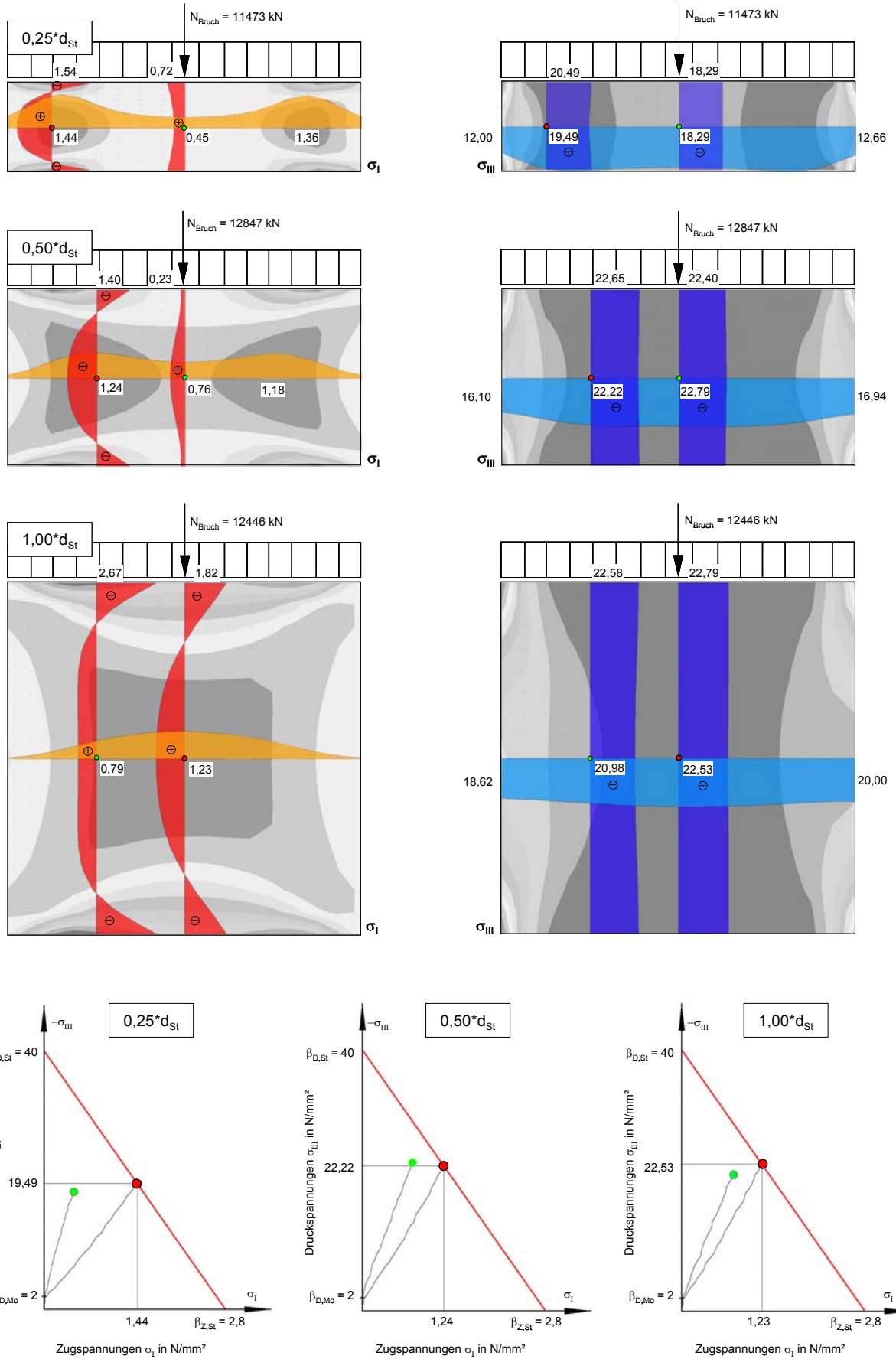
Vorgenommene Proberechnungen mit Fugendicken von vier bis neun Zentimetern zeigten einen Anstieg der Bruchlast bei zentrischer Last mit zunehmender Steinhöhe und bestätigten somit die Ergebnisse von Sabha/Weigert hinsichtlich der erreichbaren Bruchlasten.

Dass nun bei Mauerwerk mit dünnen Fugen von  $t = 1,5$  cm die Bruchlasten höherer Steine bei zentrischem Lastangriff zunächst stagnieren und später gegenüber flacheren Steinen sogar sinken, könnte mit den auftretenden Hauptzugspannungsanteilen aus Teilflächenpressung und Querdehnungsbehinderung erklärt werden. Wie oben schon erwähnt, mindern dünne Fugen den Anteil aus Zwang und steigert sich bei hohen Steinen der Anteil aus Teilflächenpressung. Somit bleibt zu vermuten, dass sich die geringere Tragfähigkeit des Mauerwerks mit hohen Steinen und dünnen Fugen bei zentrischer Last darin begründet, dass hier die bruchverursachende Hauptspannungskombination infolge Teilflächenpressung eher erreicht ist als bei flacheren Steinen infolge Teilflächenpressung und Zwang zusammen.

In Abb. 6-1 zeigt sich ab  $m \approx 0,25$  ( $e = 2,5$  cm) die erwartete Traglaststeigerung mit zunehmender Steinhöhe. Hierbei wechselt bei den hohen Steinen der Bruchknoten von der Steinmitte ins obere Viertel. Dort wird die bruchverursachende Hauptspannungskombination aus Teilflächenpressung und Zwang erzeugt, wobei hier der Anteil aus Teilflächenpressung geringer ist als in vertikaler Steinmitte. Dies bedingt eine höhere Tragfähigkeit gegenüber den flachen Steinen, bei denen der Bruchknoten mit steigender Ausmitte länger in vertikaler Steinmitte verbleibt.

Um die Spannungsverteilungen der Hauptzug- und Hauptdruckspannungen bei unterschiedlichen Steinhöhen zu veranschaulichen, wurden diese für das der vorliegenden Arbeit zugrunde liegende dünnfugige Mauerwerk ermittelt. Abb. 6-3 zeigt die ermittelten Verläufe der Hauptzugspannungen sowie der Hauptdruckspannungen für drei Steinhöhen mit  $0,25 \cdot d_{St}$  (15 cm),  $0,50 \cdot d_{St}$  (30 cm) und  $1,00 \cdot d_{St}$  (60 cm) für den Fall der zentrischen Belastung. Dabei sind jeweils in den linken Schnitten die Hauptzugspannungsverläufe  $\sigma_I$  und in den rechten die zugehörigen Hauptdruckspannungsverläufe  $\sigma_{III}$  dargestellt. Die Verteilungen über die Steinhöhe sind für die Steinmitte und - vom Rand aus gemessen - den Achtelpunkt für  $h_{St} = 0,25 \cdot d_{St}$  beziehungsweise den Viertelpunkt für die anderen Steinhöhen angegeben. Zudem wird der Verlauf der beiden Spannungskomponenten über die Steindicke dargestellt. Zur Darstellung der Horizontalverteilung der Hauptzugspannungen sei hierbei festgestellt, dass diese am vertikalen Steinrand Null sein müssten, was wegen der extrapolierten Ergebnisse aus der Finite-Elemente-Berechnung nicht berücksichtigt ist. Die Bruchknoten sind mit einem roten Punkt markiert. Die Isoflächendarstellung der Spannungsverteilungen ist transparent hinterlegt.

Außerdem sind in Abb. 6-3 jeweils die Spannungspfade der pro Stein betrachteten zwei Knoten bis zur Bruchlast gezeigt. Zur besseren Übersicht ist im Druck-Zug-Bereich die Zugachse gegenüber der Druckachse gestreckt abgebildet.



**Abb. 6-3: Spannungsverteilung im Stein in Abhängigkeit der Steinhöhe und dazugehörige Bruchkriterien**

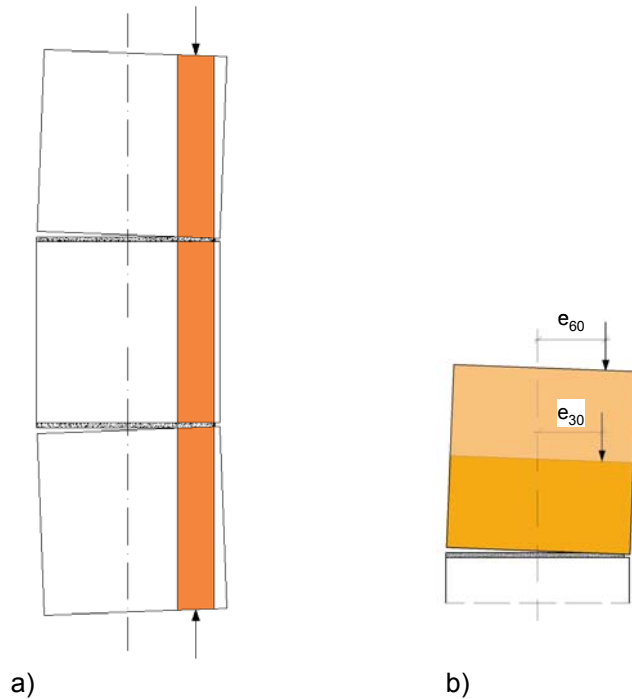
Anhand dieser Spannungsbilder wird ersichtlich, wie sich mit zunehmender Steinhöhe die Einflussbereiche von Querkzug aus Querdehnungsbehinderung und Teilflächenpressung mehr und mehr entfernen. Der Einflussbereich der Querdehnungsbehinderung liegt am horizontalen Steinrand und hat demnach mit wachsender Steinhöhe immer geringer werdende Auswirkungen auf den Bruchknoten in Steinmitte. So wird mit zunehmender Steinhöhe die Teilflächenpressung zur maßgebenden Einwirkung auf die bruchrelevante Hauptspannungskombination, da sich der Einfluss aus Zwang verliert. Es wird zudem deutlich, dass sich neben den Größen der Hauptzugspannungen auch die Stellen der Maximalwerte und somit auch die Orte der Bruchknoten ändern. Das Tragverhalten verschieden hoher Steine unterscheidet sich daher nicht nur in der Größe der maximalen Querkzugspannungen, sondern auch in der Stelle für deren Auftreten im Stein sowie in der maßgebenden querkzugerzeugenden Wirkung.

Alle Bruchknoten des Drei-Stein-Körpers liegen vertikal gesehen für jede betrachtete Steinhöhe in der Mitte des mittleren Steines. Über der Steindicke liegt der Bruchknoten für den flachen Stein - vom Rand aus gemessen - im Achtel. Mit zunehmender Steinhöhe wandert der Bruchknoten in Richtung Steinmitte. Er liegt bei dem mittleren Stein im Viertel der Steindicke und bei dem quadratischen Stein genau in der Mitte. Ebenfalls erkennbar ist die mit zunehmender Steinhöhe anwachsende Hauptdruckspannung am freien Steinrand, indem der Einfluss des plastifizierten Fugenrandbereiches dort abnimmt. Somit zeigt sich bei dem quadratischen Stein in horizontaler Richtung eine fast konstante Hauptdruckspannung. Bei allen Steinhöhen findet sich über die Steinhöhe eine annähernd konstante Verteilung der Hauptdruckspannung in den betrachteten Schnitten.

Nach Abb. 6-1 fallen mit zunehmender Lastausmitte die Traglasten für die größeren Verhältnisse  $h_{St}/d_{St}$  niedriger aus als die der kleineren Verhältnisse. Dies hat im wesentlichen zwei Gründe. Zum einen verringert sich mit wachsender Ausmitte durch das Klaffen der Fugen und durch das Plastifizieren der Fugenrandbereiche die überdrückte Fläche im Fugenbereich. Dies führt mit zunehmender Steinhöhe zu einer anwachsenden Schlankheit. Zum anderen nimmt mit wachsender Steinhöhe durch das Klaffen der Fugen und durch das Plastifizieren des Randmörtels die Lastausmitte zu. Abb. 6-4 veranschaulicht beide Wirkungen.

Diese beiden Effekte bewirken ein Wechseln des Bruchknotens auf die lastabgewandte Steinseite beziehungsweise auf den oberen horizontalen Steinrand, welches bei hohen Steinen mit wachsender Ausmitte früher eintritt als bei flachen Steinen. Mit diesem Wechsel des Bruchknotens streben die Hauptzugspannungen gegen die Steinzugfestigkeit, wobei die auftretenden Hauptdruckspannungen gegen Null laufen. Die so erreichbaren Traglasten verringern sich damit schlagartig, was sich in dem plötzlichen Abfall der Traglastkurven in Abb. 6-1 verdeutlicht.





**Abb. 6-4: a) Zunahme der Schlankheit bei großer Ausmitte und b) Vergrößerung der Lastausmitte mit hohen Steinen**

Gelenkbildung tritt für  $h_{St}/d_{St} = 0,25$  bis  $0,60$  bei der bezogenen Lastausmitte  $m = 2,8$  ein. Für alle größeren Verhältnisse wird ein Versagen durch Gelenkbildung für  $m = 2,6$  bis  $2,8$  verzeichnet.

## 6.2 Traglast in Abhängigkeit von der Fugendicke

Je kleiner das Verhältnis Lagerfugendicke/Steindicke ist, desto kleiner sind nach [50] die infolge Querdehnungsbehinderung hervorgerufenen Querzugspannungen im Stein. Ebenso verringert sich bei dünnen Fugen die Tiefe der Plastifizierung des Randmörtels beziehungsweise dessen Ausbröcklungstiefe. Abb. 6-5 zeigt exemplarisch die qualitative Größe der Einschnürung des Lagerfugenmörtels in Abhängigkeit der Fugendicke. Danach verbleibt bei dünnen Fugen in der Kontaktfläche Fuge/Stein zur Kraftübertragung mehr Fläche, wodurch in vertikaler Steinmitte geringere Hauptzugspannungen infolge Teilflächenpressung auftreten. Beide querzugspannungserzeugenden Einflüsse verlieren also mit abnehmender Fugendicke an minderndem Einfluss auf die Tragfähigkeit des Mauerwerks.

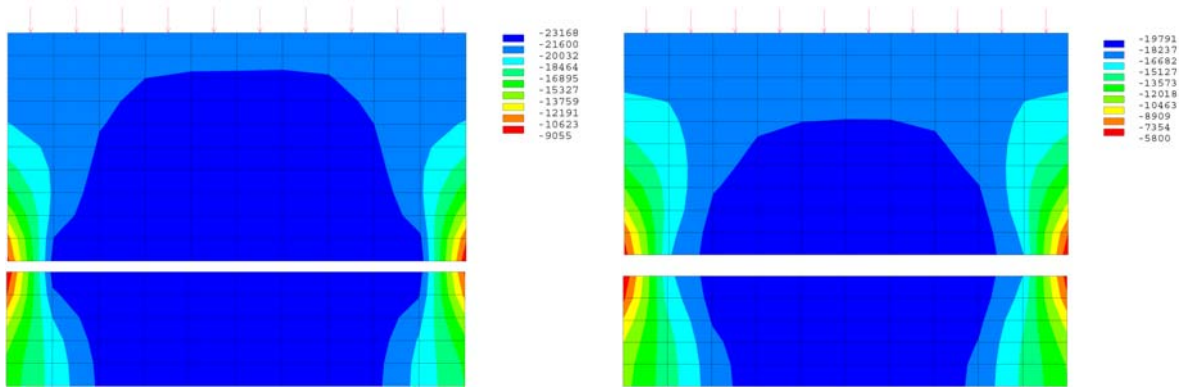


Abb. 6-5: Einschnürung des Lagerfugenmörtels bei  $t = 1,5$  cm und  $t = 3,0$  cm, Darstellung anhand der Hauptdruckspannungen  $\sigma_{III}$

Abb. 6-6 verdeutlicht die beschriebene Auswirkung der Fugendicke auf die Traglast. Ab einer bezogenen Ausmitte von  $m = 1,6$  ist für jede der Kurven ein Traglastabfall zu verzeichnen. Die Ursachen hierfür wurden bereits im Abschnitt 6.1 beschrieben. Mit diesem Abfall der Traglasten nähern sich alle Kurven im Verlauf an, so dass der Einfluss der Fugendicke auf die Traglast bei größeren Ausmitten etwas nachlässt.

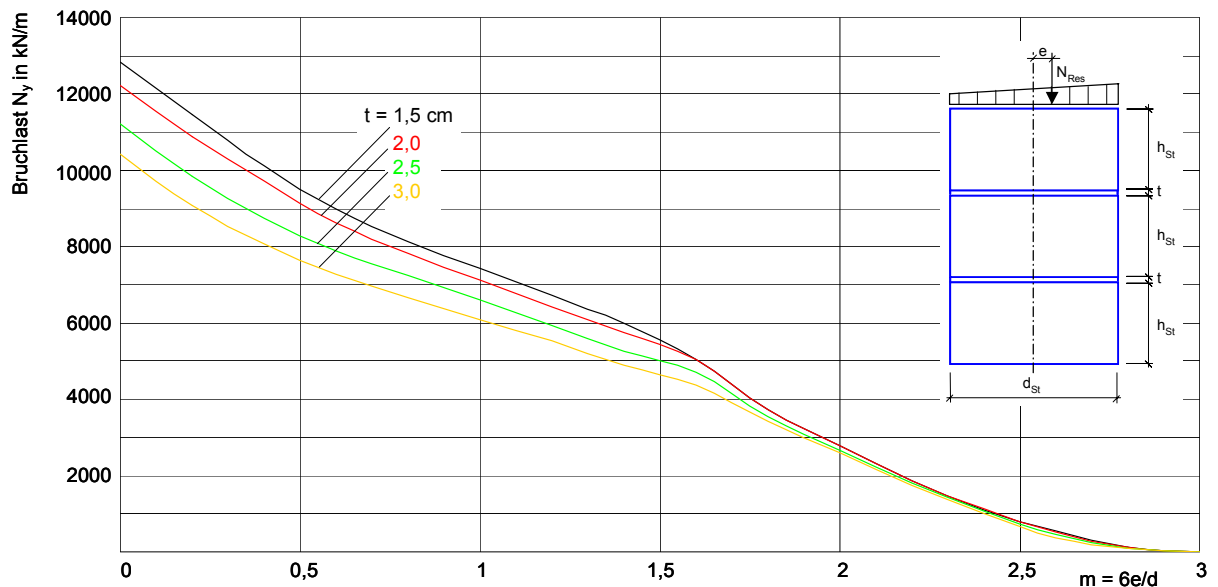


Abb. 6-6: Traglastkurven für verschiedene Fugendicken:  $d_{St} = 60$  cm,  $h_{St} = 30$  cm,  $\beta_{D,St} = 40$  N/mm<sup>2</sup>,  $\beta_{Z,St} = 2,8$  N/mm<sup>2</sup>,  $\beta_{D,Mö} = 2$  N/mm<sup>2</sup>

Für  $t = 1,5$  bis  $2,5$  cm tritt bei der bezogenen Lastausmitte  $m = 2,8$  Gelenkbildung ein. Bei einer Fugendicke von  $t = 3$  cm versagt der Mauerwerksquerschnitt bereits ab  $m = 2,6$  durch Gelenkbildung.

### 6.3 Traglast in Abhängigkeit vom Elastizitätsmodul des Steins

Die Variation des E-Moduls des Steins zeigt nach Abb. 6-7 keine nennenswerten Auswirkungen auf die Traglasten des gedrunenen Drei-Stein-Körpers. Somit genügt die Annahme einer Arbeitslinie für den Fall der einaxialen Beanspruchung zur Ermittlung der Traglasten und es erübrigt sich die Implementierung einer dreiaxialen Spannungs-Dehnungs-Beziehung für den Stein. Versagen infolge Gelenkbildung ist für alle untersuchten E-Moduli ab  $m = 2,8$  festzustellen.

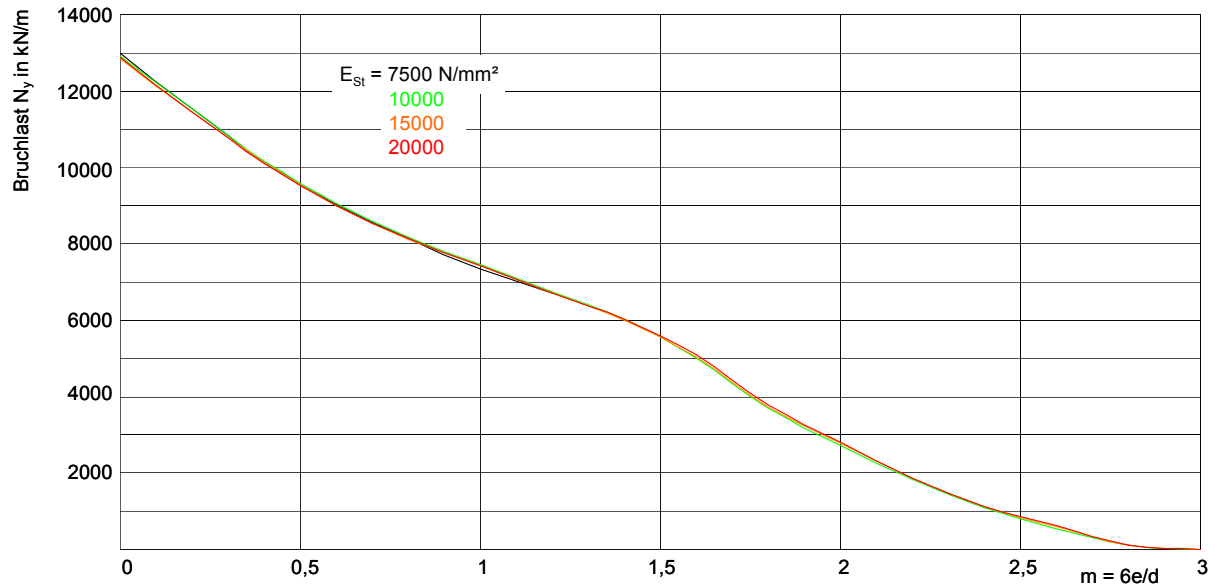
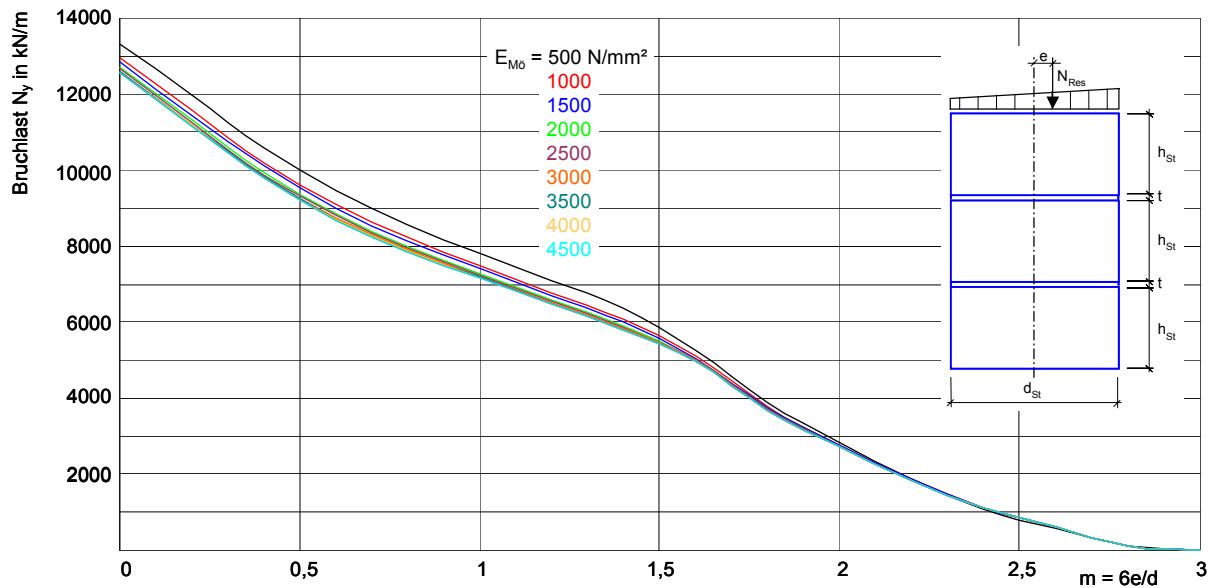


Abb. 6-7: Traglasten in Abhängigkeit verschiedener Stein-E-Moduli:  $d_{St} = 60$  cm,  $h_{St} = 30$  cm,  $t = 1,5$  cm,  $\beta_{D,St} = 40$  N/mm<sup>2</sup>,  $\beta_{Z,St} = 2,8$  N/mm<sup>2</sup>,  $\beta_{D,M\ddot{o}} = 2$  N/mm<sup>2</sup>

### 6.4 Traglast in Abhängigkeit vom Elastizitätsmodul des Mörtels

Auch im Falle des Mörtel-E-Moduls zeigt sich nach Abb. 6-8 ein sehr geringer Einfluss auf die Querschnittstragfähigkeit. Ausgehend von der Tragfähigkeit mit  $E_{M\ddot{o}} = 1000$  N/mm<sup>2</sup> liegt die Bruchlast unter Verwendung von  $E_{M\ddot{o}} = 4500$  N/mm<sup>2</sup> lediglich um  $\sim 3$  % niedriger. Eine solche Abweichung kann im Mauerwerksbau als vernachlässigbar klein bezeichnet werden. Auffallend ist die etwas deutlichere Zunahme der Tragfähigkeit mit  $E_{M\ddot{o}} = 500$  N/mm<sup>2</sup>. Entgegen der Erwartung, dass mit Abnahme des Elastizitätsmoduls auch die Traglast geringfügig abnimmt, steigt diese. Möglicherweise liegt dies an einer Versteifung der Elemente infolge zu großer Verschiebungen oder an einem numerischen Fehler wegen des großen Steifigkeitssprungs zum Stein. Die genaue Ursache kann jedoch nicht festgestellt werden.



**Abb. 6-8: Traglasten in Abhängigkeit verschiedener Mörtel-E-Moduli:  $d_{St} = 60$  cm,  $h_{St} = 30$  cm,  $t = 1,5$  cm,  $\beta_{D,St} = 40$  N/mm<sup>2</sup>,  $\beta_{Z,St} = 2,8$  N/mm<sup>2</sup>,  $\beta_{D,Mö} = 2$  N/mm<sup>2</sup>**

Wie auch bei den Untersuchungen zuvor macht sich ein Traglastabfall bei einer bezogenen Lastausmitte von  $m = 1,6$  bemerkbar. Mit diesem Abfall der Traglasten nähern sich die Traglastkurven für die verschiedenen E-Moduli im Verlauf derart an, dass der ohnehin geringe Einfluss unterschiedlicher Elastizitätsmoduli des Mörtels auf die Traglast noch mehr abnimmt. Analog zum Stein genügt hinsichtlich des geringen Einflusses des Mörtel-E-Moduls auf die erreichbaren Bruchlasten zur Verwendung im Finite-Elemente-Modell eine Spannungs-Dehnungs-Beziehung für den einaxialen Belastungsfall. In allen Fällen der betrachteten Mörtel-E-Moduli tritt ab  $m = 2,8$  ein Versagen infolge Gelenkbildung ein.

## 6.5 Traglast in Abhängigkeit der Querdehnzahl des Steins

Es wurden verschiedene Werte der Querdehnzahl für den Stein untersucht, um deren Einfluss auf die Traglast des Mauerwerks zu ermitteln. Aus Zeitgründen wurden die Rechnungen zu dieser Untersuchung nur für den zentrischen Lastangriff und für ein Verhältnis  $h_{St}/d_{St} = 0,50$  durchgeführt. Abb. 6-9 zeigt den Verlauf der Traglasten für Querdehnzahlen von  $\mu_{St} = 0,05$  bis  $\mu_{St} = 0,45$ . Aufgrund der mit wachsender Stein-Querdehnzahl kleiner werdenden Querdehnungsdifferenz zum Mörtel, dessen Querdehnzahl im Fließbereich gegen  $\mu_{Mö} = 0,50$  strebt, ist ein minimaler Anstieg der Bruchlast mit steigender Stein-Querdehnzahl zu verzeichnen. Ausgehend von der kleinsten erreichten Traglast beträgt der prozentuale Unterschied zu der größten jedoch lediglich 1,5 % und ist damit für die Ermittlung der Querschnittstragfähigkeit vernachlässigbar gering. Eine Kopplung der Stein-Querdehnzahl an den jeweils herrschenden Spannungszustand ist daher nicht notwendig.

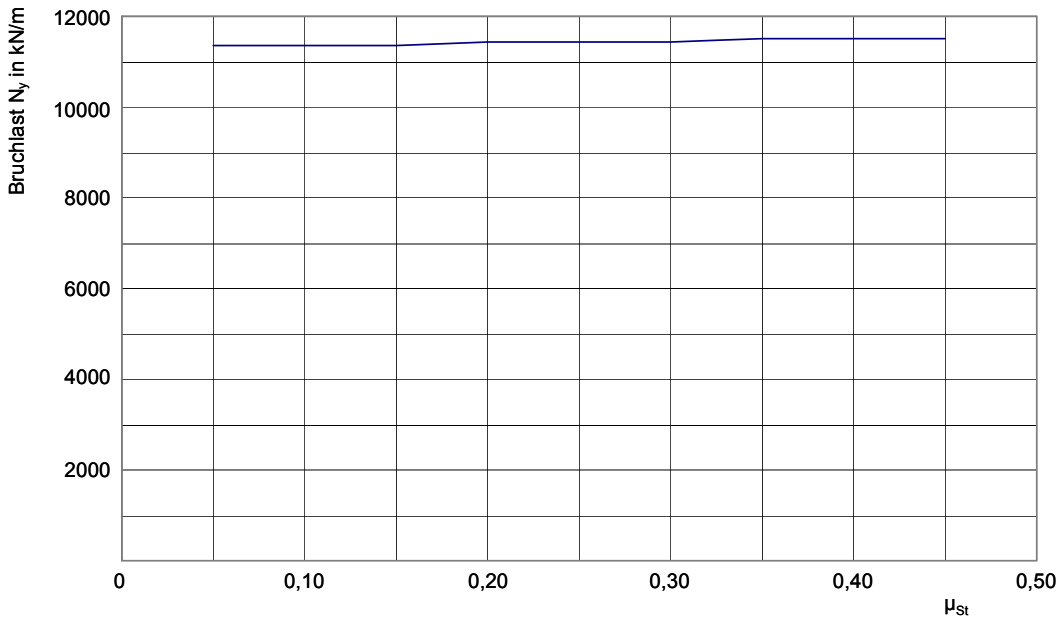


Abb. 6-9: Entwicklung der Traglast über verschiedene Stein-Querdehnzahlen

## 6.6 Traglast in Abhängigkeit der Querdehnzahl des Mörtels

Bierwirth [23] bestimmte für einen Normalmörtel MG IIa die Größe der Querdehnzahl in Abhängigkeit verschiedener Spannungsverhältnisse (Umschnürungsdruck/Vertikalspannung) und Beanspruchungsgrade (aktuelle Vertikalspannung von der jeweils im Versuch erreichten maximalen Vertikalspannung). Danach liegen für den untersuchten Mörtel die Querdehnzahlen bei geringen Belastungen nur etwa bei 0,06. Unter zunehmender Beanspruchung ist ein Anstieg der Querdehnungen für alle Spannungsverhältnisse zu verzeichnen. Bei Höchstlast werden Werte bis zu  $\mu_{M\delta} = 0,31$  gemessen. Untersuchungen für den in dieser Arbeit angesetzten historischen Kalkmörtel liegen dem Verfasser nicht vor, so dass die Untersuchungsergebnisse von Bierwirth als Anhalt dienen. So wurden bei den Berechnungen zwar Querdehnzahlen bis zu 0,49 einbezogen, zur Beurteilung des Einflusses auf die Traglasten in Abhängigkeit verschiedener Steinhöhen sollen jedoch die ermittelten Traglasten für  $\mu_{M\delta} = 0,04$  beziehungsweise  $\mu_{M\delta} = 0,20$  und  $\mu_{M\delta} = 0,40$  verglichen werden. Es wird darauf hingewiesen, dass die gewählten Querdehnzahlen nur für die Mörtelbereiche gelten, welche sich im elastischen Zustand befinden. Unter dem verwendeten Fließmodell nach Drucker-Prager strebt  $\mu_{M\delta}$  mit Eintritt des Fließens gegen 0,5. Die ermittelten Traglastdifferenzen resultieren daher ausschließlich aus dem unterschiedlichen Querdehnungsverhalten der Mörtel im elastischen Zustand.

Abb. 6-10 und Abb. 6-11 zeigen die Traglastkurven für verschiedene Mörtel-Querdehnzahlen über unterschiedliche Verhältnisse Steinhöhe/Steindicke.

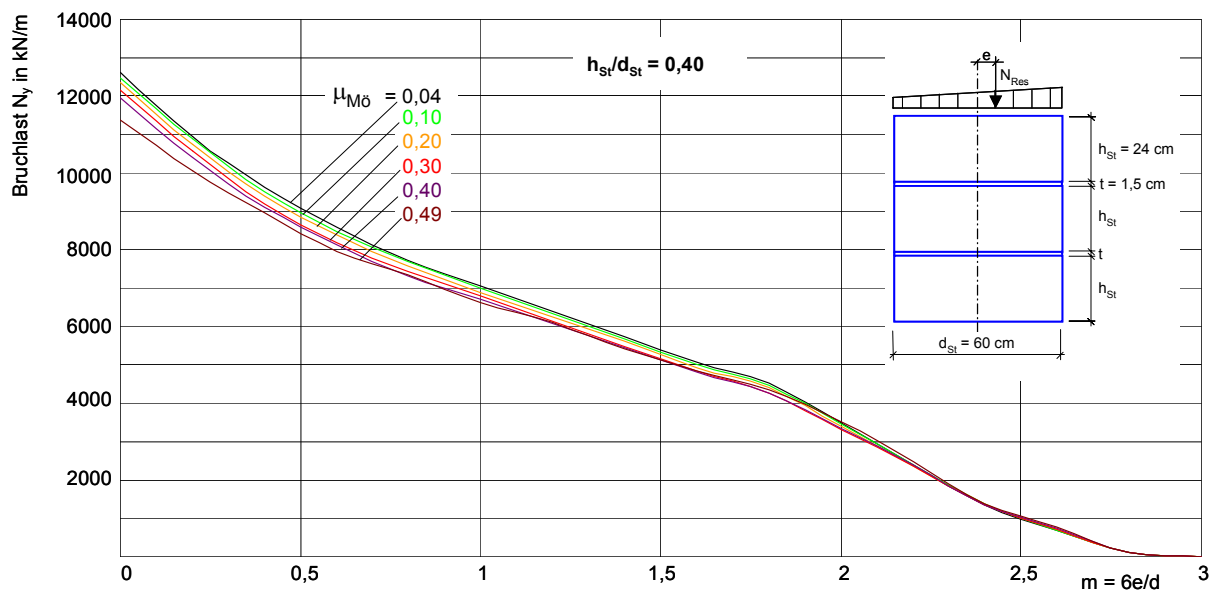
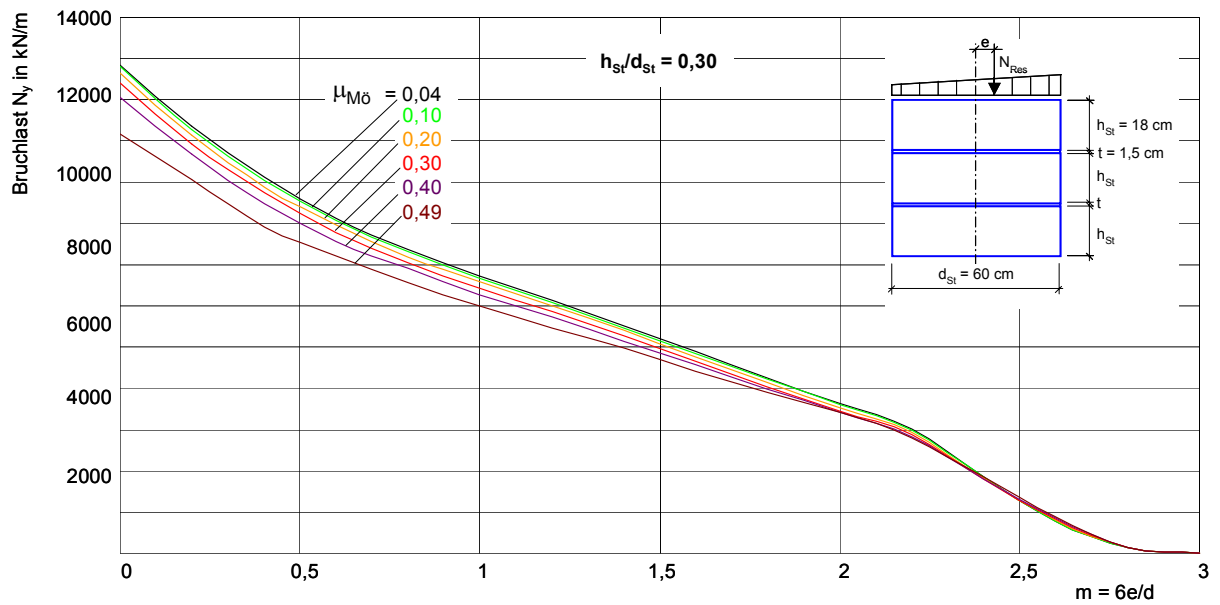
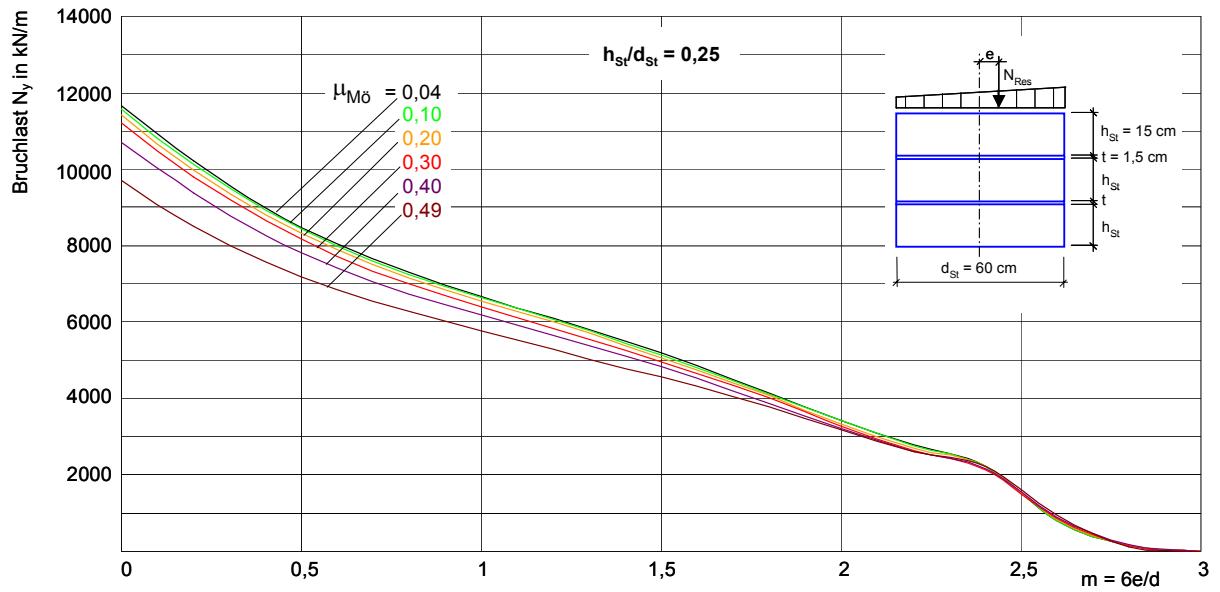
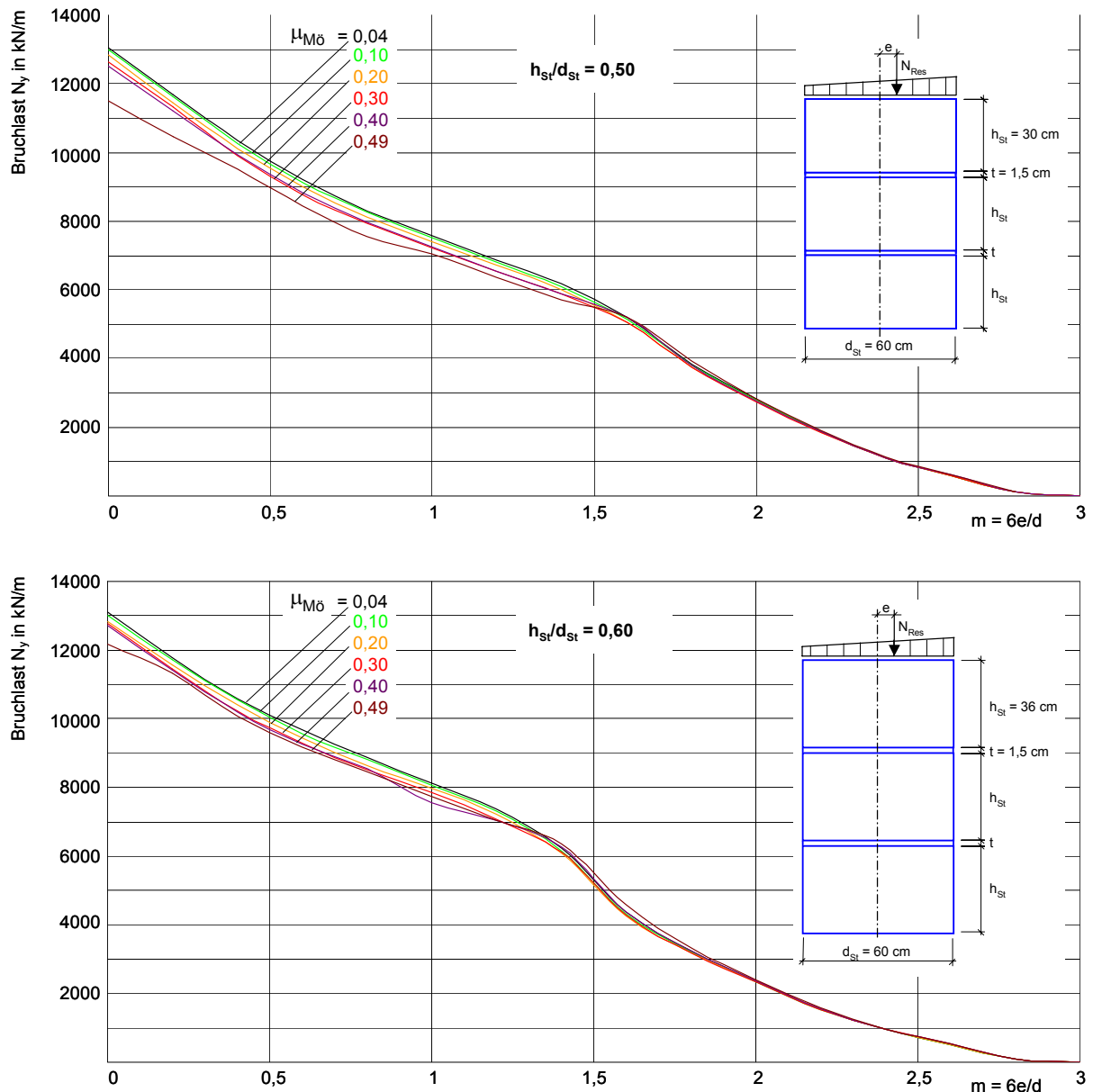


Abb. 6-10: Traglasten in Abhängigkeit von der Mörtel-Querdehnzahl:  $d_{St} = 60$  cm,  $t = 1,5$  cm,  $\beta_{D,St} = 40$  N/mm<sup>2</sup>,  $\beta_{Z,St} = 2,8$  N/mm<sup>2</sup>,  $\beta_{D,Mö} = 2$  N/mm<sup>2</sup>



**Abb. 6-11: Traglasten in Abhängigkeit von der Mörtel-Querdehnzahl:  $d_{St} = 60 \text{ cm}$ ,  $t = 1,5 \text{ cm}$ ,  $\beta_{D,St} = 40 \text{ N/mm}^2$ ,  $\beta_{Z,St} = 2,8 \text{ N/mm}^2$ ,  $\beta_{D,Mö} = 2 \text{ N/mm}^2$**

Die Kurvenverläufe für  $\mu_{Mö} = 0,04$  bis  $0,30$  liegen in allen Fällen der betrachteten Verhältnisse  $h_{St}/d_{St}$  dicht zusammen. Hingegen weisen die Verläufe für  $\mu_{Mö} = 0,40$  und  $0,49$  bei kleineren Verhältnissen  $h_{St}/d_{St}$  zunächst größere Streuung auf, welche jedoch mit wachsender Steinhöhe geringer werden.

Wie bereits im Abschnitt 6.1 erläutert, vergrößert sich der Abstand der Spannungmaxima aus Teilflächenpressung und Zwang aus Querdehnungsbehinderung mit wachsender Steinhöhe, wodurch die Traglasten zunehmend von der Teilflächenpressung beeinflusst werden. Dies begründet die kleiner werdenden Traglastdifferenzen infolge unterschiedlicher Mörtel-Querdehnzahlen mit zunehmendem Verhältnis Steinhöhe/Steindicke.

Ausgehend von der Traglast für  $\mu_{M\delta} = 0,04$  gibt Tab. 6-1 die prozentuale Differenz dieser zu der Traglast für  $\mu_{M\delta} = 0,40$  für den Fall des zentrischen Lastangriffs an.

$h_{St}/b_{St}$	0,25	0,30	0,40	0,50	0,60
Traglastdifferenz [%]	9,0	7,0	5,0	4,0	3,0

**Tab. 6-1: Prozentuale Differenzen der Traglasten für  $\mu_{M\delta} = 0,04$  und  $\mu_{M\delta} = 0,40$**

In dieser Arbeit werden alle Untersuchungen, bis auf die des Einflusses unterschiedlicher Steinhöhen, mit einem Verhältnis  $h_{St}/d_{St} = 0,50$  durchgeführt. Die Mörtel-Querdehnzahl wird für den elastischen Bereich bis zum Fließbeginn mit  $\mu_{M\delta} = 0,20$  festgelegt. Tab. 6-2 gibt ausgehend von der Traglast für  $\mu_{M\delta} = 0,20$  die prozentualen Differenzen dieser zu der Traglast für  $\mu_{M\delta} = 0,40$  im Falle des zentrischen Lastangriffs an. Es zeigt sich für das gewählte Verhältnis Steinhöhe zu Steindicke eine sehr geringe Abweichung von 2,6 %.

$h_{St}/b_{St}$	0,25	0,30	0,40	0,50	0,60
Traglastdifferenz [%]	6,8	5,5	3,3	2,6	0,9

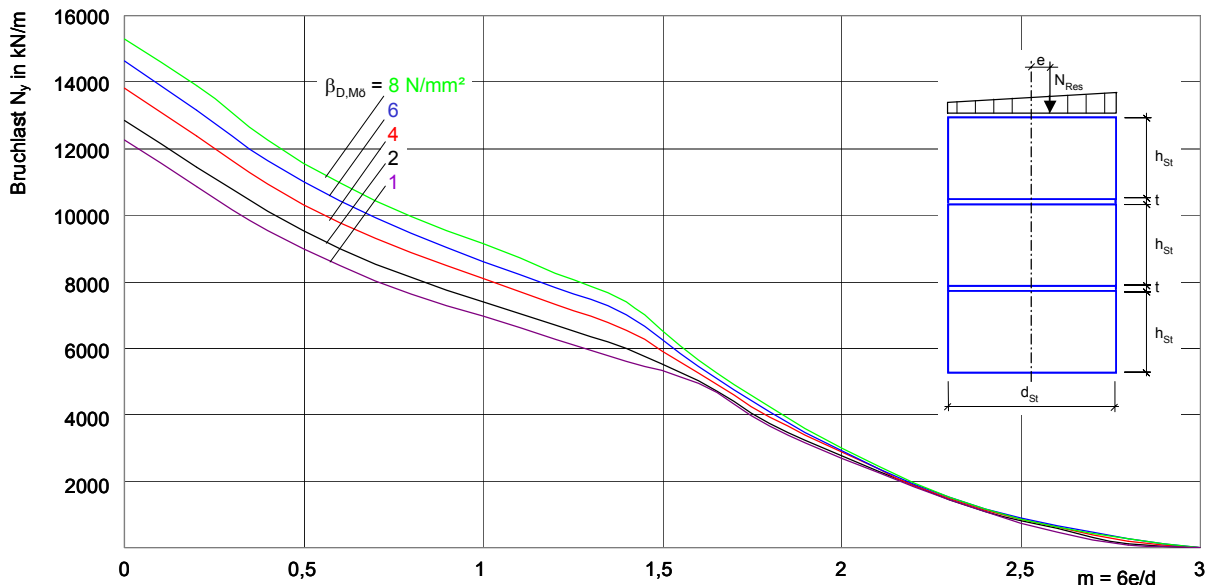
**Tab. 6-2: Prozentuale Differenzen der Traglasten für  $\mu_{M\delta} = 0,20$  und  $\mu_{M\delta} = 0,40$**

Anhand dieser kleinen Differenz wird ersichtlich, wie gering der Einfluss verschiedener Mörtel-Querdehnzahlen auf die Bruchlast ist, da diese bei dem gewählten Bruchmodell ausschließlich für die im elastischen Bereich befindlichen Mörtelteilchen gelten. Somit kann davon abgesehen werden, die Querdehnzahl  $\mu_{M\delta,el}$  im elastischen Bereich an den jeweils herrschenden Spannungszustand zu koppeln. Versagen durch Gelenkbildung tritt in allen Fällen der untersuchten Querdehnzahlen ab  $m = 2,8$  ein.

## 6.7 Traglast in Abhängigkeit der einaxialen Mörteldruckfestigkeit

Bei weichem Mörtel plastifizieren die Fugenrandbereiche infolge Laststeigerung eher als bei festerem Mörtel. Dadurch kommt es bei Mörtel mit geringer Druckfestigkeit früher zu einer Einschnürung der überdrückten Fugenfläche. Diese Einschnürung nimmt bei Laststeigerung und weichem Mörtel stärker zu als bei Mörtel mit hoher Druckfestigkeit, wodurch das Steinversagen durch Teilflächenpressung unter Verwendung von geringstem Mörtel eher erreicht wird. Abb. 6-12 verdeutlicht die Traglastzunahme mit steigender Mörteldruckfestigkeit.





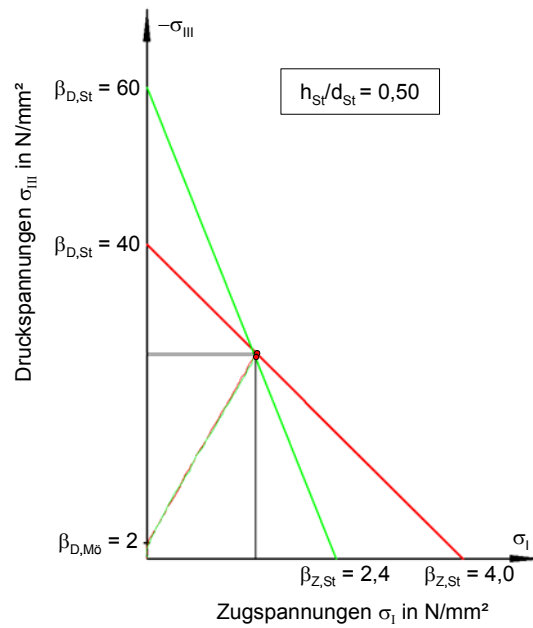
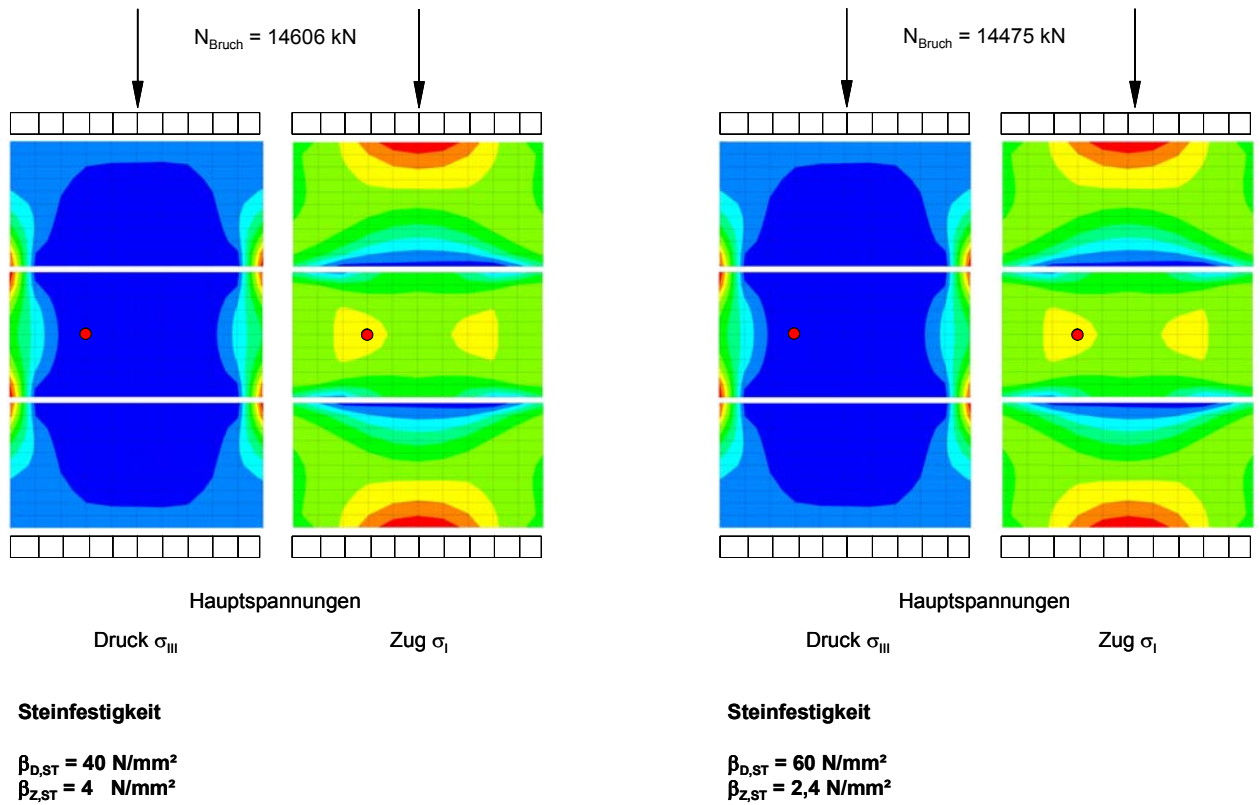
**Abb. 6-12: Traglasten in Abhängigkeit von der einaxialen Mörteldruckfestigkeit:  $d_{St} = 60 \text{ cm}$ ,  $h_{St} = 30 \text{ cm}$ ,  $t = 1,5 \text{ cm}$ ,  $\beta_{D,St} = 40 \text{ N/mm}^2$ ,  $\beta_{Z,St} = 2,8 \text{ N/mm}^2$**

Auch hier ist ein Traglastabfall im Bereich der bezogenen Ausmitten von  $m = 1,4$  bis  $1,6$  zu verzeichnen, wobei sich die Kurven im Verlauf derart annähern, dass der Einfluss verschiedener Mörteldruckfestigkeiten auf die Tragfähigkeit ab den genannten Ausmitten zunächst geringer wird und ab  $m = 2,5$  wieder etwas zunimmt. Versagen durch Gelenkbildung tritt nur für  $\beta_{D,Mo} = 1$  bis  $4 \text{ N/mm}^2$  bei der bezogenen Lastausmitte  $m = 2,8$  ein. Für alle anderen Mörteldruckfestigkeiten und Ausmitten wurde Steinversagen ermittelt.

## 6.8 Traglast in Abhängigkeit der Steindruck- und Steinzugfestigkeit

Für die Versagensart Steinversagen sei an einem Beispiel der Einfluss von Steindruck- und Steinzugfestigkeit auf die Bruchlast erläutert. Dazu soll der gewählte Standardfall mit einem Verhältnis  $h_{St}/d_{St} = 0,50$  dienen. Betrachtet wird der zentrische Lastangriff. Wie bereits erläutert, streben die Spannungen im Stein unter Lastzunahme gegen die Bruchfläche im Hauptspannungsraum nach Mohr-Coulomb. In Abb. 6-13 sind den Bruchknoten zugehörige Spannungspfade für zwei unterschiedliche Steinfestigkeiten dargestellt. Da sich der Stein bis zum Bruch elastisch verhält, weisen beide Spannungspfade den gleichen Verlauf auf. Einziger Unterschied ist, dass die verschiedenen Bruchgeraden die Spannungspfade unterschiedlich begrenzen. Anhand des gewählten Beispiels mit annähernd gleichen Bruchlasten von  $14.606 \text{ kN/m}$  und  $14.475 \text{ kN/m}$  wird der große Einfluss der Steinzugfestigkeit deutlich. Demnach liefert die Steindruckfestigkeit allein keine sichere Aussage zur Größe der Versagenslast.

Auch unter Ansatz einer Bruchfigur mit gekrümmten Meridianen - gegenüber der Bruchhüllenden nach Mohr-Coulomb - würde die Bruchlast nur einen unwesentlichen Anstieg erfahren, da der Versagenspunkt im Stein in der Regel im Druck-Zug-Bereich liegt [42].



**Abb. 6-13: Spannungspfade bis zum Bruch für zwei Steifigkeiten**

Abb. 6-14 bis Abb. 6-15 zeigen für verschiedene Steifigkeiten die Traglastkurven für den gewählten Standardfall mit  $h_{St}/d_{St} = 0,50$ .

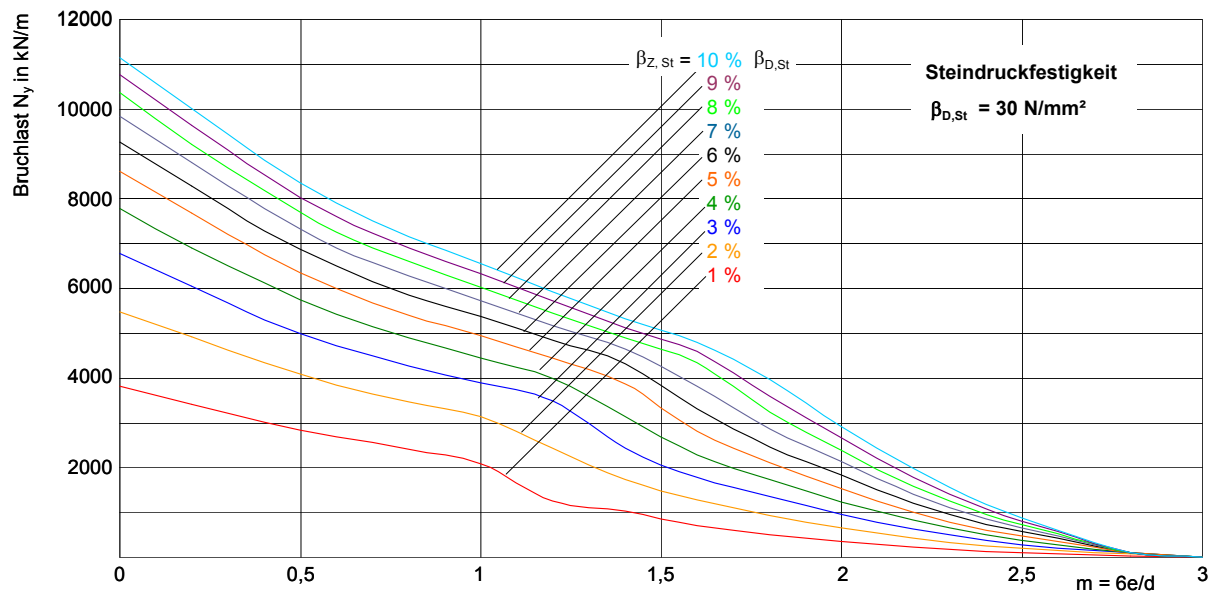
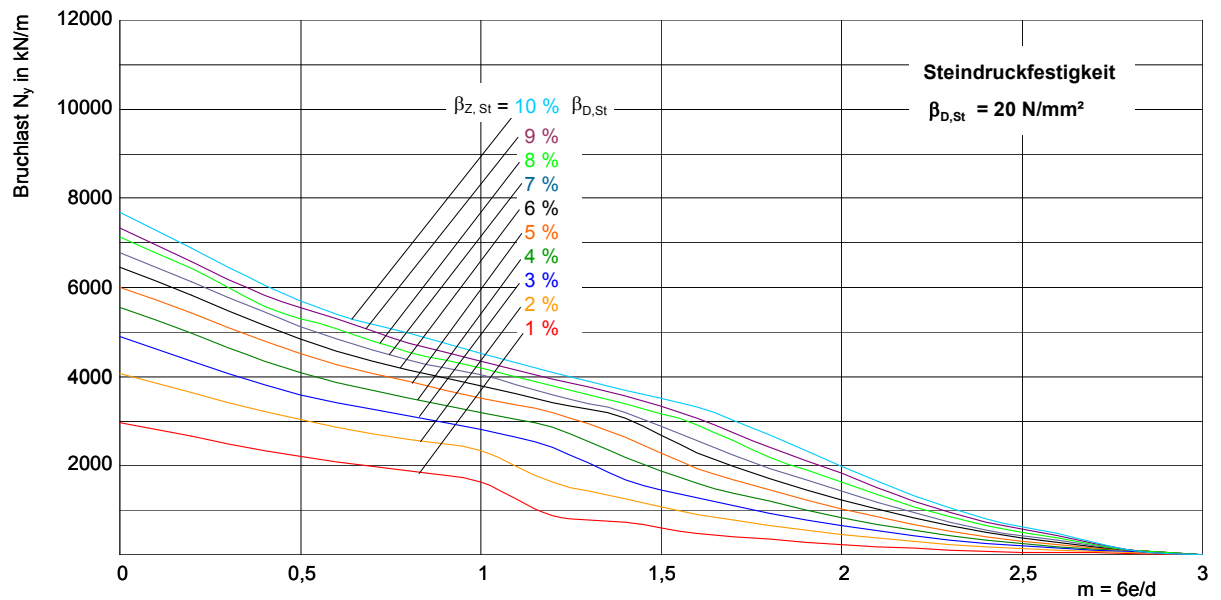
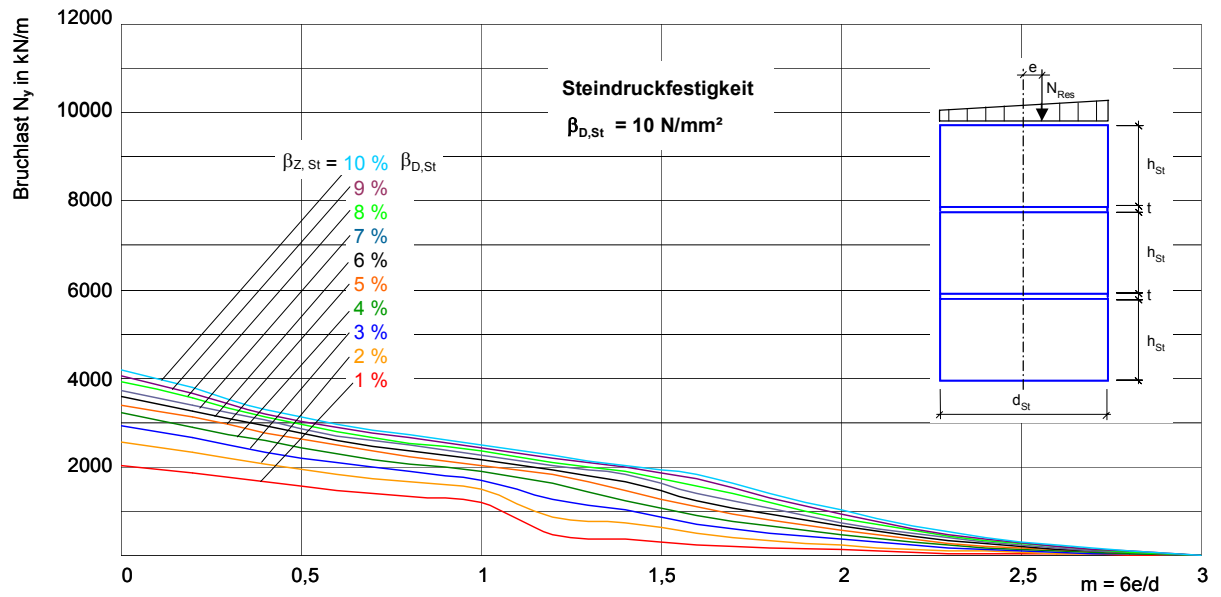


Abb. 6-14: Traglasten in Abhängigkeit verschiedener Steifigkeiten:  $d_{St} = 60$  cm,  $h_{St} = 30$  cm,  $t = 1,5$  cm,  $\beta_{D, M\ddot{o}} = 2$  N/mm<sup>2</sup>

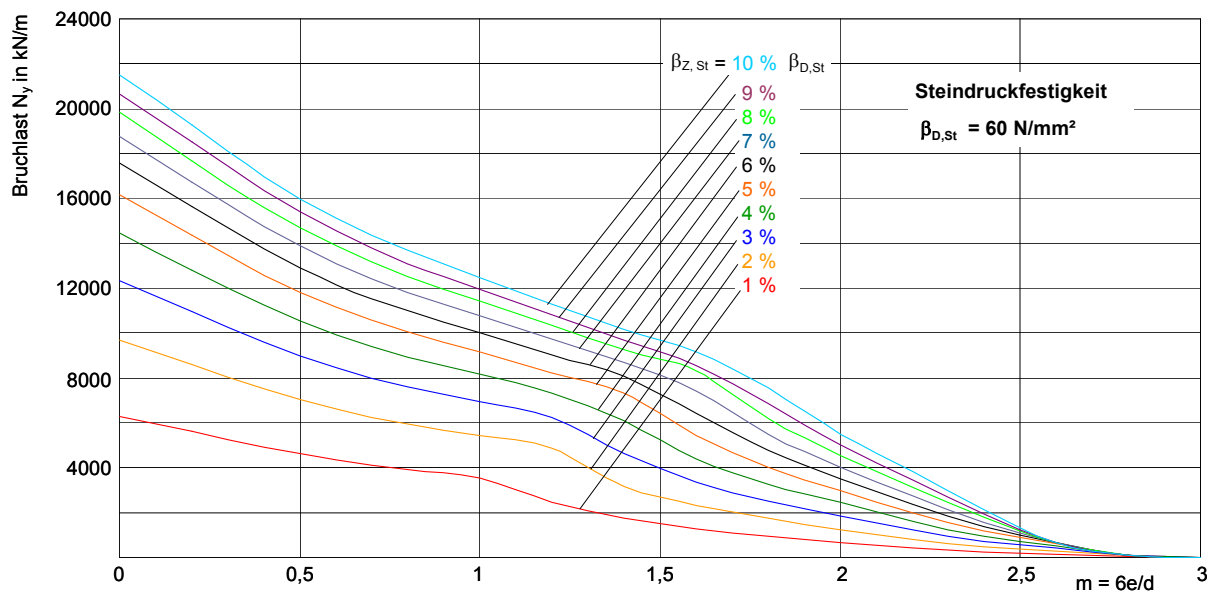
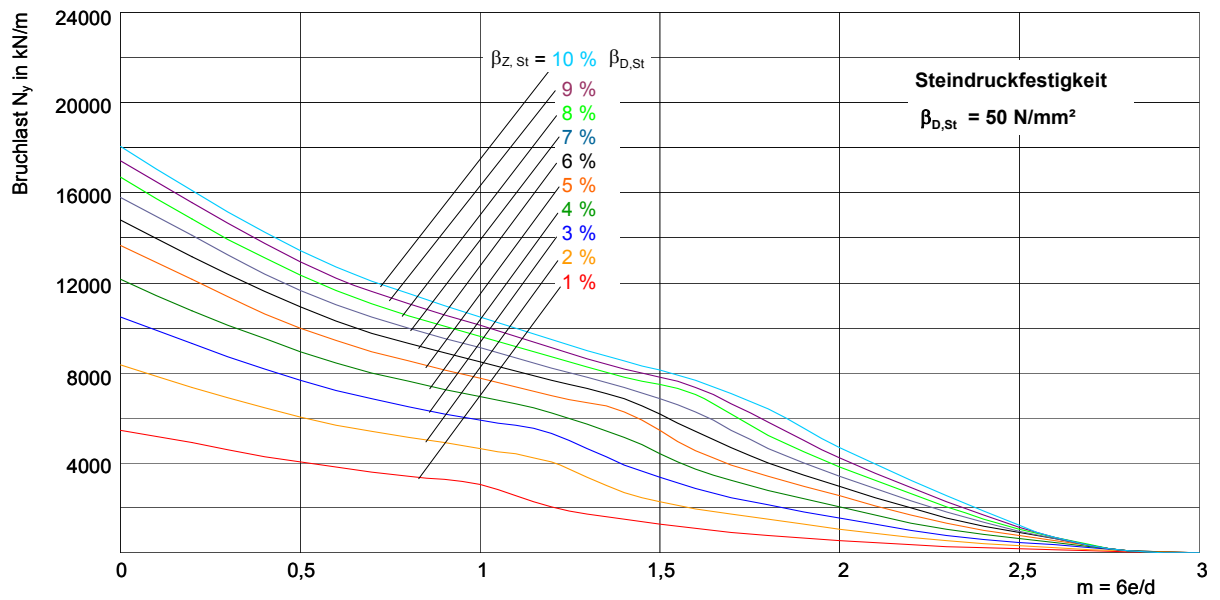
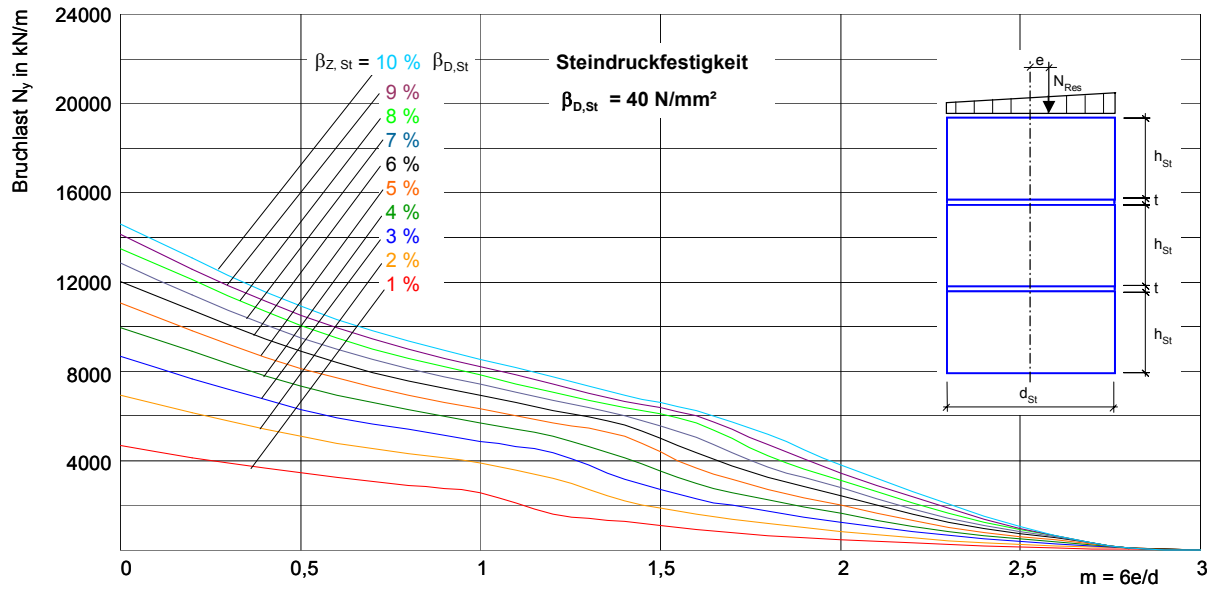
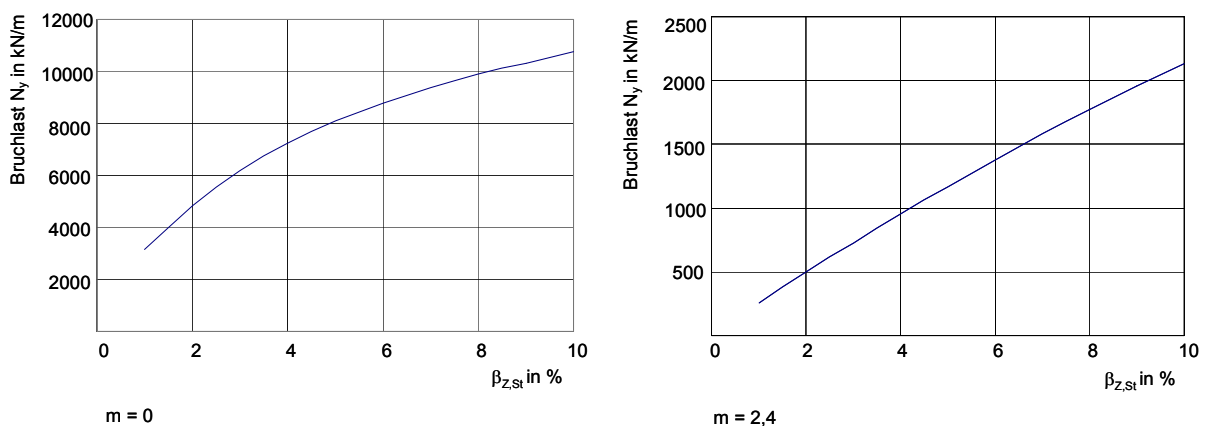


Abb. 6-15: Traglasten in Abhängigkeit verschiedener Steinfestigkeiten:  $d_{St} = 60 \text{ cm}$ ,  $h_{St} = 30 \text{ cm}$ ,  $t = 1,5 \text{ cm}$ ,  $\beta_{D,Mö} = 2 \text{ N/mm}^2$

Um die Traglastkurvenscharen übersichtlich zu gestalten, wurde nicht für jedes Diagramm die Ordinate in gleicher Größe gewählt, sondern jeweils für die pro Seite abgebildeten drei Diagramme. Trotzdem wird die Zunahme der Traglasten mit steigender Steindruckfestigkeit und der dazugehörigen Steinzugfestigkeit erkennbar. Der bisher zu beobachtende Abfall der Kurvenverläufe ist auch hier wiederzufinden. Jedoch findet diesmal kein so starkes Annähern der Kurven statt. Ebenso variieren pro Kurve die bezogenen Ausmitten, an denen der Sprung erfolgt. Wie schon unter Abschnitt 6.1 erläutert, wechselt ab dem Erreichen einer bestimmten Lastausmitte der Bruchknoten auf die lastabgewandte Seite beziehungsweise an den oberen horizontalen Steinrand des mittleren Steins. Mit diesem Wechsel der Lage des Bruchknotens streben die Hauptzugspannungen gegen die einaxiale Steinzugfestigkeit, wobei die Hauptdruckspannungen gegen Null gehen. Mit weiter steigender Ausmitte ist in den meisten Fällen sogar ein Wechsel des Bruchkriteriums von dem Druck-Zug-Bereich in den Zug-Zug-Bereich festzustellen. Dies erklärt die Minderung der erreichbaren Traglast mit dem Sprung in den Kurvenverläufen.

Da nun im gegebenen Fall für eine jeweils feststehende Steindruckfestigkeit die Steinzugfestigkeit variiert wird, zeigt sich der traglaststeigernde Einfluss höherer Zugfestigkeiten. Auch nach dem beschriebenen Abfall sind hier nicht die zusammenlaufenden Kurvenverläufe zu verzeichnen, wie es beispielsweise bei unterschiedlichen Mörteldruckfestigkeiten der Fall ist. Mit zunehmender Steinzugfestigkeit nimmt für den zentrischen Lastangriff der traglaststeigernde Einfluss von  $\beta_{Z,St}$  ab, wohingegen sich bei größeren Ausmitten die Traglaststeigerung in Abhängigkeit der Steinzugfestigkeit nahezu linear verhält. Abb. 6-16 verdeutlicht dies, indem die Entwicklung der Traglaststeigerung über verschiedene Steinzugfestigkeiten für  $\beta_{D,St} = 60 \text{ N/mm}^2$  für die zentrische Belastung und bei einer bezogenen Ausmitte von  $m = 2,4$  dargestellt wird.



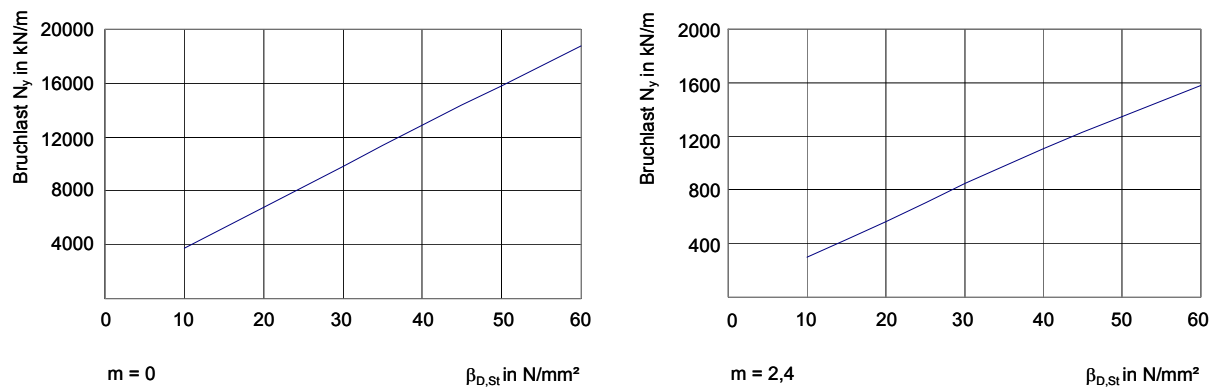
**Abb. 6-16: Traglaststeigerung über verschiedene Steinzugfestigkeiten für  $\beta_{D,St} = 60 \text{ N/mm}^2$**

Versagen durch Gelenkbildung tritt für  $\beta_{D,St} = 10 \text{ N/mm}^2$  in keinem Falle der untersuchten Zugfestigkeiten ein. Für  $\beta_{D,St} = 20 \text{ N/mm}^2$  ist Gelenkbildung zunächst erst ab einem Verhältnis von  $\beta_{Z,St}/\beta_{D,St} = 0,06$  zu verzeichnen. Bei den kleineren Verhältnissen tritt bis zu  $m = 2,8$  Steinversagen ein. Mit zunehmender Druckfestigkeit gilt Versagen durch Gelenkbildung bereits ab immer geringeren Verhältnissen der Zugfestigkeit zur Druckfestigkeit als gefunden.

Bei Steindruckfestigkeiten von 50 und 60 N/mm<sup>2</sup> versagt das Mauerwerk für große Verhältnisse  $\beta_{z,St}/\beta_{d,St}$  auf die gleiche Weise bereits ab  $m = 2,6$ .

## 6.9 Traglasten für verschiedene Steindicken und Steifigkeiten

Abb. 6-18 bis Abb. 6-20 zeigen Traglastkurven für verschiedene Bogen- beziehungsweise Steindicken und unterschiedliche Steifigkeiten. Die Steinzugfestigkeit wird in jedem Fall zu 7 % der Steindruckfestigkeit angesetzt. Erwartungsgemäß steigen die Traglasten mit zunehmender Steindicke sowie wachsender Steifigkeit an. Ein Traglastabfall infolge der bereits beschriebenen Ursachen ist für alle Steindicken und Steifigkeiten bei  $m = 1,6$  zu erkennen. Eine Annäherung der Kurvenverläufe, wie beispielsweise in Abschnitt 6.7, ist aufgrund des Einflusses der Steindruck- und -zugfestigkeit nicht zu beobachten.



**Abb. 6-17: Traglaststeigerung über verschiedene Steindruckfestigkeiten für  $d_{St} = 60$  cm**

Abb. 6-17 zeigt für  $m = 0$  und  $m = 2,4$  nahezu lineare Verläufe der Traglaststeigerung über variierende Steindruckfestigkeiten für eine Steindicke von 60 cm.

Bei Steindicken von 30 cm ist bereits ab  $m = 2,4$  die Versagensart durch Gelenkbildung bestimmt. Für die Steindicken 40 und 50 cm zeigt sich gleiches Versagen ab  $m = 2,6$ . Bei  $m = 2,8$  ist Versagen infolge Gelenkbildung für die anderen Steindicken von 60, 70, 80 und 90 cm zu verzeichnen.

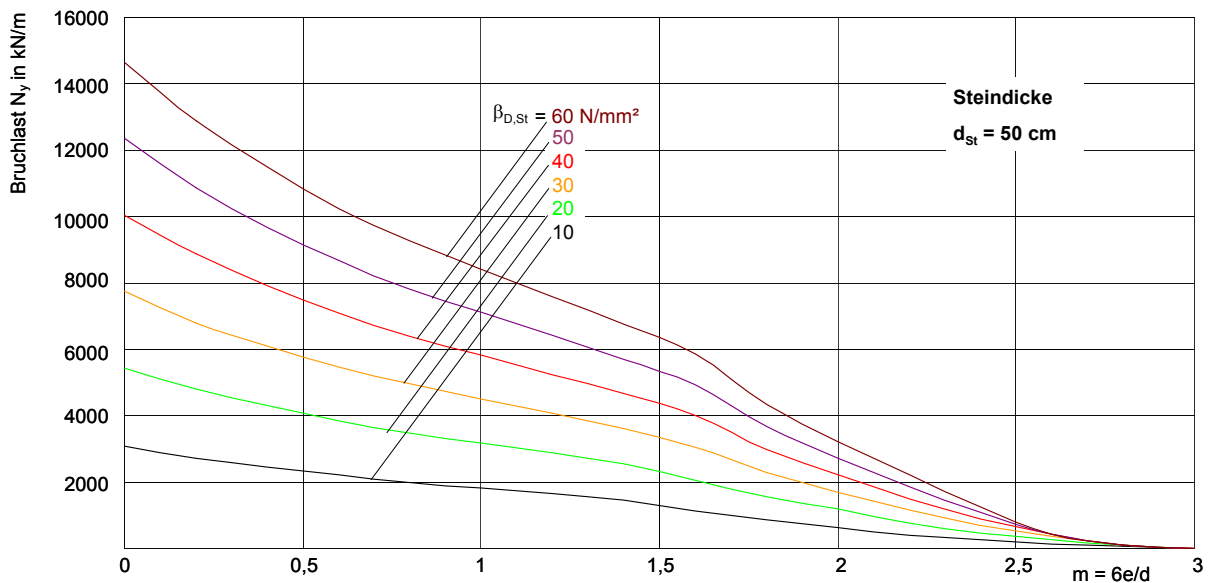
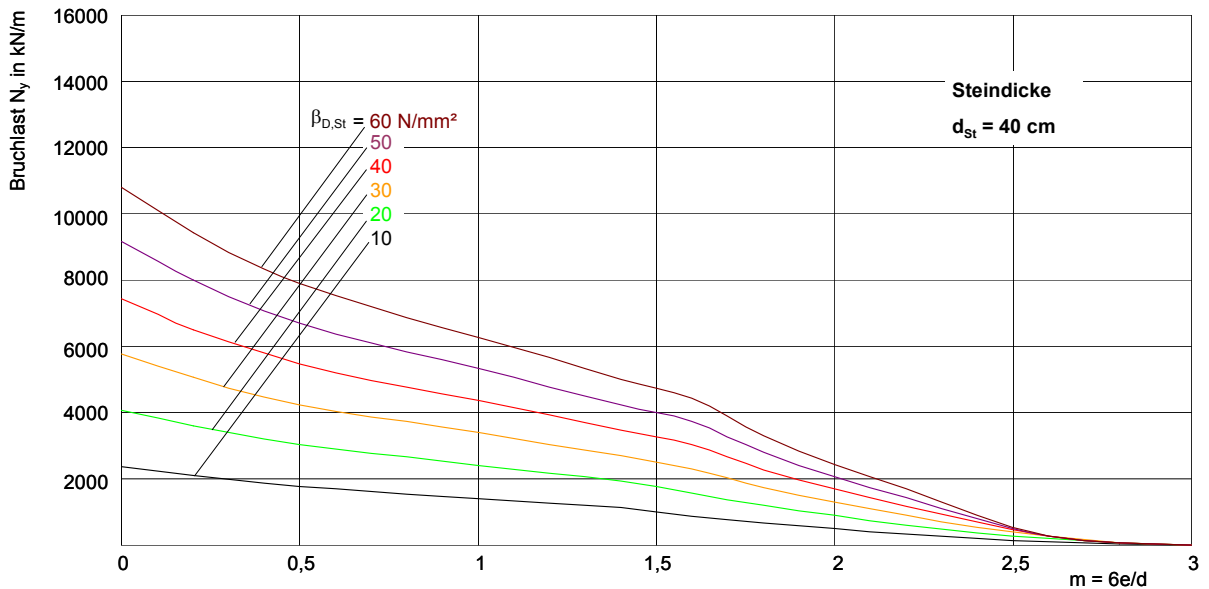
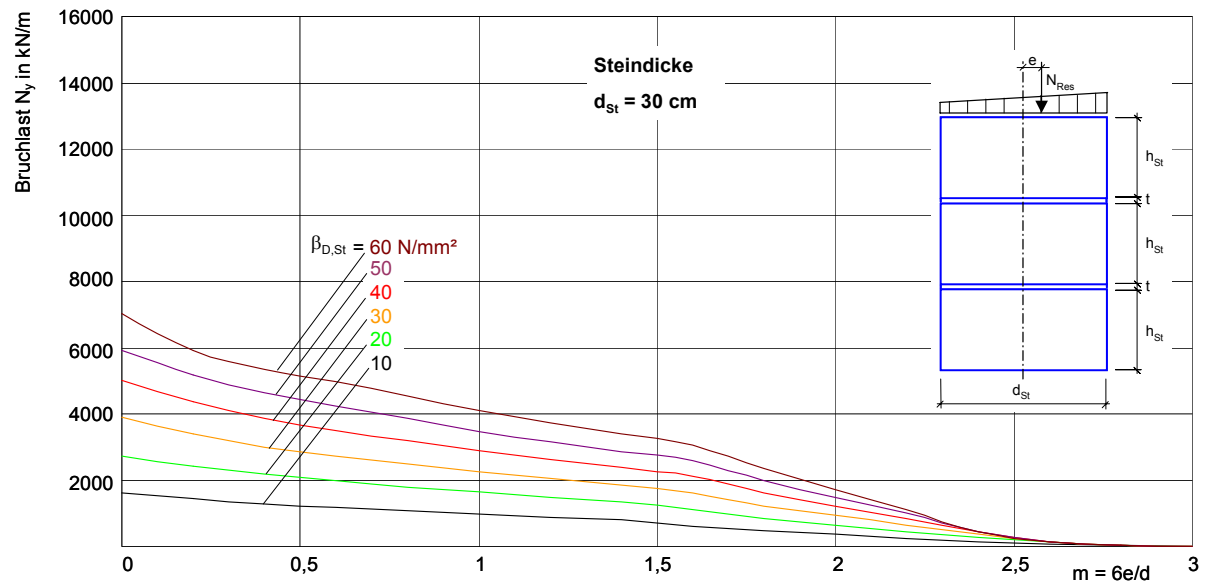


Abb. 6-18: Traglasten in Abhängigkeit verschiedener Steindicken und Steinfestigkeiten:

$$h_{St} = 0,5 \cdot d_{St}, t = 1,5 \text{ cm}, \beta_{Z,St} = 0,07 \cdot \beta_{D,St}, \beta_{D,Mö} = 2 \text{ N/mm}^2$$

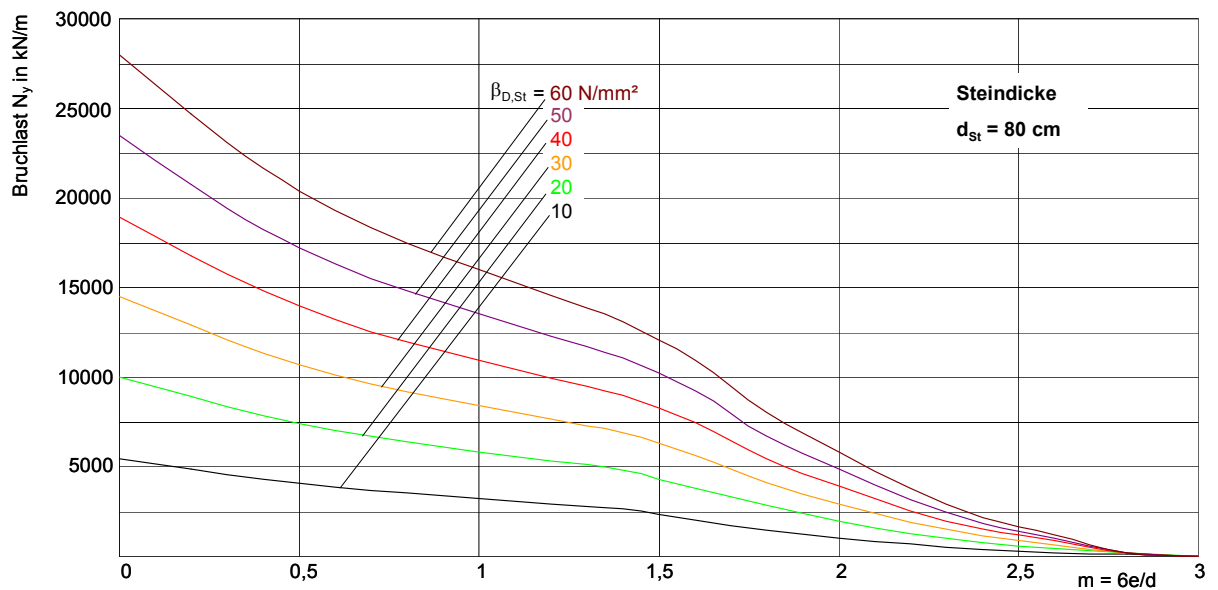
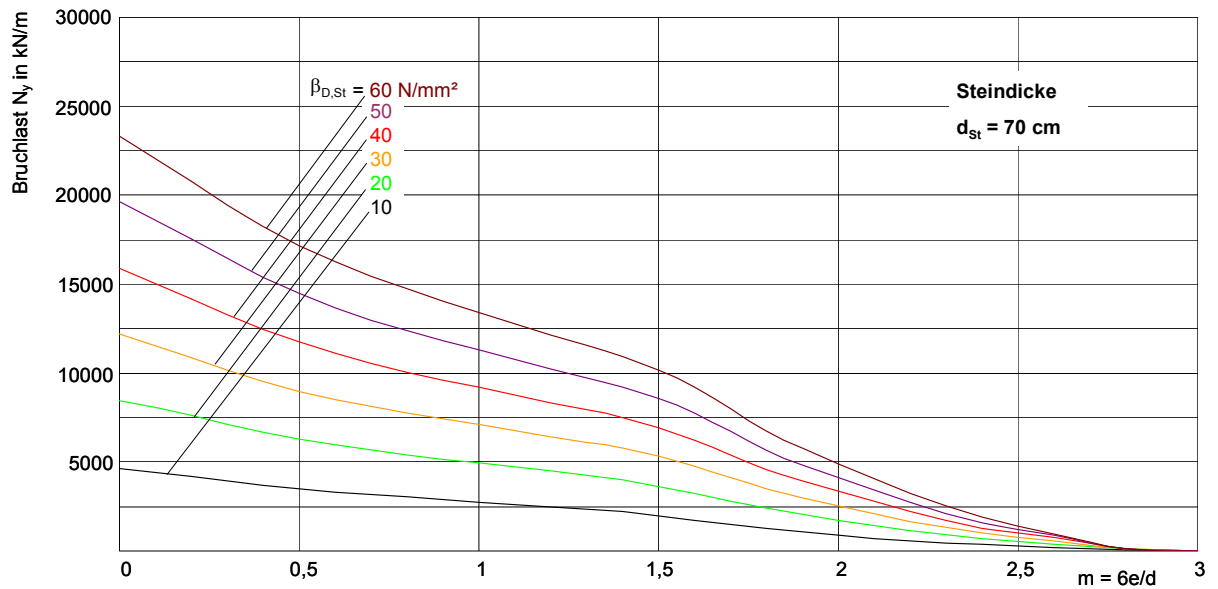
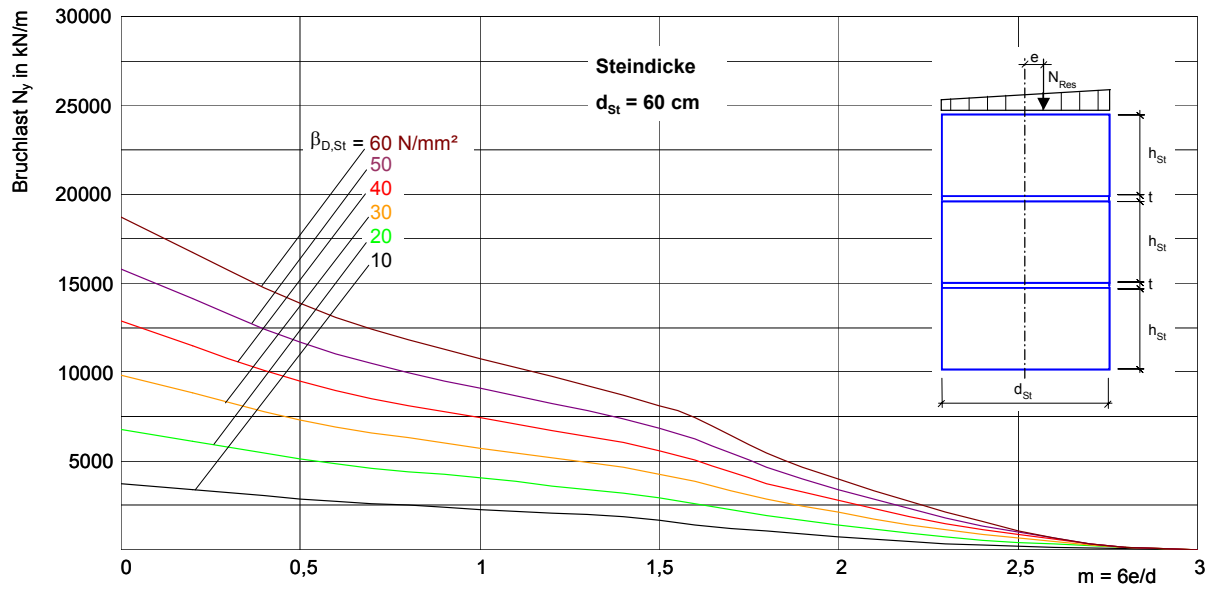


Abb. 6-19: Traglasten in Abhängigkeit verschiedener Steindicken und Steifigkeiten:

$$h_{St} = 0,5 \cdot d_{St}, \quad t = 1,5 \text{ cm}, \quad \beta_{z,St} = 0,07 \cdot \beta_{D,St}, \quad \beta_{D,M\ddot{o}} = 2 \text{ N/mm}^2$$



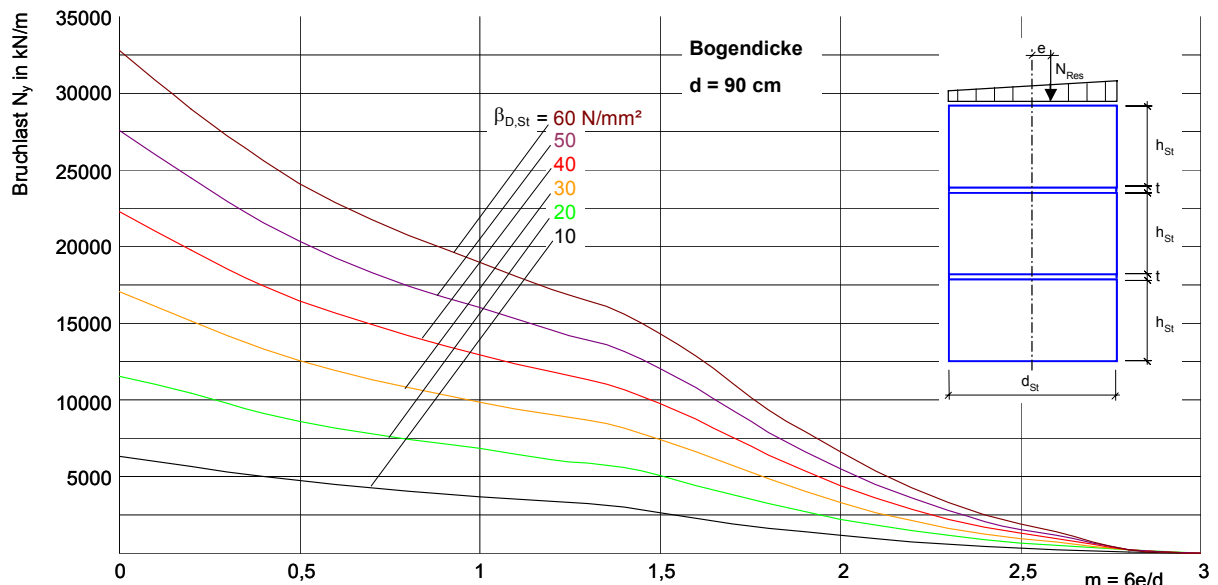


Abb. 6-20: Traglasten in Abhängigkeit verschiedener Steindicken und Steifigkeiten:  
 $h_{St} = 0,5 \cdot d_{St}$ ,  $t = 1,5 \text{ cm}$ ,  $\beta_{z,St} = 0,07 \cdot \beta_{D,St}$ ,  $\beta_{D,Mö} = 2 \text{ N/mm}^2$

## 7 Ausblick zur praktischen Anwendung von Traglastkurvenscharen

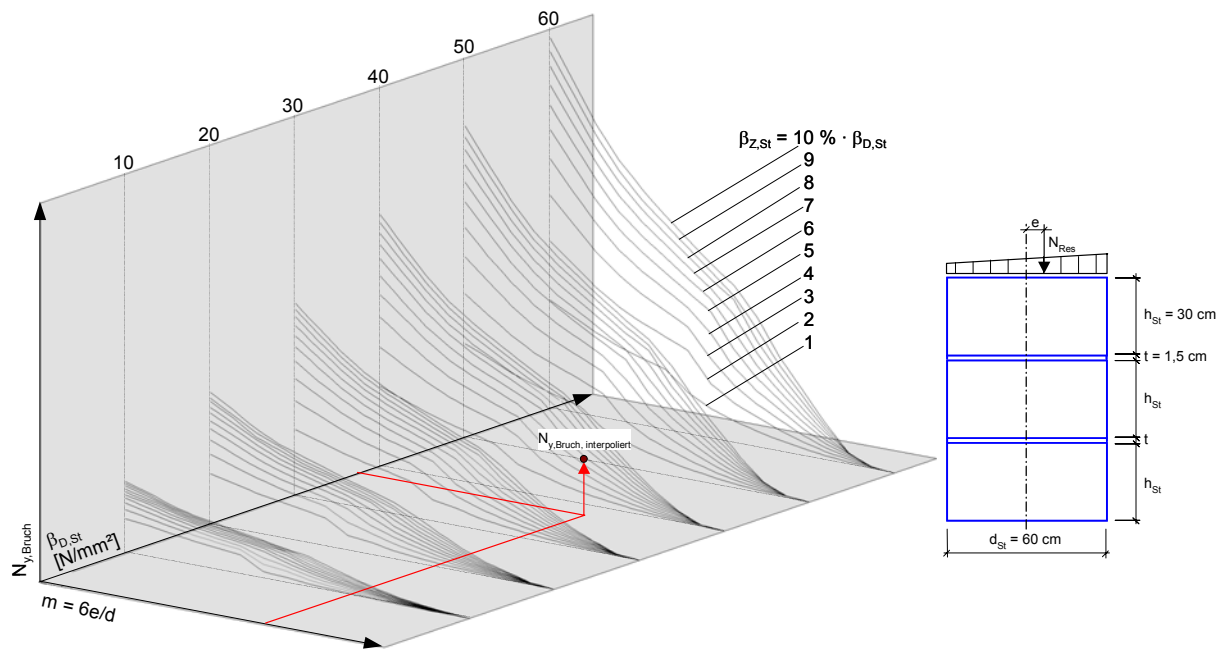
Nach den Vorstellungen der an dem Forschungsvorhaben „Bogenbrücken aus Natursteinmauerwerk“ [3] beteiligten Ingenieurbüros bezüglich eines praktikablen Nachweisverfahrens soll dem Ingenieur ein Softwarepaket mit folgenden Programmen zur Verfügung gestellt werden:

- ein FEM-Programm zur Schnittgrößenermittlung und
- ein Programm zur Bestimmung der Querschnittstragfähigkeit.

Hinsichtlich des FEM-Programms zur Schnittgrößenermittlung wird auf [3] verwiesen.

Die in dieser Arbeit erstellten Traglastkurven gelten selbstverständlich nur für die jeweiligen zugrunde liegenden Material- und Geometrieparameter und sind damit nicht unmittelbar auf andere Fälle übertragbar. Daher ist ein Programm vorgesehen, mit dem für ein gegebenes Problem die entsprechende Querschnittstragfähigkeit, basierend auf für bestimmte Geometrie- und Materialparameter berechneten Traglasten, durch lineare Interpolation gewonnen wird.

Wie bereits erläutert wurde, sind die Steindruckfestigkeit und die Steinzugfestigkeit die Materialkennwerte, welche die Traglast am deutlichsten beeinflussen. Steinhöhe und Steindicke beziehungsweise Steindicke stellen hingegen die einflussreichsten Geometrieparameter dar. Es ist daher nahe liegend, eine dreidimensionale Matrix aufzustellen, welche die Traglasten in Abhängigkeit von Steindruck- und -zugfestigkeit sowie der Lastausmitte für eine bestimmte Steindicke enthält.



**Abb. 7-1: Dreidimensionale Traglastmatrix in Abhängigkeit von  $\beta_{D,St}$ ,  $\beta_{z,St}$  und  $m$  für eine Steindicke von 60 cm und eine Steinhöhe von 30 cm**

Abb. 7-1 illustriert eine solche Matrix für den 60 cm dicken Bogen mit 30 cm hohen Steinen aus Abschnitt 6.8. Zur besseren Darstellung sind anstatt einzelner Traglastwerte die Traglastkurvenscharen abgebildet. Es ist vorgesehen, für Steindicken von 30 bis 90 cm (in 10er Schritten) die Traglasten zu berechnen, um in gleicher Weise Matrizen aufzustellen. Dies ermöglicht zunächst die Interpolation der Querschnittstragfähigkeit über drei der genannten Parameter.

Zur Berücksichtigung der anderen Kennwerte wie Steinhöhe, Fugendicke und Mörteldruckfestigkeit wird der aus den dreidimensionalen Matrizen interpolierte Wert anhand der prozentualen Abhängigkeiten zwischen den Traglasten in den Matrizen zur Untersuchung der Steinhöhe, Fugendicke und Mörteldruckfestigkeit entsprechend abgemindert oder erhöht. Im Anhang C findet man ein Beispiel zur Verdeutlichung der beschriebenen Vorgehensweise.

## 8 Praktische Druckversuche an Drei-Stein-Körpern

Um die Realitätsnähe des Finite-Elemente-Modells zu betrachten, sind Versuche an Drei-Stein-Körpern zu deren Nachrechnung vorgenommen worden. Konkretes Ziel war es, die Traglasten nach der FEM den Bruchlasten aus den Versuchen gegenüberzustellen. Hierbei fanden die an Mörtel und Stein bestimmten Materialkennwerte sowie die entsprechenden Geometrieparameter des gemauerten Versuchskörpers Eingang in die FE-Rechnungen. Im Rahmen des erwähnten Forschungsvorhabens werden insgesamt 10 Versuche unter verschiedenen Lastausmitten unternommen. Während der Bearbeitung dieser Diplomarbeit wurden zunächst fünf Versuche durchgeführt: zwei Versuche mit zentrischer Belastung sowie zwei Versuche mit einem Lastangriff in  $m = 1$  und ein Versuch mit einer Laststellung in  $m = 2,0$ .

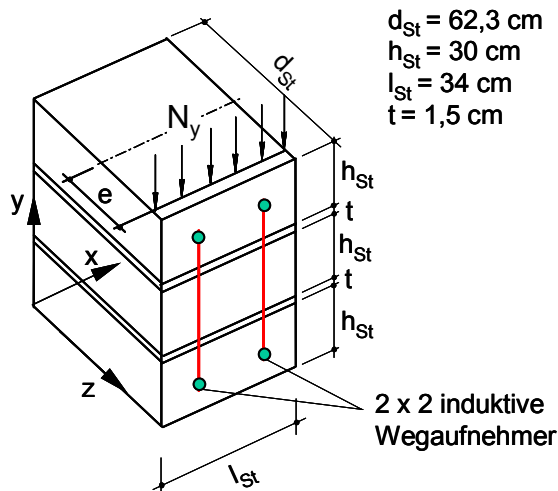
Nachfolgend wird jeweils ein Versuch mit zentrischem Lastangriff sowie mit ausmittiger Belastung in  $m = 1,0$  und  $m = 2,0$  ausgewertet.

### 8.1 Versuchsprogramm

#### 8.1.1 Versuchsaufbau

##### 8.1.1.1 Versuchskörper

Im verwendeten FE-Modell werden die Materialeigenschaften von Stein und Mörtel in der gesamten Wand als konstant angenommen. Aus diesem Grund wurde Kalksandstein für die Versuche gewählt, da dieser der getroffenen Annahme weitestgehend entspricht. Der gemauerte Versuchskörper besteht aus drei Steinschichten. Als Fugenmaterial kam ein Kalk-Zement-Mörtel mit einem Mischungsverhältnis von Kalk/CEM32,5/Sand = 8/1/32 (Raumteile) zur Anwendung. Wegen der langsamen Erhärtung eines Kalkmörtels durch Carbonatisierung wurde, um eine 28-Tage-Festigkeit von  $\beta_{D,M\ddot{o}} = 1$  bis  $2 \text{ N/mm}^2$  zu erreichen, dem Mörtel neben dem Kalk ein Raumteil Zement beigemischt. Die Abmessungen von Stein und Fuge, welche nicht variiert wurden, sind auf der Zeichnung in Abb. 8-1 dargestellt. Der Versuchskörper wird an seiner Ober- und Unterseite von Druckplatten begrenzt. Als Abgleich dient eine zirka 5 mm starke Fuge aus Zementmörtel der Mörtelqualität MG III.



**Abb. 8-1: Versuchskörper mit Messeinrichtung**

### 8.1.1.2 Materialkennwerte

Für den Mörtel erfolgte die Probeprüfung in Anlehnung an [51]. Da hierbei der Lagerfugenmörtel in einem Gitter zwischen den Kalksandsteinen erhärtet, können die Auswirkungen des Wasserentzuges durch den Stein auf die Mörteldruckfestigkeit berücksichtigt werden. Die Probenabmessungen der pro Versuchskörper geprüften 20 Mörtelproben betragen zirka 20x20x15 mm. Die Prüfung der Steindruckfestigkeit erfolgte an drei Zylindern mit einem Durchmesser und einer Höhe von rund 100 mm. Für die Ermittlung der Steinzugfestigkeit wurden an drei Zylindern gleicher Abmessung Spaltzugprüfungen durchgeführt. Die Beziehung zwischen Spaltzugfestigkeit und Zugfestigkeit wird im Abschnitt 2.1.3.3 beschrieben. Die Ermittlung des Stein-E-Moduls erfolgte an einem Zylinder mit einem Durchmesser von 100 mm und einer Höhe von 300 mm. Zur Bestimmung des Mörtel-E-Moduls kommt die Beziehung von Bierwirth nach (Gl. 2-6) zur Anwendung. Die ermittelten Materialkennwerte für Stein und Mörtel, welche jeweils aus dem arithmetischen Mittel bestimmt wurden, zeigt Tab. 8-1.

Versuch	Mörteldruckfestigkeit $\beta_{D,M0} [\text{N/mm}^2]$	Steindruckfestigkeit $\beta_{D,St} [\text{N/mm}^2]$	Steinzugfestigkeit $\beta_{Z,St} [\text{N/mm}^2]$	Stein-E-Modul $E_{St}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
m = 0	1,59	20,66	1,95	9488
m = 1,0	1,30	20,66	1,95	9488
m = 2,0	1,60	20,66	1,95	9488

**Tab. 8-1: Ermittelte Materialkennwerte**

Da bis zum Ende der Diplomarbeit nur für einen Versuch die geprüften Materialkennwerte für den Stein vorlagen, werden diese für alle drei Nachrechnungen verwendet. Allerdings stammten die vermauerten Kalksandsteine aus einer Lieferung, womit die Streuung der Materialeigenschaften gering sein dürfte.

Die Druckfestigkeitswerte von Stein und Mörtel entsprechen aufgrund der gedrungenen Probekörperform noch nicht den einaxialen Druckfestigkeiten. Die Umrechnung der ermittelten Druckfestigkeiten in einaxiale Festigkeiten erfolgt mittels Formfaktoren nach Rustmeier [52] für den Mörtel und nach Schickert [13] für den Kalksandstein. Die Formfaktoren nach Schickert gelten zwar für Beton, werden aber im vorliegenden Fall für den verwendeten Kalksandstein angewendet. Von Rustmeier kommen Formfaktoren für Mörtel der Qualität MG II zur Anwendung, da für Mörtel der Mörtelgruppe I keine Werte für den vorliegenden Fall der Probekörpergeometrie zur Verfügung stehen. Die Umrechnung erfolgt auf eine Probekörperschlankheit von  $h/b$  ( $h/d$ ) = 2,0.

### Umrechnung der ermittelten Druckfestigkeiten in einaxiale Druckfestigkeiten

*Schlankheit  $h/b$  beziehungsweise  $h/d$  des Probekörpers:*

Mörtel:  $15/20 = 0,75$

Stein:  $100/100 = 1,0$

*Formfaktoren nach Rustmeier (Mörtel) und Schickert (Kalksandstein)*

Mörtel:  $h/b = 0,75 \rightarrow f = 0,92$

$h/b = 2,0 \rightarrow f = 0,74$

Daraus ergibt sich ein Formfaktor von  $f = 0,74/0,92 = 0,804$

Stein:  $h/d = 1,0 \rightarrow f = 1,0$

$h/d = 2,0 \rightarrow f = 0,858$

Daraus ergibt sich ein Formfaktor von  $f = 0,858/1,0 = 0,858$

In Anhang D sind die Tabelle aus [13] sowie das Diagramm aus [52] mit den dort enthaltenen Formfaktoren abgebildet. Schickert gibt in der Tabelle Formfaktoren aus verschiedenen Quellen an, wobei für die vorgenommene Umrechnung der Formfaktor den Versuchsergebnissen der Bundesanstalt für Materialprüfung (BAM) entnommen wurde, welche sich auf zylindrische Probekörper beziehen.

*Unter Berücksichtigung der Formfaktoren ergeben sich folgende einaxiale Druckfestigkeiten:*

Versuch	Mörteldruckfestigkeit $\beta_{D,Mö}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Steindruckfestigkeit $\beta_{D,St}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
m = 0	1,28	17,73
m = 1,0	1,05	17,73
m = 2,0	1,29	17,73

**Tab. 8-2: Einaxiale Druckfestigkeiten von Stein und Mörtel**

Die Querdehnzahlen beider Materialien wurden nicht ermittelt. Für die FE-Rechnungen kommt in beiden Fällen ein Wert von  $\mu = 0,20$  zur Anwendung.

### 8.1.1.3 Auflagerung

Bei den Versuchen mit zentrischem Lastangriff erfolgte die Lagerung am Wandfuß und am Wandkopf flächig (Abb. 8-2 a). Sowohl die obere als auch die untere Druckplatte waren starr ausgebildet. Die obere Druckplatte war kalottengelagert. Bei den Versuchen mit ausmittiger Belastung wurde das Auflager am Wandfuß als Walzenlager, welches in der jeweiligen Lastspur positioniert war, ausgebildet. Am Wandkopf erfolgte die Lasteinleitung mittels Rundstahl an der geplanten Ausmittigkeit (Abb. 8-2 b).



a) Lagerung des Versuchskörpers unter zentrischer Belastung



b) Lagerung des Versuchskörpers unter exzentrischer Belastung

**Abb. 8-2: Auflagerung der Versuchkörper**

### 8.1.2 Belastungsprogramm

Die maximale Prüflast der Maschine beträgt 6000 kN. Die Versuche sind kraftgesteuert gefahren worden. Die Laststufen für die Versuche mit zentrischem Lastangriff betragen 300 kN und 200 kN für die Versuche bei einer Lastausmitte von  $m = 1$ . Eine Steigerung der Last in 50 kN-Schritten erfolgte bei dem Versuch mit einer Lastexzentrizität von  $m = 2,0$ . Die Laststufen wurden innerhalb von 90 Sekunden aufgebracht und jeweils 90 Sekunden konstant gehalten.

### 8.1.3 Messprogramm

Verformungsmessungen erfolgten mittels induktiven Wegaufnehmern, welche paarweise an jeder Stirnseite des Versuchskörpers in den vertikalen Steinmitten des oberen und unteren Steines angebracht waren (Abb. 8-1, Abb. 8-2).

## 8.2 Versuchsergebnisse

### 8.2.1 Versuch unter zentrischem Lastangriff

Der Bruch trat ohne vorankündigende Risse mit einem plötzlichen stirnseitigen Spaltzugversagen des mittleren Steins ein. Unmittelbar nach dem Bruch des mittleren Steins versagten auch die beiden äußeren Steine in Form eines mittigen, lotrechten Aufspaltens. Abb. 8-3 a) bis c) zeigen den Versuchskörper nach dem Eintreten des Bruches. Die Risse in den Seitenflächen (Abb. 8-3 b) und das Abplatzen der Steinseitenflächen (Abb. 8-3 c) stellen Sekundärererscheinungen dar und traten erst nach dem Versagen infolge Spaltzugbruch ein.



**Abb. 8-3: Bruchbilder des Druckversuches unter zentrischem Lastangriff**

Abb. 8-3 d) zeigt qualitativ die Hauptzugspannungen  $\sigma_1$  sowie den mit einem dunkelroten Punkt markierten Bruchknoten. Da vordergründig die Lage des Bruchknotens nach der FEM aufgezeigt werden soll, werden die Hauptdruckspannungen, welche im Falle des Bruches mit den Hauptzugspannungen das Bruchkriterium nach Mohr-Coulomb erfüllen, nicht mit dargestellt. Es zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Versuch und FE-Rechnung. So liegt sowohl der Bruchknoten nach der FE-Berechnung wie auch der bruchauslösende Spaltzugbruch im Versuch in der horizontalen Mitte des mittleren Steins.

Zur Nachrechnung des Versuches mit dem vorgestellten FE-Modell ging - entgegengesetzt der Beschriftung in Abb. 8-1 - die Wanddicke mit 34 cm ein, da sich wegen der über die kürzere Seite stärker auswirkenden Teilflächenpressung der Spaltzugriss auf der kürzeren Seite des Versuchskörpers einstellte.

Tab. 8-3 enthält die im Versuch ermittelte Bruchlast von 3.000 kN und vergleicht diese mit den rechnerischen Bruchlasten nach dem dieser Arbeit zugrunde liegenden FE-Modell sowie nach den Bruchmodellen von Berndt (Gl. 4-9) und Pöschel/Sabha (Gl. 4-14).

Unter Verwendung eines Dilatanzwinkels von  $\psi = 0^\circ$  ergab sich nach der FEM eine Bruchlast von 1926 kN. Um eine bessere Annäherung an den Versuchswert zu erreichen, wurde der FE-Berechnung ein Dilatanzwinkel von  $\psi = 15^\circ$  zugrundegelegt. Hierdurch ergab sich die der Tabelle zu entnehmende Bruchlast von 2.175 kN, welche wiederum eine gute Übereinstimmung mit der nach Pöschel/Sabha zeigt. Die in Abschnitt 6 dargestellten Bruchlastkurven wurden mit  $\psi = 0^\circ$  bestimmt und liegen damit für den zentrischen Lastangriff auf der sicheren Seite.

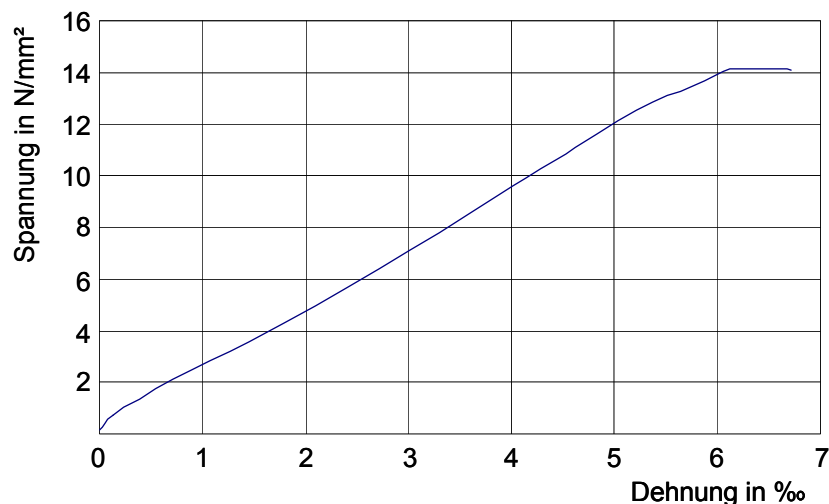
	Versuch	FEM	Pöschel/Sabha	Berndt
Bruchlast [kN]	<b>3.000</b>	2.175	2.341	2.950

**Tab. 8-3: Bruchlast im Versuch und Vergleich mit rechnerischen Bruchlasten**

Das Ergebnis aus der FE-Rechnung liegt 27,5 % unter dem Versuchswert. Eine fast identische Bruchlast liefert das Bruchmodell nach Berndt. Mit dem Bruchmodell nach Pöschel/Sabha erhält man eine gegenüber dem Versuchsergebnis um 22 % niedrigere Bruchlast. Damit befindet man sich insbesondere mit den Bruchlasten nach dem FE-Modell und nach Pöschel/Sabha auf der sicheren Seite hinsichtlich der Querschnittstragfähigkeit

### Spannungs-Dehnungs-Linie

Die im Versuch ermittelte Spannungs-Dehnungs-Linie nach Abb. 8-4 zeigt ein lineares Verhalten des untersuchten Mauerwerkskörpers.



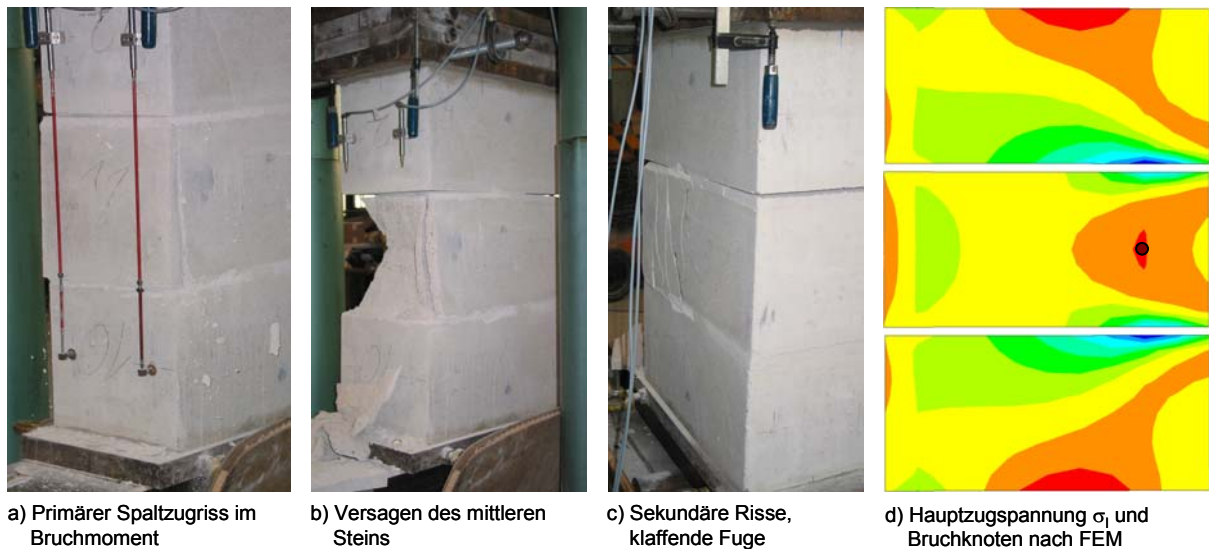
**Abb. 8-4: Spannungs-Dehnungs-Linie**



### 8.2.2 Versuch mit Lastangriff in $m = 1,0$

Der Einbau des zur Lasteinleitung benötigten Rundstahles am Wandkopf war nur in Querrichtung der Presse möglich. Aufgrund der Länge des Versuchskörpers wurde dieser längs in die Presse positioniert, wodurch die ausmittige Last über die lange Seite entsprechend Abb. 8-1 eingetragen wurde. In die FE-Rechnung ging daher die Wanddicke - entgegengesetzt zur Nachrechnung des Versuches mit zentrischem Lastangriff - mit 62,3 cm ein.

Auch bei diesem Versuch trat der Bruch mit einem Spaltzugversagen des mittleren Steins ein (Abb. 8-5 a). Den Endzustand nach dem Bruch zeigen Abb. 8-5 b) und c).



**Abb. 8-5: Bruchbilder des Druckversuches unter exzentrischen Lastangriff bei  $m = 1,0$**

Die Lage des in der FE-Berechnung ermittelten Bruchknotens (Abb. 8-5 d) entspricht in etwa der Position des Ursprungs der in Abb. 8-5 b) ersichtlichen „Sanduhr“.

Wie aus Tab. 8-4 hervorgeht, zeigt sich beim Vergleich der Bruchlasten aus dem Versuch und nach dem FE-Modell eine sehr gute Übereinstimmung. Demnach weicht die nach der FEM ermittelte Bruchlast ( $\psi = 0^\circ$ ) nur um 1,7 % von der im Versuch gewonnenen Bruchlast ab.

	Versuch	FEM
Bruchlast [kN]	<b>1.460</b>	1.435

**Tab. 8-4: Bruchlast im Versuch und nach FEM**

### 8.2.3 Versuch mit Lastangriff in $m = 2,0$

Der Einbau des Versuchskörpers in die Presse erfolgte auf die gleiche Weise, wie bei dem vorangegangenen Versuch. Ungefähr 15 kN vor dem Eintreten der Bruchlast von 704 kN kündigten erste Risse im unteren Bereich des mittleren Steines das baldige Versagen an. Riss- und Bruchlast sind in Anbetracht der geringen Differenz nahezu identisch. Der Bruch trat jedoch mit einem Spaltzugversagen des unteren Steins ein (Abb. 8-6 a). Die Risswurzeln lagen wie die des mittleren Steins am Steinrand zur unteren Fuge (Abb. 8-6 b).



a) Versagen des unteren Steins im Bruchmoment

b) Detail der Bruchfläche, Spaltzugrisse im mittleren Stein

c) Bruchbild nach Ablösen des Bruchstückes aus dem mittleren Stein

d) Hauptzugspannung  $\sigma_1$  und Bruchknoten nach FEM

**Abb. 8-6: Bruchbilder des Druckversuches unter exzentrischen Lastangriff bei  $m = 2,0$**

Unter geringem Kraftaufwand konnte beim mittleren Stein das durch die in Abb. 8-6 b) dargestellten Risse vorgezeichnete Bruchstück abgelöst werden, wonach sich das Bruchbild in Abb. 8-6 c) ergab. Der nach der FEM ermittelte Bruchknoten liegt am unteren Steinrand des mittleren Steines an der Grenzfläche zur Fuge (Abb. 8-6 d). Wie bereits erwähnt, traten im Versuch ebenfalls die ersten Risse mit dem Ursprung am unteren Steinrand des mittleren Steins auf. Allerdings liegt der in der FE-Berechnung bestimmte Bruchknoten hinter dem sich im Versuch einstellenden Spaltzugriss im mittleren Stein.

Die sich im Versuch einstellenden Spaltzugrisse im mittleren Stein mit ihrem Ursprung an der Grenzfläche zur Lagerfuge bestätigen die in Abschnitt 5.3 angestellte Vermutung, dass sich im Falle des untersuchten Mauerwerks bei einer solchen, mittels FEM ermittelten Bruchknotenposition ein Spaltzugriss nach Abb. 3-4 einstellen kann.

Nach Tab. 8-5 zeigt sich auch in diesem Fall mit einer Abweichung von nur 1,1 % eine sehr gute Übereinstimmung der Bruchlast von dem Versuch und der nach dem FE-Modell ( $\psi = 0^\circ$ ).

	Versuch	FEM
Bruchlast [kN]	<b>704</b>	696

**Tab. 8-5: Bruchlast im Versuch und nach FEM**

## 9 Zusammenfassung

Zur Erhaltung und Ertüchtigung der noch heute im Straßen- und Schienenverkehrsnetz unter Nutzung stehenden, zum Teil mehrere Jahrhunderte alten Natursteinbogenbrücken ist die genaue Kenntnis des Tragverhaltens von grundlegender Bedeutung. Mit modernen Methoden ausgerüstet ist der Ingenieur heute in der Lage, im Rahmen von Neueinstufungen von Verkehrswegen und Ausbauprojekten auf Basis aktueller Lastansätze und Berechnungsvorschriften die Tragfähigkeit alter Steinbogenbrücken zu bewerten. Jedoch ist mit den verfügbaren Normen zum Nachweis von Gebrauchs- und Tragfähigkeit nur eine relativ pauschale Bewertung der Widerstandsgrößen möglich, wodurch sich eine gewisse Kluft zwischen den Möglichkeiten der mechanischen Modellierung und den bereitgestellten Nachweisverfahren auf tut.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Tragfähigkeit von Quadermauerwerk aus Naturstein und will so einen Beitrag zur detaillierten Bewertung und Wichtung wesentlicher Einflussgrößen auf der Bauwerkswiderstandsseite sowie zur Erarbeitung eines zeitgemäßen Nachweiskonzeptes leisten.

Unter Anwendung des Programmsystems Ansys werden anhand eines Finite-Elemente-Modells Traglastkurvenscharen zur Untersuchung des Einflusses verschiedener Material- und Geometrieparameter auf die Querschnittstragfähigkeit erstellt. Dies macht es vorab erforderlich, die Materialeigenschaften von Stein und Mörtel unter mehraxialer Beanspruchung zu betrachten, um geeignete Bruch- beziehungsweise Fließkriterien für beide Materialien ableiten zu können.

Zunächst werden die Eigenschaften von Natursteinen, insbesondere die des Sandsteins, beschrieben. Hierbei zeigt sich bei der Darstellung der Bruchhüllenden von Postaer Sandstein mit Mohr'schen Spannungskreisen eine lineare Begrenzung für den Druck-Zug-Zug-Bereich. Dieser ist für das Versagen des Steins im Mauerwerk maßgeblich, weshalb die Wahl eines geeigneten numerischen Bruchmodells auf das nach Mohr-Coulomb fällt. Der Mörtel steht im Mauerwerk in einem Druck-Druck-Druck-Spannungszustand. Unter zunehmendem hydrostatischen Druck weist er einen annähernd linearen Anstieg der Festigkeit gegenüber der hydrostatischen Achse auf. Diese Gegebenheit begründet die Anwendung des Bruch- beziehungsweise Fließkriteriums nach Drucker-Prager für den Mörtel.

Bei dem FE-Modell, welches dem Verfasser seitens des betreuenden Büros zur Verfügung gestellt wurde, handelt es sich um ein 2-D-Modell eines sogenannten Drei-Stein-Körpers, in welchem Steine und Fugen einzeln modelliert und mit vierknotigen Scheibenelementen im ebenen Verzerrungszustand unter unterschiedlicher Netzdichte vernetzt werden. Kontaktelemente verknüpfen die Knoten an den Fugengrenzen zwischen Stein und Mörtel, so dass dort lediglich die Übertragung von Druck- und Reibungskräften erfolgt und sich eine gerissene Zugzone einstellen kann. Aufgrund des ausgeprägten Spröbruchverhaltens des Sandsteins bleibt das Rissverhalten vor dem Bruch unberücksichtigt.

Mit dem im Programmsystem Ansys implementierten iterativen Lösungsverfahren nach Newton-Raphson ist die nichtlineare Berechnung durchführbar. Die Belastung bildet eine Streckenlast dergestalt dass deren Resultierende durch die gewünschte Außermitte verläuft. Erreicht eine Hauptspannungskombination eines Punktes im Stein die Bruchhüllende nach Mohr-Coulomb, ist im rechnerischen Modell für den sprödebrüchigen Sandstein die Bruchlast erreicht. Führt eine steigende Belastung nicht zum Steinversagen und divergiert die Lösung, gilt Versagen infolge Gelenkbildung als gefunden. Ein solches Gelenk bildet sich unter Laststeigerung in der Form aus, dass sich die Lastübertragungsfläche in der Fuge verkleinert und das System mit dem so gebildeten Gelenk kinematisch wird. Im Gegensatz zum elastischen Materialverhalten des Natursteins, wird der Mörtel als elastisch-idealplastisch und damit im Sinne der Plastizitätstheorie als fließfähig angenommen. Erreicht eine Spannungskombination eines Punktes im Mörtel die Fließfläche nach Drucker-Prager, verformt sich dieser plastisch und entzieht sich weiterer Laststeigerung, indem hinzukommende Spannungen auf benachbarte Bereiche umgelagert werden.

Die Spannungsverteilungen von Vertikal-, Horizontal- und Schubspannungen in Stein und Mörtel unter zentrischem und exzentrischem Lastangriff sind für 60 cm dickes Mauerwerk mit 30 cm hohen Steinen und 1,5 cm dicken Fugen angegeben. Das Tragverhalten von Natursteinquadermauerwerk mit minderfestem Mörtel ist hieraus ablesbar. Der Lagerfugenmörtel weist ein größeres Querdehnvermögen auf als der Stein, wodurch der Mörtel infolge des Verbundes zwischen beiden Materialien Querdruck und der Stein Querkzug erhält. Hinzu kommen die durch das Plastifizieren beziehungsweise Ausbrechen des Mörtels am Fugenrand und der daraus resultierenden Teilflächenpressung entstehenden Spaltzugspannungen im Stein. Wegen der beschriebenen Abhängigkeit der Festigkeiten körniger Materialien vom herrschenden Spannungszustand liegt die Mauerwerksfestigkeit über der einaxialen Mörteldruckfestigkeit und unter der einaxialen Steindruckfestigkeit.

Versagen tritt bei dünnfugigem, zentrisch belastetem Sandsteinquadermauerwerk in der Regel durch einen Spaltzugbruch im Stein ein. Je nach Stein- und Mörtelfestigkeit kann es vor einem solchen Spaltzugbruch zum Abplatzen des Steinrandes kommen. Bei außermittig belastetem Quadermauerwerk kann ein Versagen auf vielfältige Art und Weise eintreten. So ist neben dem Spaltzugbruch auch ein Biegezugbruch auf der lastabgewandten Seite mit anschließendem schubartigen Bruch auf der lastzugewandten Seite möglich. Je nach Fugendicke sowie Stein- und Mörtelfestigkeit kann es auch zum Versagen durch Gelenkbildung in der Lagerfuge kommen. Mörtelversagen als solches wurde bei dem untersuchten Mauerwerk nicht beobachtet.

Der Einfluss verschiedener Geometrie- und Materialparameter ist in Form von Diagrammen ausgewertet. Auf der Materialseite beeinflussen Steindruck- und -zugfestigkeit die Querschnittstragfähigkeit am stärksten. Steinhöhe und Steindicke sind hingegen die einflussreichsten Geometrieparameter. Bei allen Traglastkurven ist bei einer bezogenen Ausmitte von  $m \geq 1,0$  ein stärkerer Abfall im Verlauf festzustellen. Die Verläufe der Traglastkurven für variierende Fugendicken und Mörteldruckfestigkeiten nähern sich mit diesem Sprung derart an, dass der Einfluss dieser beiden Parameter für größere Ausmitten etwas abnimmt.

---

Selbiges ist bei den Diagrammen zur Untersuchung der Steindruck- und -zugfestigkeit nicht zu verzeichnen. Von vernachlässigbarem Einfluss auf die erreichbare Tragfähigkeit sind die E-Moduli und Querdehnzahlen von Stein und Mörtel. Allerdings ist darauf hinzuweisen, dass ein Variieren der Mörtel-Querdehnzahl nur für den elastischen Bereich gilt. Trifft eine Spannungscombination eines Punktes im Mörtel auf die Fließfläche nach Drucker-Prager und plastifiziert der Mörtel, so strebt die Querdehnzahl gegen den Wert  $\mu = 0,50$ . Hinsichtlich der ermittelten Traglasten ist man damit jedoch auf der sicheren Seite.

Die Ermittlung von Traglasten für Mauerwerk, welches hinsichtlich seiner Material- und Geometrieparameter von dem den erstellten Traglastkurven zugrunde liegenden Mauerwerk verschieden ist, erfolgt anhand eines in der Entwicklung befindlichen Programms. Dabei wird die gesuchte Traglast durch lineare Interpolation zwischen bereits ermittelten Traglastwerten gewonnen. Die entsprechende Vorgehensweise bei der Interpolation ist anhand eines Beispiels exemplarisch dargestellt.

FE-Nachrechnungen von Druckversuchen an Drei-Stein-Körpern im Maßstab 1:1 zeigen für den Fall des zentrischen Lastangriffs eine gegenüber dem Versuch um 27,5 % niedrigere Traglast. Man befindet sich hiermit weit auf der sicheren Seite. Die Versuche unter exzentrischer Belastung bestätigen eine gute Einschätzung der Querschnittstragfähigkeit mit dem verwendeten FE-Modell.

---

## 10 Literatur

---

- [1] Purtak, F.: Zur nichtlinearen Berechnung von Bogenbrücken aus Natursteinmauerwerk. 22nd CAD-FEM User's Meeting 2004, International Congress on FEM Technology with ANSYS CFX & ICEM CFD Conference
- [2] Gröschke, T.: Maßgebende Einwirkungen auf Bogentragwerke für Brücken aus Quadermauerwerk für beliebige Geometrien infolge Normlasten. Diplomarbeit in Vorbereitung, Hochschule für Technik und Wirtschaft Dresden (FH), Fachbereich Bauingenieurwesen/Architektur
- [3] Forschungsvorhaben Nr. KU 0425001KAT2, 1. Zwischenbericht: Bogenbrücken aus Natursteinmauerwerk - Entwicklung eines realitätsnahen Berechnungsmodells für den statischen Nachweis von Bogenbrücken, Tragwerk Ingenieure Döking+Purtak Partnerschaft, G-M-G Partnerschaft Graße - Müller – Geißler, Dresden 2003
- [4] Wendehorst: Baustoffkunde, 25. Auflage, Vincentz Verlag Hannover, 1998
- [5] Warnecke, P.: Tragverhalten und Konsolidierung von historischem Natursteinmauerwerk. Dissertation, Technische Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, Fachbereich für Bauingenieur- und Vermessungswesen, 1995
- [6] Naturwerkstein in der Denkmalpflege, Handbuch für den Steinmetzen und Steinbildhauer; Architekten und Denkmalpfleger; Ebner Verlag, Ulm, 1988
- [7] Alfes, C.: Bruchmechanisches Werkstoffverhalten von Sandstein unter Zugbeanspruchung. Dissertation, Technisch-wissenschaftlicher Bericht des Instituts für Bauforschung der RWTH Aachen (ibac), 1993
- [8] Dillmann, O. O.: Der Sandstein, Teil 1: Petrographie des Sandsteins. In: Der Naturstein, Ebner Verlag Ulm, 7/1997
- [9] Engelhardt, von W.; Pitter, H.: Über die Zusammenhänge zwischen Porosität, Permeabilität und Korngröße bei Sanden und Sandsteinen. In: Heidelberger Beiträge zur Mineralogie und Petrographie, Bd. 2, 1951
- [10] Graton, L.C.; Fraser, H.J.: Systematic Packing of Spheres – With particular Relations to Porosity and Permeability. In: Journal of Geology 43, No. 8, 1935

- 
- [11] Grunert, S.: Der Sandstein der Sächsischen Schweiz als Naturressource, seine Eigenschaften, seine Gewinnung und Verwendung in Vergangenheit und Gegenwart. Dissertation B, TU Dresden, 1983
- [12] DIN EN 1926: 03.00 „Prüfverfahren für Naturstein - Bestimmung der Druckfestigkeit - “ Beuth Verlag, Berlin
- [13] Schickert, G.: Formfaktoren der Betondruckfestigkeit. In: Bautechnik 2, Ernst & Sohn Verlag Berlin, 1981
- [14] Berndt, E.; Schöne, I.: Ein Bemessungsvorschlag für Mauerwerk aus Elbsandstein auf Grundlage experimentell nachgewiesener Tragfähigkeiten. In: Jahrbuch 1992, Sonderforschungsbereich 315, Ernst & Sohn Verlag Berlin
- [15] DIN EN 12372 „Prüfverfahren für Naturstein – Bestimmung der Biegefestigkeit unter Mittelast“, Ausgabe Juni 1999
- [16] Jäger, W.; Pohle, F.: Durchführung und Auswertung von ergänzenden Mauerwerksversuchen, (Druck-, Druck-Schub und Druck-Zug-Tragverhalten einschließlich Materialgrundprüfungen). Erarbeitet im Auftrag der Stiftung Frauenkirche Dresden. Unveröffentlichtes Manuskript, TU Dresden, Lehrstuhl Tragwerksplanung, 2000
- [17] Curbach, M.; Proske D.: Abschätzung des Verteilungstyps der Mauerwerksdruckfestigkeit bei Sandsteinmauerwerk. Forschungsarbeit, Lehrstuhl für Massivbau, TU Dresden
- [18] Rosetz, G.P.: Gesteinsmechanische Untersuchungen am Postaer Sandstein. Unveröffentlichter Forschungsbericht, TU Bergakademie Freiberg, 1996
- [19] Franken, S.; Müller, H.S.; Eckert, H.: Historische Mörtel und Reparaturmörtel - Untersuchen, Bewerten, Einsetzen. Empfehlungen für die Praxis, Sonderforschungsbereich 315. Ernst & Sohn Verlag Berlin, 2001
- [20] Hilsdorf, H.K.; Schäfer, J.: Struktur und mechanische Eigenschaften von Kalkmörteln. In: Jahrbuch 1991, Sonderforschungsbereich 315, Ernst & Sohn Verlag Berlin
- [21] Hilsdorf, H.K.; Schäfer, J.: Der Mörtel im historischen Mauerwerk. In: Jahrbuch 1989, Sonderforschungsbereich 315, Ernst & Sohn Verlag Berlin
- [22] Huster, U.: Tragverhalten von einschaligem Natursteinmauerwerk unter zentrischer Druckbeanspruchung. Dissertation, Uni GH Kassel, Fachbereich Bauingenieurwesen, 2000

- 
- [23] Bierwirth, H.: Dreiachsige Druckversuche an Mörtelproben aus Lagerfugen von Mauerwerk. Dissertation, Technische Universität München, 1995
- [24] DIN 52105: 08.88 „Prüfung von Natursteinen – Druckversuch –“, Beuth Verlag, Berlin
- [25] Schneider, K.-J. (Hrsg): Bautabellen für Ingenieure – mit Berechnungshinweisen und Beispielen. 15. Auflage, Werner Verlag, 2002
- [26] Hildorf, H.: Untersuchungen über die Grundlagen der Mauerwerksfestigkeit, Materialprüfamt für das Bauwesen der TH München, 1965
- [27] Berndt, E.: Zur Druck- und Schubfestigkeit von Mauerwerk – experimentell nachgewiesen an Strukturen aus Elbsandstein. In: Bautechnik 73, Heft 4, Ernst & Sohn Verlag Berlin, 1996
- [28] Pöschel, G.; Sabha, A.; Purtak, F.; Popp, T.: Versuchsbericht zur Tragfähigkeit des Natursteinmauerwerks aus Elbe Sandstein unter ausmittiger Belastung – Experimentelle Untersuchung im Auftrag der DFG-SFB-315 Teilprojekt C2. TU Dresden, Fakultät Architektur, Lehrstuhl für Tragwerksplanung
- [29] Babilon, H.: Über eine Auswirkung einer ungleichförmigen Fugengeometrie aus den Spannungs- und Verformungszustand im zentrisch gedrückten Mauerwerk. Dissertation, TU Berlin, Fachbereich Bauingenieur- und Vermessungswesen, 1993
- [30] Jagfeld, M.: Tragverhalten und statische Berechnung gemauerter Gewölbe bei großen Auflagerverschiebungen – Untersuchung mit der Finite-Elemente-Methode. Dissertation, TU München, Fakultät für Architektur, 1999
- [31] Eurocode 6: Bemessung und Konstruktion von Mauerwerksbauten, Teil 1-1: Allgemeine Regeln; Regeln für bewehrtes und unbewehrtes Mauerwerk, Deutsche Fassung DIN V ENV 1996-1-1 und NAD
- [32] Mann, W.: Zum Tragverhalten von Mauerwerk aus Natursteinen. In: Mauerwerk-Kalender 1983, Ernst & Sohn Verlag Berlin
- [33] Pöschel, G.; Sabha, A.: Ein theoretisches Modell zum Tragverhalten von Elbsandsteinmauerwerk. In: Jahrbuch 1993, Sonderforschungsbereich 315 – Erhalten historisch bedeutsamer Bauwerke, Ernst & Sohn Verlag Berlin
- [34] Kupfer, H.: Das Verhalten des Betons unter mehrachsiger Kurzzeitbelastung unter besonderer Berücksichtigung der zweiachsigen Beanspruchung. In: DafStb Heft 229, Ernst & Sohn Verlag Berlin, 1973



- 
- [35] Chen, W.F.; Han, D.J.: Plasticity for Structural Engineers, Springer-Verlag New York, 1988
- [36] Gründler, S.: Mehraxiale Beanspruchung von Beton, mathematische Erfassung und mehrdimensionale Darstellung von Versuchsergebnissen. Diplomarbeit, TU Dresden, Fakultät Bauingenieurwesen, Lehrstuhl für Massivbau, 1998
- [37] Kaliszky, S.: Plastizitätslehre – Theorie und technische Anwendung. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1984
- [38] Bathe, K.-J.: Finite-Elemente-Methoden, 2. Auflage, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2002
- [39] Gross, D.: Bruchmechanik mit Einführung in die Mikromechanik. Springer-Verlag Berlin, 2001
- [40] ANSYS 8.0, User's Manual, Swanson Analysis Systems, CAD-FEM GmbH, 1994
- [41] Der Ingenieurbau: Grundwissen/Rechnerorientierte Baumechanik, Ernst & Sohn Verlag Berlin, 1995
- [42] Purtak, F.: Tragfähigkeit von schlankem Quadermauerwerk aus Naturstein. Dissertation, Technische Universität Dresden, Fakultät Architektur, Lehrstuhl Tragwerksplanung, 2001
- [43] DIN 1053-1: Mauerwerk. Teil1: Berechnung und Ausführung, DIN Deutsches Institut für Normung e.V., November 1996
- [44] Ebner, B.: Das Tragverhalten von mehrschaligem Bruchsteinmauerwerk im regelmäßigen Schichtenverband. Dissertation, TU Berlin, Fachbereich Architektur, 1995
- [45] Berndt, E.: Sachverständigengutachten zu den gemessenen Verformungskennwerten vom Wehlener und Mühlleitner Sandstein und dem daraus entwickelten Mauerwerk für die Hauptpfeiler der Frauenkirche von Dresden, 1998
- [46] Sabha, A.; Schöne, I.: Untersuchungen zum Tragverhalten von Mauerwerk aus Elbsandstein. Bautechnik 71, Heft 3, Ernst & Sohn Verlag Berlin, 1994
- [47] Schäfer, J.; Hilsdorf, H.: Struktur und mechanische Eigenschaften von Kalkmörteln, Sonderforschungsbereich 315 – Erhalten historisch bedeutsamer Bauwerke, Jahrbuch 1991, Ernst & Sohn Verlag Berlin

- [48] Pöschel, G.; Purtak, F.: Zur Tragfähigkeit von historischem Mauerwerk aus Elbsandstein. Jahrbuch 1997/98 Sonderforschungsbereich 315 – Erhalten historisch bedeutsamer Bauwerke, Ernst & Sohn Verlag Berlin
- [49] Ebner, B.: Das Tragverhalten von mehrschaligem Bruchsteinmauerwerk im regelmäßigen Schichtenverband, Dissertation, TU Berlin, 1996
- [50] Sabha, A.; Weigert, A.: Einfluss der Steinhöhe auf das Tragverhalten einschaligen Mauerwerks. Jahrbuch 1995, Sonderforschungsbereich 315 – Erhalten historisch bedeutsamer Bauwerke, Ernst & Sohn Verlag Berlin
- [51] Vorläufige Richtlinie zur Ergänzung der Eignungsprüfung von Mauermörtel; Druckfestigkeit in der Lagerfuge, Anforderungen, Prüfung. Fassung Oktober 1996
- [52] Rustmeier, H.G.: Untersuchungen über Einflüsse auf die Drucktragfähigkeit von Bruchsteinmauerwerk. Dissertation, TH Darmstadt, Fachbereich Architektur, 1982

## EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG

---

Hierdurch erkläre ich, dass ich, Uwe Hirsch, die von mir am heutigen Tag eingereichte Diplomarbeit selbständig verfasst und ausschließlich die angegebenen Hilfsmittel benutzt habe.

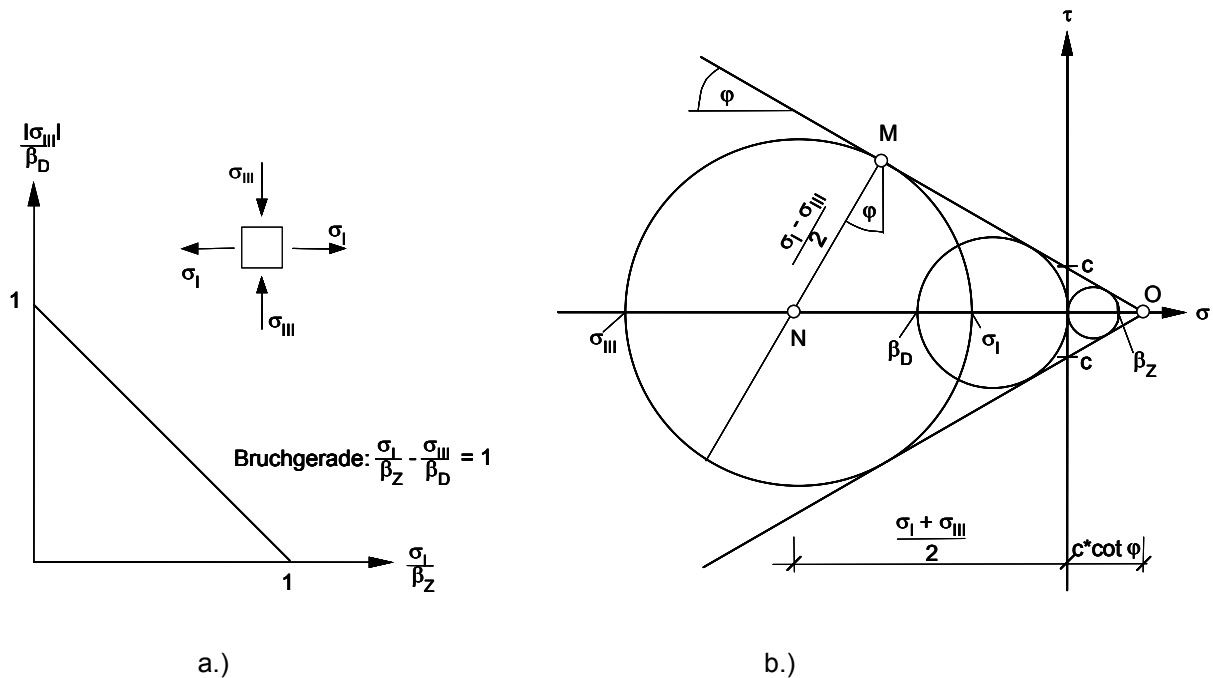
Dresden, den 06.10.2004

Unterschrift:

## A Bruchmodell nach Mohr-Coulomb

### A.1 Herleitung der Materialparameter $c$ und $\varphi$

Der mehraxiale Spannungszustand lässt sich in der Ebene bei  $\sigma_{II} = 0$  durch eine linear verlaufende Bruchkurve darstellen. Dies ermöglicht die Beschreibung der Bruchgerade mit der Achsen-Abschnitts-Form der Geradengleichung, welche durch eine Beziehung der Hauptspannungen ( $\sigma_I, \sigma_{III}$ ) zu den einaxialen Festigkeiten ( $\beta_Z, \beta_D$ ) gekennzeichnet ist (Abb. A-1a.)). Eine weitere Möglichkeit zur Darstellung der Bruchgeraden besteht in der Beschreibung dieser mit den Parametern der inneren Reibung  $\varphi$  und der Kohäsion  $c$  über Mohr'sche Spannungskreise (Abb. A-1 b.)). Diese beiden Materialkennwerte stehen ebenfalls in einer Beziehung zu den Hauptspannungen sowie zu den einaxialen Festigkeiten und sollen im Folgenden hergeleitet werden.



**Abb. A-1: Bruchgerade und Darstellung durch Mohr'schen Spannungskreis**

Wie schon im Hauptteil dieser Arbeit dargestellt wurde, folgt mit  $\sigma_I \geq \sigma_{II} \geq \sigma_{III}$  aus der Geometrie:

$$|\tau| = c - \sigma \cdot \tan \varphi$$

$$\frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2} \cdot \cos \varphi = c - \left[ \frac{\sigma_I + \sigma_{III}}{2} + \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2} \cdot \sin \varphi \right] \cdot \tan \varphi$$

Durch Umstellung dieser Gleichung ergibt sich:

$$(\sigma_I - \sigma_{III}) \cdot \cos \varphi = 2 \cdot c - [\sigma_I + \sigma_{III} + (\sigma_I - \sigma_{III}) \cdot \sin \varphi] \cdot \tan \varphi$$

$$(\sigma_I - \sigma_{III}) \cdot \cos \varphi = 2 \cdot c - \sigma_I \cdot \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} - \sigma_{III} \cdot \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} - \sigma_I \cdot \sin \varphi \cdot \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} + \sigma_{III} \cdot \sin \varphi \cdot \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi}$$

$$(\sigma_I - \sigma_{III}) \cdot \cos^2 \varphi = 2 \cdot c \cdot \cos \varphi - \sigma_I \cdot \sin \varphi - \sigma_{III} \cdot \sin \varphi - \sigma_I \cdot \sin^2 \varphi + \sigma_{III} \cdot \sin^2 \varphi$$

$$\sigma_I \cdot \cos^2 \varphi - \sigma_{III} \cdot \cos^2 \varphi + \sigma_I \cdot \sin^2 \varphi - \sigma_{III} \cdot \sin^2 \varphi = 2 \cdot c \cdot \cos \varphi - \sigma_I \cdot \sin \varphi - \sigma_{III} \cdot \sin \varphi$$

$$\sigma_I \cdot (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) - \sigma_{III} \cdot (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) = 2 \cdot c \cdot \cos \varphi - \sigma_I \cdot \sin \varphi - \sigma_{III} \cdot \sin \varphi$$

$$\sigma_I - \sigma_{III} = 2 \cdot c \cdot \cos \varphi - \sigma_I \cdot \sin \varphi - \sigma_{III} \cdot \sin \varphi$$

$$\sigma_I - \sigma_{III} + \sigma_I \cdot \sin \varphi + \sigma_{III} \cdot \sin \varphi = 2 \cdot c \cdot \cos \varphi$$

$$\sigma_I \cdot (1 + \sin \varphi) - \sigma_{III} \cdot (1 - \sin \varphi) = 2 \cdot c \cdot \cos \varphi$$

$$\sigma_I \cdot \frac{1 + \sin \varphi}{2 \cdot c \cdot \cos \varphi} - \sigma_{III} \cdot \frac{1 - \sin \varphi}{2 \cdot c \cdot \cos \varphi} = 1$$

Die einaxiale Druck- und Zugfestigkeit ergeben sich aus der linearen Beziehung  $\frac{\sigma_I}{\beta_Z} - \frac{\sigma_{III}}{\beta_D} = 1$  zu:

$$\beta_D = \frac{2 \cdot c \cdot \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad \text{und} \quad \beta_Z = \frac{2 \cdot c \cdot \cos \varphi}{1 + \sin \varphi}$$

Aus diesen beiden Gleichungen können die Parameter  $c$  und  $\varphi$  wie folgt abgeleitet werden:

$$\beta_D \cdot \frac{1 - \sin \varphi}{2 \cdot \cos \varphi} = \beta_Z \cdot \frac{1 + \sin \varphi}{2 \cdot \cos \varphi}$$

$$\beta_D \cdot (1 - \sin \varphi) = \beta_Z \cdot (1 + \sin \varphi) \quad \text{mit} \quad n = \frac{\beta_Z}{\beta_D} \quad \text{folgt:}$$

$$1 - \sin \varphi = n \cdot (1 + \sin \varphi)$$

$$1 - \sin \varphi = n \cdot \sin \varphi + n$$

$$1 - n = n \cdot \sin \varphi + \sin \varphi = \sin \varphi \cdot (n + 1)$$

$$\sin \varphi = \frac{1 - n}{1 + n}$$

Aus dieser Gleichung erhält man durch Umformung:

**Innerer Reibungswinkel  $\varphi$ :**

$$(Gl. A-1) \quad \varphi = \arcsin\left(\frac{1-n}{1+n}\right)$$

Aus der einaxialen Druckfestigkeit ergibt sich:

**Kohäsion  $c$ :**

$$(Gl. A-2) \quad c = \beta_D \cdot \frac{1 - \sin \varphi}{2 \cdot \cos \varphi}$$

## A.2 Herleitung der drei Beziehungen zur Beschreibung des Hexagons [37]

Aus dem Dreieck MNO in Abb. A-1 kann die folgende Beziehung abgelesen werden:

$$\frac{|\sigma_I - \sigma_{III}|}{2} = \left( c \cdot \cot \varphi - \frac{\sigma_I + \sigma_{III}}{2} \right) \cdot \sin \varphi$$

Nach Umordnung erhält man:

$$\frac{|\sigma_I - \sigma_{III}|}{2} = c \cdot \cos \varphi - \frac{\sigma_I + \sigma_{III}}{2} \cdot \sin \varphi$$

Daraus folgt die in Spannungen ausgedrückte Coulomb'sche Bruchbedingung:

$$(Gl. A-3) \quad f = \frac{|\sigma_I - \sigma_{III}|}{2} - c \cdot \cos \varphi + \frac{\sigma_I + \sigma_{III}}{2} \cdot \sin \varphi = 0$$

Hierin ist  $\sigma_I$  die größte und  $\sigma_{III}$  die kleinste Hauptspannung. Die Bedingung  $\sigma_I \geq \sigma_{II} \geq \sigma_{III}$  gilt demnach als erfüllt. Ist bei der Untersuchung eines Punktes die Größenreihenfolge der drei Hauptspannungen nicht von vornherein bekannt, muss die Beziehung nach (Gl. A-3) für jede mögliche Hauptschubspannung aufgestellt werden. Erfolgt dabei eine Eliminierung der Betragszeichen, ergeben sich die Beziehungen in folgender Form:

$$(Gl. A-4) \quad F_1 = \left[ \frac{\sigma_I - \sigma_{II}}{2} \right]^2 - \left[ c \cdot \cos \varphi - \frac{\sigma_I + \sigma_{II}}{2} \cdot \sin \varphi \right]^2 \leq 0$$

$$(Gl. A-5) \quad F_2 = \left[ \frac{\sigma_{II} - \sigma_{III}}{2} \right]^2 - \left[ c \cdot \cos \varphi - \frac{\sigma_{II} + \sigma_{III}}{2} \cdot \sin \varphi \right]^2 \leq 0$$

$$(Gl. A-6) \quad F_3 = \left[ \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2} \right]^2 - \left[ c \cdot \cos \varphi - \frac{\sigma_I + \sigma_{III}}{2} \cdot \sin \varphi \right]^2 \leq 0$$

Nimmt eine dieser Beziehungen den Wert  $\geq$  Null an, gilt der Bruch als gefunden.

## B Bruchmodell nach Drucker-Prager [38, 39, 41]

### B.1 Herleitung der Materialparameter $c$ und $\varphi$

Es sind bekannt:

$$(Gl. B-1) \quad \alpha = \frac{2 \cdot \sin \varphi}{\sqrt{3} \cdot (3 - \sin \varphi)}$$

$$(Gl. B-2) \quad k = \frac{6 \cdot c \cdot \cos \varphi}{\sqrt{3} \cdot (3 - \sin \varphi)}$$

$$(Gl. B-3) \quad \beta_Z = \frac{k}{\alpha + \frac{1}{\sqrt{3}}}$$

$$(Gl. B-4) \quad \beta_D = \frac{k}{\alpha - \frac{1}{\sqrt{3}}}$$

Durch Gleichsetzen von (Gl. B-3) und (Gl. B-4) erhält man:

$$\beta_Z \cdot \left( \alpha + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = \beta_D \cdot \left( \alpha - \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$$

$$\beta_Z \cdot \alpha + \beta_Z \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \beta_D \cdot \alpha - \beta_D \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\beta_Z \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} + \beta_D \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \beta_D \cdot \alpha - \beta_Z \cdot \alpha$$

$$\frac{\beta_Z}{\sqrt{3}} + \frac{\beta_D}{\sqrt{3}} = \alpha \cdot (\beta_D - \beta_Z)$$

$$\text{(Gl. B- 5)} \quad \alpha = \frac{\beta_Z + \beta_D}{\sqrt{3} \cdot (\beta_D - \beta_Z)}$$

$$\text{(Gl. B- 6)} \quad k = \beta_D \cdot \left( \alpha - \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$$

Durch Umformung von (Gl. B-1) ergibt sich:

$$\alpha \cdot \sqrt{3} \cdot (3 - \sin \varphi) = 2 \cdot \sin \varphi$$

$$\alpha \cdot \sqrt{3} \cdot 3 - \alpha \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi = 2 \cdot \sin \varphi$$

$$\alpha \cdot \sqrt{3} \cdot 3 = 2 \cdot \sin \varphi + \alpha \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi$$

$$\alpha \cdot \sqrt{3} \cdot 3 = \sin \varphi \cdot (2 + \alpha \cdot \sqrt{3})$$

$$\text{(Gl. B- 7)} \quad \sin \varphi = \frac{\alpha \cdot \sqrt{3} \cdot 3}{2 + \alpha \cdot \sqrt{3}}$$

Durch Umformung von (Gl. B-2) ergibt sich:

$$k \cdot \sqrt{3} \cdot (3 - \sin \varphi) = 6 \cdot c \cdot \cos \varphi$$

$$\text{(Gl. B- 8)} \quad c = \frac{k \cdot \sqrt{3} \cdot (3 - \sin \varphi)}{6 \cdot \cos \varphi}$$

Aus (Gl. B-7) folgt:

$$\sin \varphi = \frac{\alpha \cdot \sqrt{3} \cdot 3}{\alpha \cdot \sqrt{3} \cdot \left( 1 + \frac{2}{\alpha \cdot \sqrt{3}} \right)}$$

$$\text{(Gl. B- 9)} \quad \sin \varphi = \frac{3}{1 + \frac{2}{\alpha \cdot \sqrt{3}}}$$



Aus (Gl. B-5) folgt:

$$(Gl. B-10) \quad \frac{1}{\alpha \cdot \sqrt{3}} = \frac{\beta_D - \beta_Z}{\beta_D + \beta_Z}$$

Durch Einsetzen von (Gl. B-10) in (Gl. B-9) erhält man den inneren Reibungswinkel  $\varphi$ :

$$\sin \varphi = \frac{3}{1 + 2 \cdot \frac{\beta_D - \beta_Z}{\beta_D + \beta_Z}}$$

**Innerer Reibungswinkel  $\varphi$ :**

$$(Gl. B-11) \quad \varphi = \arcsin \left( \frac{3}{1 + 2 \cdot \frac{\beta_D - \beta_Z}{\beta_D + \beta_Z}} \right)$$

Durch Einsetzen von (Gl. B-5) und (Gl. B-6) in (Gl. B-8) erhält man die Kohäsion  $c$ :

**Kohäsion  $c$ :**

$$(Gl. B-12) \quad c = \beta_D \cdot \left( \frac{\beta_D - \beta_Z}{\beta_D + \beta_Z} - 1 \right) \cdot \frac{3 - \sin \varphi}{6 \cdot \cos \varphi}$$

## C Beispiel zur Interpolation in den Traglastkurvenscharen

Gegeben:

Geometrie			Material						
$d_{St}$ [cm]	$h_{St}$ [cm]	$t$ [cm]	$\beta_{D,St}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\beta_{Z,St}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\beta_{D,M0}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_{St}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_{M0}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\mu_{St}$	$\mu_{M0}$
60	40	2,2	25	1,6	2	15.000	1250	0,2	0,2

Aus der Ermittlung der Schnittkräfte geht eine Ausmitte der Normalkraftresultierenden von  $e = 0,11$  m hervor. Die bezogene Ausmitte ergibt sich damit zu:

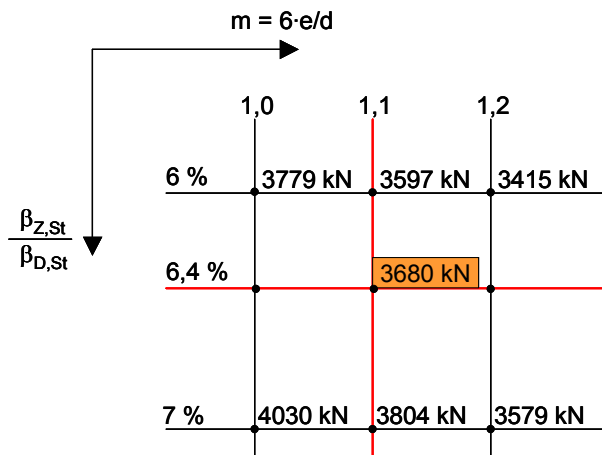
$$m = \frac{6 \cdot e}{d} = \frac{6 \cdot 0,11}{0,60} = 1,1$$

Prozente der Steinzugfestigkeit zur Steindruckfestigkeit:

$$\frac{1,6}{25} \cdot 100 = 6,4\%$$

**Interpolation in der Ebene  $\beta_{D,St} = 20$  N/mm<sup>2</sup>:**

Aus der Matrix:

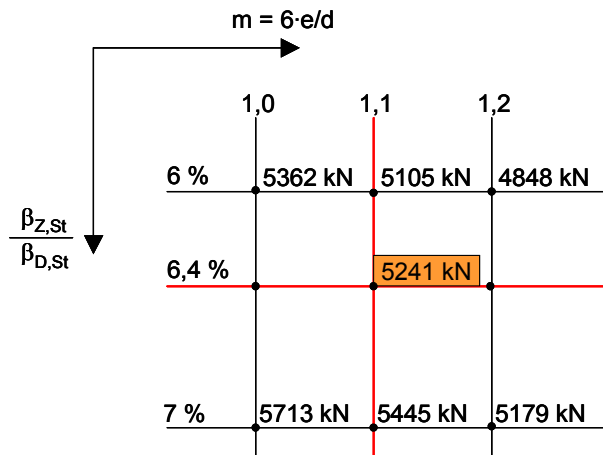


Die Traglast für  $\beta_{Z,St}/\beta_{D,St} = 6,4\%$  und  $m = 1,1$  ergibt sich damit zu:

**3680 kN**

**Interpolation in der Ebene  $\beta_{D,St} = 30 \text{ N/mm}^2$ :**

Aus der Matrix:



Die Traglast für  $\beta_{Z,St}/\beta_{D,St} = 6,4 \%$  und  $m = 1,1$  ergibt sich damit zu: **5241 kN**

Somit beträgt die Traglast für  $\beta_{D,St} = 25 \text{ N/mm}^2$ ;  $\beta_{Z,St}/\beta_{D,St} = 6,4 \%$ ;  $h_{St}/d_{St} = 0,50$ ;  $m = 1,1$

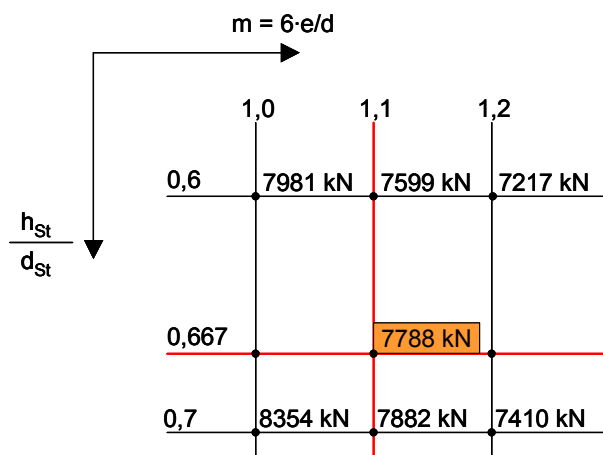
**4461 kN**

**Berücksichtigung der Steinhöhe von 40 cm**

Prozente der Steinhöhe zur Steindicke:

$$\frac{40}{60} \cdot 100 = 66,67\%$$

Aus der Matrix:



Die Traglast für  $h_{St}/d_{St} = 0,667$  und  $m = 1,1$  ergibt sich damit zu:

**7788 kN**

Traglast für  $h_{St}/d_{St} = 0,5$  und  $m = 1,0$ : 7416 kN

Traglast für  $h_{St}/d_{St} = 0,5$  und  $m = 1,2$ : 6712 kN

**Die Traglast für  $h_{St}/d_{St} = 0,5$  und  $m = 1,1$  ergibt sich damit zu: 7064 kN**

Verhältnis aus beiden Traglasten:

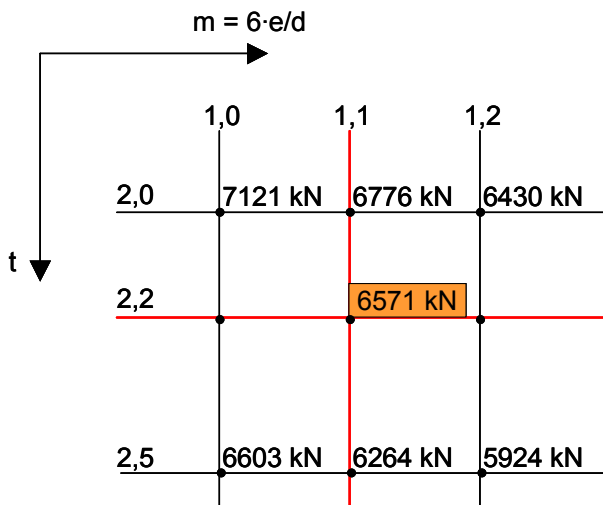
$$7788/7064 = 1,102$$

**Damit ergibt sich die Traglast unter Berücksichtigung eines Verhältnisses  $h_{St}/b_{St} = 0,6667$  zu:**

$$4461 \text{ kN} \cdot 1,102 = \underline{\underline{4916 \text{ kN}}}$$

**Berücksichtigen der Fugendicke von  $t = 2,2 \text{ cm}$**

Aus der Matrix:



**Die Traglast für  $t = 2,2$  und  $m = 1,1$  ergibt sich damit zu: 6571 kN**

Die bisher zur Interpolation herangezogenen Traglasten basieren auf einer Fugendicke von  $t = 1,5 \text{ cm}$ .

Traglast für  $t = 1,5 \text{ cm}$  und  $m = 1,0$ : 7416 kN

Traglast für  $t = 1,5 \text{ cm}$  und  $m = 1,2$ : 6712 kN

**Die Traglast für  $t = 1,5 \text{ cm}$  und  $m = 1,1$  ergibt sich damit zu: 7064 kN**

Verhältnis aus beiden Traglasten:

$$6571/7064 = 0,93$$

***Damit ergibt sich die Taglast unter Berücksichtigung einer Fugendicke von  $t = 2,2$  cm zu:***

$$4916 \text{ kN} \cdot 0,93 = \underline{\underline{4572 \text{ kN}}}$$

Die interpolierte Traglast für das gegebene Mauerwerk beträgt 4572 kN.

Die für den gegebenen Fall mittels FEM berechnete Traglast beträgt 4588 kN. Ausgehend von dieser Querschnittstragfähigkeit beträgt die vernachlässigbar kleine Abweichung zum interpolierten Wert 0,37 %. Hierbei ist zu bemerken, dass durch die Berücksichtigung nichtlinearer Materialeigenschaften die Traglasten bei mehreren FE-Berechnungen für ein gegebenes Mauerwerk ohnehin leicht voneinander abweichen.

**D Formfaktoren nach Schickert und Rustmeier [13, 52]**

Schlankheit h/b des Probe- körpers	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
	Verhältnisswerte der Druckfestigkeit (Formfaktoren) bezogen auf die Druckfestigkeit eines Probekörpers der Schlankheit h/b=1 bzw. h/d=1								
	Vorschlag Bonzel		BS 1881 (1970)	TV Beton (11-1972)	NBN B 15-220 (2-1970)	NEN 2489 (10-1976)	BAM		
	Beton weniger fest	Beton hochfest					Mittlere Erfahrungs- werte	Untersuchungen Bodenvermörtelungen	
							Sand fein	Sand grob	
0.25					2.150				
0.35					1.704	1.913			
0.50	1.667	1.273			1.375	1.580	1.560		
0.67	1.250	1.118		1.120	1.183	1.320	1.220		
0.75	1.160	1.075		1.085	1.123	1.225	1.140	1.140	1.215
0.80	1.120	1.058		1.070	1.092	1.172	1.100	1.095	1.160
0.90	1.050	1.022		1.030	1.041	1.079	1.033	1.038	1.061
1.00	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
1.15	0.950	0.970	0.987	0.958	0.952		0.955	0.958	0.959
1.25	0.925	0.955	0.979	0.933	0.927		0.930	0.940	0.940
1.35	0.905	0.941	0.970	0.910	0.905		0.915		
1.50	0.883	0.927	0.958	0.880	0.879		0.900		
2.00	0.833	0.909	0.920	0.850	0.819		0.858		
2.50	0.805	0.900			0.784		0.837		
3.00	0.783	0.891			0.760		0.830		
3.50	0.765	0.883			0.744		0.830		
4.00	0.742	0.855			0.732		0.830		

Abb. D-1: Verhältnisswerte von Druckfestigkeiten unterschiedlich schlanker Probekörper [13]

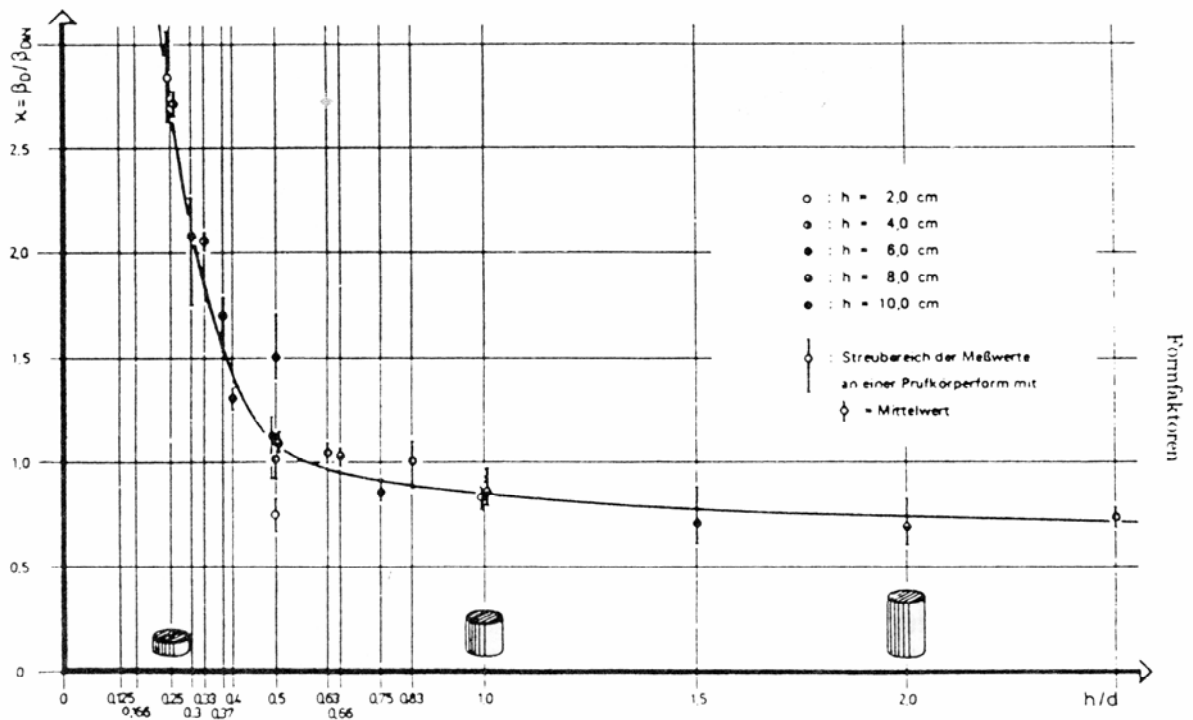


Abb. D-2: Formfaktoren  $\kappa$  für Mörtelprüfkörper der MG II [52]