

**NACHWEISKONZEPT FÜR BOGENBRÜCKEN  
AUS  
NATURSTEINMAUERWERK**

Zur Erlangung des akademischen Grades

MASTER OF SCIENCE (M. S c .)

dem Fachbereich Bauingenieurwesen/Architektur  
der Hochschule für Technik und Wirtschaft Dresden (FH)  
vorgelegte Master-Arbeit

Von: Dipl.-Ing. (FH) Uwe Hirsch, geboren am 04.05.1979 in Zeulenroda

Tag der Einreichung: 24.11.2006

Betreuer: Prof. Dr.-Ing. habil. Jürgen Fischer  
Prof. Dr.-Ing. Christoph Grieger  
Dr.-Ing. Frank Purtak (Trag Werk Ingenieure, Dresden)

AUFGABENSTELLUNG  
MASTER-ARBEIT

**für:** Herrn Dipl.-Ing. (FH) Uwe Hirsch, Mat.-Nr. 20339

**Thema:** Nachweiskonzept für Bogenbrücken aus Natursteinmauerwerk

**Aufgabenstellung:**

Für die Entwicklung eines realitätsnahen Berechnungsmodells für den statischen Nachweis von Bogenbrücken aus Natursteinmauerwerk wurden im Rahmen eines durch das Bundesministerium für Forschung und Entwicklung finanzierten Forschungsvorhabens verschiedene Untersuchungen durchgeführt, unter anderem zwei an der HTW durchgeführte Diplomarbeiten [1, 2].

Die Ergebnisse dieser Arbeiten sollen im Rahmen dieser Masterarbeit zusammen geführt werden. Darauf aufbauend sollen mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente wesentliche Parameter aus Geometrie und Belastung variiert, hinsichtlich ihrer Auswirkungen auf das Tragverhalten von Bogenbrücken untersucht und gegebenenfalls mit vorliegenden Versuchsergebnissen verglichen werden. Die hierfür erforderlichen Generierungsmodule für die Geometrie- und Einwirkungsgrößen sind ebenfalls im Rahmen der Arbeit zu erstellen.

Für die Etablierung eines entsprechenden Nachweisverfahrens unter Berücksichtigung sicherheitstheoretischer Belange und Konzepte sind verschiedene Ansätze vorzustellen und miteinander zu vergleichen. Die für die Nachweisverfahren benötigten Materialwerte sind in Form einer Checkliste für die Erstellung von Materialgutachten zusammen zu stellen.

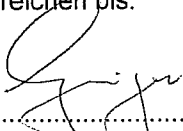
**Literatur:**


- [1] Hirsch, U.: Tragfähigkeitsuntersuchungen von Quadermauerwerk zur statischen Beurteilung von Bogenbrücken, Diplomarbeit, Dresden, 2004
- [2] Gröschke, T.: Maßgebende Einwirkungen auf Bogentragwerke für Brücken aus Quadermauerwerk für beliebige Geometrien infolge Normlasten, Diplomarbeit, Dresden, 2004

Betreuer: Prof. Dr.-Ing. habil. Jürgen Fischer  
Prof. Dr.-Ing. Christoph Grieger  
Praxisbetreuer: Dr.-Ing. Frank Purtak (Trag Werk Ingenieure, Dresden)

Ausgehändigt am: 24.07.2006

Einzureichen bis: 24.11.2006

  
.....  
Prof. Dr.-Ing. Christoph Grieger  
(Dekan)

  
.....  
Prof. Dr.-Ing. habil. Jürgen Fischer  
(Verantw. Hochschullehrer)

## Inhaltsverzeichnis

<b>Abkürzungen .....</b>	<b>VI</b>
<b>1 Einleitung und Zielstellung .....</b>	<b>1</b>
<b>2 Bestehende Vorschriften und aktueller Forschungsstand.....</b>	<b>4</b>
<b>3 Aufbau von Bogenbrücken .....</b>	<b>5</b>
3.1 Bogentragwerk .....	6
3.2 Fahrbahn.....	6
3.3 Auffüllung .....	7
3.4 Aufmauerung.....	8
3.5 Widerlager und Pfeiler .....	8
<b>4 Bogenformen .....</b>	<b>9</b>
<b>5 Einwirkungen auf das Bogentragwerk.....</b>	<b>14</b>
5.1 Eigenlasten .....	14
5.2 Straßenverkehrslasten.....	15
5.2.1 Das Lastmodell 1 nach DIN-FB 101.....	15
5.2.2 Brückenregelklassen nach DIN 1072.....	17
5.3 Eisenbahnverkehrslasten .....	18
5.3.1 Das Lastmodell 71 nach DIN-FB 101.....	18
5.4 Weitere Einwirkungen.....	20
<b>6 Verwendete Berechnungsmodelle.....</b>	<b>20</b>
6.1 Verwendete Software .....	20
6.2 Allgemeines Diskontinuumsmodell .....	20
6.3 Entkoppeltes Diskontinuumsmodell.....	21
6.4 Zum Entwicklungsstand des zur Verfügung gestellten Programmcodes .....	23
6.5 Zum Entwicklungsstand des erweiterten Programmcodes .....	23
6.6 Bogentragwerk .....	23
6.7 Auffüllung und Aufprägung von Verkehrslasten .....	25
6.8 Ermittlung der Stützlinie als Grundlage der Nachweisführung.....	27
6.9 Modelleinstellungen .....	27
6.9.1 Netzfeinheit.....	27
6.9.2 Times und Substeps.....	28
6.10 Newton-Raphson-Verfahren.....	28
6.11 Finite-Elemente-Modell zur Traglastermittlung.....	29
6.11.1 Lasteinleitung und Auswertung des Bruchkriteriums.....	30
6.12 Bruchmodelle für die numerische Berechnung .....	31
<b>7 Parameterstudien – Untersuchungen an der Standardbrücke .....</b>	<b>33</b>
7.1 Vorbemerkungen .....	33
7.2 Standardbrücke.....	34
7.2.1 Geometrische Verhältnisse.....	34
7.2.2 Materialparameter .....	36
7.3 Lastüberfahrten.....	42
7.4 Traglastkurven.....	44
7.5 Bestimmung des Ausnutzungsgrades.....	46

---

7.6	Auswertung der Parameterstudie.....	49
7.6.1	Einfluss des Stichhöhenverhältnisses.....	49
7.6.2	Einfluss der Bogendicke .....	51
7.6.3	Einfluss der Spannweite unter verschiedenen Lastmodellen .....	54
7.6.4	Auffüllung.....	60
7.6.5	Tragverhalten der Bogenformen im Vergleich .....	66
<b>8</b>	<b>Sicherheitskonzept .....</b>	<b>69</b>
8.1	Grundlagen der Zuverlässigkeitstheorie für Tragwerke.....	70
8.1.1	Verteilungsfunktion, Verteilungsdichte und Momente.....	70
8.2	Probabilistische Näherungsverfahren.....	74
8.3	Grenzzustände und geforderte Sicherheitsindizes.....	82
8.4	Zuverlässigkeitsanalyse für Belastung durch Straßenverkehr.....	83
8.4.1	Gültigkeitsgrenzen der Zuverlässigkeitsanalyse .....	83
8.4.2	Auswahl der Basisvariablen.....	84
8.4.3	Auswertung der Zuverlässigkeitsanalyse.....	85
8.4.4	Ergebnisse bei streuender Steindruckfestigkeit.....	86
8.4.5	Ergebnisse bei streuender Steinzugfestigkeit.....	88
8.4.6	Höherer Variationskoeffizient der Verkehrslast .....	90
<b>9</b>	<b>Nachweisführung .....</b>	<b>91</b>
9.1	Statische Modelle .....	91
9.1.1	Allgemeines Diskontinuumsmodell .....	92
9.1.2	Entkoppeltes Diskontinuumsmodell .....	92
9.2	Nachweiskonzepte.....	92
9.2.1	Teilsicherheitskonzept.....	93
9.2.2	Globales Sicherheitskonzept .....	95
<b>10</b>	<b>Vergleichsrechnungen an einer Beispielbrücke .....</b>	<b>97</b>
10.1	Materialkennwerte.....	97
10.2	Entkoppeltes Diskontinuumsmodell.....	98
10.3	Nachweis unter Verwendung des Teilsicherheitskonzeptes.....	100
10.3.1	Nachweis unter Anwendung des globalen Sicherheitsfaktors .....	101
10.4	Allgemeines Diskontinuumsmodell .....	102
10.4.1	Nachweis unter Verwendung des Teilsicherheitskonzeptes .....	102
10.4.2	Nachweis unter Anwendung des globalen Sicherheitsfaktors .....	103
10.5	Nachweis nach DIN 1053-1 .....	105
10.6	Nachweis nach DIN 1053-100 .....	107
10.7	Schlussfolgerungen zur Beispielrechnung .....	108
<b>11</b>	<b>Materialgutachten.....</b>	<b>109</b>
11.1	Stiezugfestigkeit .....	110
11.2	Steindruckfestigkeit.....	111
11.3	Mörteldruckfestigkeit .....	113
11.4	Zusammenfassung der erforderlichen Materialparameter .....	113
<b>12</b>	<b>Zusammenfassung.....</b>	<b>114</b>
<b>13</b>	<b>Eidesstattliche Erklärung.....</b>	<b>117</b>
<b>14</b>	<b>Literatur.....</b>	<b>118</b>

---

## Anhangsverzeichnis

<b>A.</b>	<b>Auswertung der Überfahrten .....</b>	<b>122</b>
<b>B.</b>	<b>Verwendete Steinabmaße.....</b>	<b>123</b>
<b>C.</b>	<b>Statistische Erfassung von Bogenbrücken.....</b>	<b>124</b>
<b>D.</b>	<b>Druckversuche an Drei-Stein-Körpern im Maßstab 1:1.....</b>	<b>127</b>
	D.1 Versuchsaufbau .....	127
	D.2 Belastungsprogramm.....	130
	D.3 Messprogramm.....	130
	D.4 Versuchsergebnisse .....	131
	D.4.1 Versuch unter zentrischem Lastangriff .....	131
	D.4.2 Versuch mit Lastangriff in $m = 1,0$ .....	133
	D.4.3 Versuch mit Lastangriff in $m = 2,0$ .....	134
	D.4.4 Versuch mit Lastangriff in $m = 2,5$ .....	135
	D.4.5 Versuch mit Lastangriff in $m = 2,7$ .....	136
<b>E.</b>	<b>Versuche am Brückenbogen .....</b>	<b>137</b>
	E.1 Versuchsaufbau .....	137
	E.2 Belastungsprogramm.....	139
	E.3 Messprogramm.....	139
	E.4 Versuchsergebnisse .....	140
	E.4.1 Versuch 1.....	140
	E.4.2 Versuch 2.....	142

## Abkürzungen

### Geometrie

L	Spannweite
F	Bogenstich
d	Bogen- bzw. Bogendicke
$d_S$	Dicke am Scheitel
$d_K$	Dicke am Kämpfer
t	Fugendicke
$h_A$	Höhe der Auffüllung über Bogenscheitel
$h_{FB}$	Höhe des Fahrbahnaufbaus
$\varphi_A$	Lastverteilungswinkel der Auffüllung
A	Fläche
$h_{St}$	Steinhöhe
$d_{St}$	Steindicke bzw. Bogendicke

### Material

$\beta_{D,St}$	Steindruckfestigkeit
$\beta_{D,St,d}$	Bemessungswert der Steindruckfestigkeit
$\beta_{Z,St}$	Steinzugfestigkeit
$\beta_{Z,St,d}$	Bemessungswert der Steinzugfestigkeit
$\beta_{SZ,St}$	Spaltzugfestigkeit des Steins
$\beta_{D,Mö}$	Mörteldruckfestigkeit
$\mu_{Mö}$	Querdehnzahl für Mörtel
$\mu_{St}$	Querdehnzahl für Stein
$\nu_{Mö/St}$	Reibbeiwerte Mörtel / Stein in der Mauerwerksfuge (i.d.R. = 0,60 gesetzt)
$E_{St}$	Elastizitätsmodul Stein
$E_{Mö}$	Elastizitätsmodul Mörtel
$E_{MW}$	mittlerer rechnerischer Elastizitätsmodul des Mauerwerkes
$\gamma_{index}$	rechnerische Wichte des Materials „index“

### Kräfte und Spannungen

N	Normalkraft
Q	Einzellast aus Verkehrslasten
q	Flächenlasten
e	Exzentrizität von N bezüglich der Querschnittsmitte
m	bezogene Ausmitte von N; $m = 6 \cdot e/d$
$\sigma$	Normalspannung
$\tau$	Schubspannung
$\sigma_0$	Grundwert der zulässigen Spannung nach DIN 1053-1
$\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$	Hauptspannungen
$\sigma_R$	Radialspannung (Umschnürungsdruck)
c	Kohäsion
$\varphi$	Winkel der inneren Reibung

$\psi$	Dilatanzwinkel
$\mu_{ST}$	Stein-Querdehnzahl
$\mu_{M\delta}$	Mörtel-Querdehnzahl
$\nu$	Reibungsbeiwert
$\xi$	Länge des Vektors der hydrostatischen Spannung
$\rho$	Länge des Vektors der deviatorischen Spannung

### Nachweise

$E_d$	Bemessungswert der Beanspruchung
$R_d$	Bemessungswert des Traglastwiderstandes
$\alpha$	Ausnutzungsgrad

### Probabilistik

$g(\underline{X})$	exakte Grenzzustandsgleichung
$\tilde{g}(\underline{X})$	Näherung für die Grenzzustandsgleichung
$y(\underline{X})$	Funktion der deterministischen Systemantwort
$\tilde{y}(\underline{X})$	Näherungsfunktion für die deterministische Systemantwort
$P_f$	Versagens- bzw. Überschreitungswahrscheinlichkeiten
$\beta$	Sicherheitsindex
GNV [0,1]	Standardnormalverteilung
LNV	Logarithmische Normalverteilung
$\mu$	Mittelwert einer Stichprobe
$\sigma$	Standardabweichung einer Stichprobe
BV	Basisvariable
ZV	Zufallsvariable
GZT	Grenzzustand der Tragfähigkeit
GZG	Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit

Die Bedeutungen weiterer Abkürzungen erschließen sich aus dem Kontext.

## 1 Einleitung und Zielstellung

Bogenbrücken aus Natursteinmauerwerk zählen zu den ältesten noch in voller Funktion befindlichen Tragwerken innerhalb von Straßen- und Schienenwegen. Mit einem Bauwerksalter von weit über 100 Jahren stellen diese in großer Anzahl von mehreren Tausend Bauwerken eine historisch sehr wertvolle Bausubstanz dar.

In den vergangenen Jahrzehnten ist im Zuge von Streckenausbauvorhaben leider eine Vielzahl von Steinbogenbrücken durch Stahlbetonkonstruktionen ersetzt worden. Allerdings ist man, motiviert durch die Notwendigkeit der Kostensenkung, in den letzten Jahren dazu übergegangen, Natursteinbogenbrücken zu erhalten und zu ertüchtigen. Im Zuge der Neueinstufung von Verkehrswegen und Ausbauvorhaben werden Bewertungen hinsichtlich Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit am Bestand auf der Basis heute gültiger Lastansätze und Berechnungsvorschriften gefordert. Notwendig werdende Verstärkungen oder Ertüchtigungen sind nach Möglichkeit unter weitestgehender Erhaltung des Bestandes durchzuführen. Eine solche Ertüchtigung hat gegenüber einem Ersatzneubau eine Vielzahl von Vorteilen. So werden nicht nur Kosten gespart, auch das äußere Erscheinungsbild bleibt weitestgehend erhalten und der Eingriff in Natur und Landschaft ist vergleichsweise gering. Landschaftsprägende Bauwerksbestände bleiben somit bewahrt.

Die ältesten bestehenden Bogenbrücken sind basierend auf Erfahrungswerten der Ausführenden entstanden. Es handelt sich daher um empirisch entwickelte Bauwerke. Später standen dem Baumeister grafische Verfahren für statische Nachweise zur Verfügung und man entwickelte Näherungsformeln auf Basis der Bogenstützlinie zum Entwurf wesentlicher Geometrieparameter, wie Spannweite, Bogenstich, Bogenform, Bogendicke an Scheitel und Kämpfer. Auch heute noch sind solche Rechenansätze zur groben Abschätzung der Tragfähigkeit einer Bogenbrücke durchaus nützlich.

Die aktuellen Hilfsmittel der Tragwerksbemessung sind hingegen weitaus vielfältiger und erlauben dem Ingenieur, sowohl geometrisch als auch physikalisch nichtlineare Bauwerkseigenschaften zu berücksichtigen. Aufgrund der zahlreichen bedeutenden Einflussfaktoren und der Vielgestaltigkeit in der Ausführung ist das Tragverhalten von Natursteinmauerwerk jedoch dermaßen komplex, dass trotz intensiver Forschungstätigkeit bis heute kein konsistentes, alle Effekte ausreichend erfassendes Mauerwerksmodell entwickelt werden konnte. Gegenüber den Näherungsverfahren sind jedoch wesentliche Fortschritte in der wirklichkeitsnahen Tragfähigkeitsbewertung erzielt worden.

Die aktuell verfügbaren Normen zum Nachweis genügender Gebrauchstauglichkeit und Tragfähigkeit von Bogenbrücken ermöglichen leider nur eine sehr pauschale Bewertung der Widerstandsgrößen. Dem individuellen Bauwerkscharakter historischer Bogenbrücken wird man auf diesem Wege nur begrenzt gerecht. Der heutzutage zur Tragsicherheitsbewertung historischer Bogenbrücken mit modernen deterministischen Methoden ausgerüstete Tragwerksplaner sieht sich hierdurch einer gewissen Diskrepanz zwischen den Möglichkeiten der mechanischen Modellierung und den verfügbaren Sicherheitsnachweisen ausgesetzt.

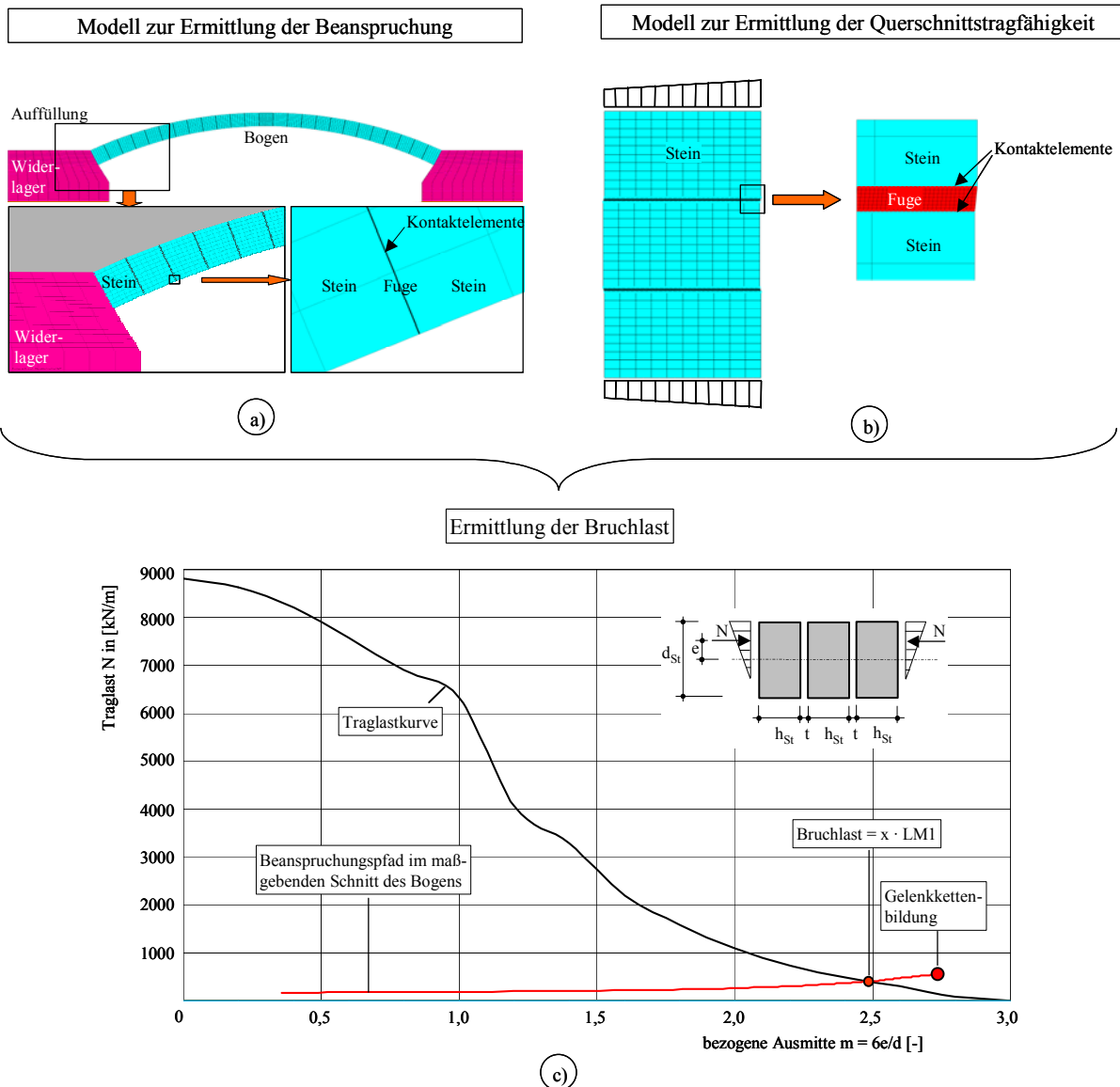


Die Praxis zeigt, dass Steinbögen – eine gute handwerkliche Ausführung und ein entsprechender Bauwerkszustand vorausgesetzt – über beachtliche Tragreserven verfügen und in vielen Fällen den heutigen Sicherheitsansprüchen genügen. Nimmt man als einen Sicherheitsindikator das vorhandene Bauwerksalter, dann zeigen bestehende Steinbogenbrücken die Zweckmäßigkeit und Robustheit bogenförmiger Tragwerksgeometrien. Die Erarbeitung eines zuverlässigkeitstheoretisch unteretzten Bemessungskonzeptes zur realitätsnahen Bewertung der Tragfähigkeit dieser wertvollen Bausubstanz erscheint daher als wünschenswert. Dies setzt jedoch eine genaue Kenntnis der wesentlichen Bauwerksparameter (Geometrie, Festigkeitskennwerte, erdstatische Kennwerte usw.) und eine Analyse des Tragwerkszustandes voraus. Für den Tragwerksplaner ist es daher unbedingt ratsam, weitere Fachspezialisten (Materialgutachter, Vermesser, Bodengutachter) hinzuzuziehen [29].

### **Ziele der Arbeit**

Die vorliegende Arbeit baut auf den Diplomarbeiten von GRÖSCHKE [23] und HIRSCH [24] sowie auf dem Schlussbericht zum Forschungsvorhaben von PURTAK/GEIBLER [29] auf, an dem der Verfasser beteiligt war. Das von PURTAK [1] entwickelte, von GRÖSCHKE in [23] verwendete und von ihm hinsichtlich der Verkehrslastgenerierung erweiterte Finite-Elemente-Modell (Abb. 1-1 a) ermöglicht die Berechnung kreissegmentförmiger Bogenbrücken unter dem Verkehrslastmodell LM 1 nach DIN-FB 101 [44]. Um eine umfangreiche Parameteruntersuchung zur Klärung des Einflusses wesentlicher Geometrie- und Belastungsparameter durchführen zu können, ist es im Rahmen dieser Masterarbeit zunächst erforderlich, entsprechende Module zur Generierung parabel- und korbformiger Bogengeometrien zu erstellen. Diese Module sind anschließend in den bestehenden Code zur Berechnung von Kreissegmentbögen einzuarbeiten. Daneben ist der besagte Programmcode um verschiedene Lastmodelle wie LM 2, LM 71, SLW 60 etc. zu erweitern. Anhand des so weiter entwickelten Berechnungsmodells sind die erwähnten Parameteruntersuchungen durchführbar. Die Auswertung geschieht unter Zuhilfenahme von Traglastkurven, welche mit dem in [24] verwendeten Finite-Elemente-Modell (Abb. 1-1 b) berechnet werden. Anhand des Schnittpunktes des Beanspruchungspfades im maßgebenden Schnitt des Bogens mit der Traglastkurve ist die Bruchlast ermittelbar (Abb. 1-1 c). Hieraus lässt sich wiederum der sogenannte Ausnutzungsgrad bestimmen, mit dem vorrangig die Auswertung der Parameterstudien erfolgt.

Auf Seiten der Geometrieparameter wird der Einfluss der Bogenform, der Bogenspannweite, des Bogenstichs, der Bogendicke sowie der Auffüllungshöhe auf die Tragfähigkeit von definierten Standardbrücken untersucht. Daneben erfolgt eine Betrachtung des Verhaltens der Bogentragfähigkeit in Abhängigkeit der Lastmodelle LM 1, LM 71 und SLW 60 bzw. 30 bei variierender Spannweite.



**Abb. 1-1: Ermittlung der Bruchlast am Entkoppelten Diskontinuumsmodell unter dem LM 1**

Weiterhin werden die in [29] entwickelten Nachweiskonzepte vorgestellt, anhand der Anwendung an einer Beispielbrücke miteinander verglichen und den Ergebnissen unter Verwendung der DIN 1053-1 [28] und DIN 1053-100 [43] gegenübergestellt. Die den entwickelten Nachweisverfahren zugrunde liegenden probabilistischen Untersuchungen werden nach einer knappen Darstellung zuverlässigkeitstheoretischer Grundlagen kurz erläutert. Die Anwendung des Teilsicherheitskonzeptes bedingt besondere Anforderungen an Materialgutachten. Eine Darstellung dieser findet sich in Abschnitt 11.

Zur Einführung in die komplexe Thematik der vorliegenden Arbeit erschien es dem Verfasser sinnvoll, zunächst auf den Aufbau von Bogenbrücken, die häufigsten Bogenformen sowie die verwendeten Verkehrslastmodelle einzugehen. Des Weiteren werden die verwendeten Finite-Elemente-Modelle ausführlich vorgestellt. Deren Qualität und Realitätsnähe wird anhand praktischer Versuche an Prüfkörpern im Maßstab 1:1 eingeschätzt.

## 2 Bestehende Vorschriften und aktueller Forschungsstand

Die Einwirkungen auf Brücken werden durch den DIN-FB 101 [44] geregelt, welcher die Bestimmungen der DIN 1072 [2] ersetzt. Allerdings bleibt zu bemerken, dass eine Beibehaltung der Nachrechnungsklassen gemäß DIN 1072 für die statische Nachrechnung von Bogenbrücken durch die Bauwerkserhaltung gewünscht ist [3]. DIN 1053-1 [28] und DIN 1053-100 [43] geben Hinweise für die Bemessung von Natursteinmauerwerk. Im Gegensatz zur DIN 1053-1, welche auf ein globales Sicherheitskonzept aufbaut, ist zur Anwendung der DIN 1053-100 ein Teilsicherheitskonzept entwickelt worden. Problematisch ist die normative Ausrichtung auf Neubauten, welche sich auf aktuelle Güteklasseneinstufungen für Mauerwerk stützt. Kritisch ist zudem das der Bemessung von Natursteinmauerwerk zugrunde liegende Bruchmodell nach MANN [4] zu bewerten. Dieses basiert auf der Annahme, dass das Versagen des Mauerwerks durch das Versagen des Mörtels eintritt. Versuche mit zentrisch belastetem Sandsteinquadermauerwerk zeigen, dass in der Regel Versagen durch Spaltzugbruch im Stein eintritt, ein Mörtelversagen als solches also nicht feststellbar ist [5, 24, 29]. EBNER untersucht in [6] dickfugiges Bruchsteinmauerwerk mit Fugendicken von bis zu 60 mm. Selbst bei derart ausgeführtem Mauerwerk wurde nur in wenigen Fällen als Versagensursache reines Mörtelversagen durch Zerstörung der Lagerfuge ermittelt.

Umfangreiche Regelungen enthalten die Bahnvorschriften. Die DB-Richtlinie 805 [42] behandelt die Tragsicherheit bestehender Brückenbauwerke und gibt unter anderem Hinweise zur Nachrechnung von Bogenbrücken. Sie basiert auf einem globalen Sicherheitskonzept, wobei die Beanspruchungen an linear-elastischen Modellen zu ermitteln und Spannungsnachweise im Mauerwerk nach DIN 1053-1 zu führen sind. Auf internationaler Ebene gilt der UIC-Kodex 778-3 [41] für die Tragfähigkeitsbewertung bestehender Bogenbrücken.

PURTAK und GEIBLER entwickeln in [29] ein realitätsnahes Berechnungsmodell für den statischen Nachweis von Bogenbrücken aus Natursteinmauerwerk. Hierbei geben sie Vorschläge für eine detaillierte Bewertung und Wichtung wesentlicher Einflussgrößen auf der Einwirkungs- und Bauwerkswiderstandsseite. Daneben stellen sie ein globales und ein semiprobabilistisches Sicherheitskonzept für die Nachrechnung von Steinbogenbrücken zur Verfügung. Im Rahmen des Forschungsvorhabens [29] wurden zudem Diplomarbeiten [23, 24] angefertigt. GRÖSCHKE [23] untersucht hierbei unter anderem den Einfluss von Auflagerverschiebungen und der Temperatur auf die Tragfähigkeit kreissegmentförmiger Bogenbrücken. Das Tragverhalten von Quadermauerwerk unter veränderlicher Lastausmitte wurde von HIRSCH [24] im Rahmen einer umfangreichen Parameterstudie mit Hilfe eines Finite-Elemente-Modells näher untersucht.

### 3 Aufbau von Bogenbrücken [23, 34]

Bogenbrücken bestehen aus folgenden Komponenten: Widerlager, ggf. Pfeiler, Bogentragwerk, Stirnwände bzw. Aufmauerungen, Auffüllung, Fahrbahn und Flügelmauern. Der Brückenaufbau, bestehend aus Auffüllung und Fahrbahn, kann bei bestehenden Bogenbrücken in unterschiedlicher Weise ausgebildet sein. So wurde in der Vergangenheit mitunter versucht, Gewichtseinsparungen durch Hohlräume und Öffnungen in der Auffüllung zu erhalten. Dies führte dazu, dass man sogenannte Spargewölbe in Längs- und/oder Querrichtung einbaute. In Querrichtung angeordnete Spargewölbe können entweder sichtbar oder durch Stirnmauern verdeckt sein. Genannte Spargewölbe sind nicht Gegenstand der Untersuchungen in dieser Masterarbeit.

Die Begriffe für die einzelnen Komponenten einer einfeldrigen Bogenbrücke werden in Abb. 3-1 und Abb. 3-2 veranschaulicht.

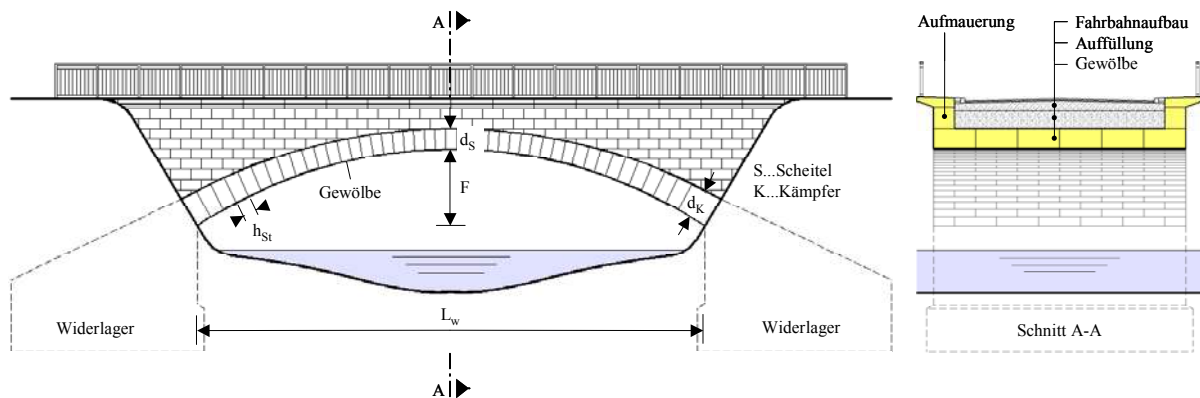


Abb. 3-1: Bauteilbegriffe in Ansicht und Querschnitt einer typischen Bogenbrücke [23]

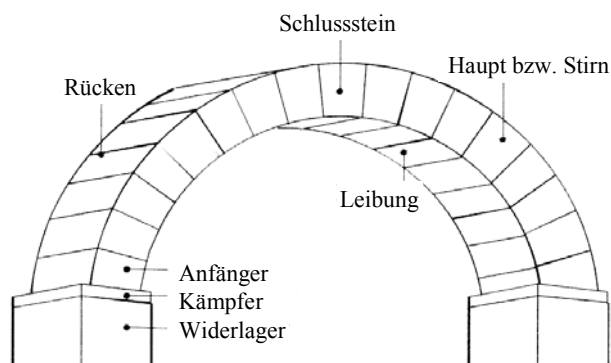


Abb. 3-2: Stein- und Bogenbegriffe nach KOCH [7] (entnommen aus [34])

Die Bogenoberseite bzw. der Bogenrücken wird auch als Extrados bezeichnet. Der Begriff Intrados dient hingegen mitunter der Beschreibung der Bogenunterseite.

### 3.1 Bogentragwerk [23]

Der gemauerte Bogen bildet das Haupttragwerk der Brücke und trägt die Eigenlasten des Bogens selbst, der darüber befindlichen Brückenbestandteile sowie die anfallenden Verkehrslasten in die Widerlager und Pfeiler ab. Durch die Formgebung des Bogens kommt es infolge der Eigenlasten zu einer Vorspannung desselben, was die Verwendung des Verbundbaustoffes Mauerwerk ermöglicht, welches wegen der vernachlässigbaren Zugfestigkeit in den Lagerfugen vorrangig die Übertragung von Druckkräften gestattet.

Natursteine wie Sandstein, Kalkstein, Granit und Gneis, aber auch Ziegelsteine kamen beim Bau von Bogenbrücken zur Anwendung. Die verwendeten historischen Mörtel wurden meist mit Kalk als Bindemittel hergestellt. Aufgrund der darin enthaltenen geringen hydraulischen Phasen handelt es sich somit meist um Luft- oder Wasserkalke. Das Gros der anzutreffenden Mörtelqualitäten ist der Mörtelgruppe I nach DIN 1053-1 zuzuordnen. Mit Beginn des 20. Jahrhunderts wurde allerdings auch vermehrt zementhaltiger Mörtel verbaut.

Die anzutreffenden Verbandsqualitäten reichen vom hammerrechten Schichtenmauerwerk bis hin zum Quadermauerwerk. Das regelmäßige Schichtenmauerwerk ist neben dem Quadermauerwerk am häufigsten bei Bogenbrücken anzutreffen. Die vorliegende Arbeit widmet sich den Bogenbrücken aus Quadermauerwerk.

### 3.2 Fahrbahn [8, 23]

Die Verkehrslasten werden über die Fahrbahnkonstruktion in die darunter befindliche Auffüllung geleitet und räumlich verteilt in das Bogentragwerk eingetragen. Von wesentlicher Bedeutung für die Tragfähigkeit und Dauerhaftigkeit von Bogenbrücken ist eine funktionierende Abdichtung und Entwässerung. Einen nicht unwesentlichen Beitrag hierzu leistet je nach Aufbau die Fahrbahn.

Der historische Schichtenaufbau besteht in der Regel aus Pflastersteinen, welche durch eine Sandpackung auf darunter angeordnete Packlagen aufgebracht wurden. Ein solcher Aufbau ist heutzutage nur noch selten zu finden. Mittels einer im Fahrbahnaufbau integrierten Abdichtung versuchte man, das Bogentragwerk vor einer Durchfeuchtung zu schützen, um einer Festigkeitsreduzierung des verbauten Steinmaterials vorzubeugen. Bei einer anderen Variante wurde die Brückenabdichtung direkt auf den Bogenrücken aufgebracht, wobei man eine Durchfeuchtung der Auffüllung bewusst in Kauf nahm. Bei manchen Brücken verzichtete man hingegen völlig auf eine die Dauerhaftigkeit der Brückenkonstruktion begünstigende Abdichtung.

Im Rahmen der Ertüchtigung von Fahrbahnen wird zunehmend die Variante einer hydraulisch gebundenen Tragschicht in Form einer Stahlbetonplatte gewählt. Diese wird flächig auf die Auffüllung aufgelagert und nimmt Biegezug-, Druck- und Schubspannungen auf. Sie wirkt sich durch ihre vom Steifigkeitsverhältnis zwischen Auffüllung und Stahlbetonplatte abhängige lastverteilende Wirkung günstig auf die Tragfähigkeit der Bogenkonstruktion aus. Des Weiteren bietet sich eine solche Platte zur Aufnahme einer Abdichtung an.

Ein heute üblicher Beispielquerschnitt einer Bogenbrücke kann [8] entnommen werden und besteht aus:

- Deckschicht (Asphaltbeton, 4 cm);
- Binderschicht (Asphaltbeton, 4 cm);
- Dichtung (zweilagige Bitumenschweißbahn, 1 cm);
- hydraulisch gebundener Tragschicht (Stahlbeton, 20 bis 30 cm);
- zwei Lagen Bitumenpappe (punktweise verklebt);
- Auffüllung in Funktion einer frostbeständigen Tragschicht (Sand, ...) und
- Bogen in Funktion des tragfähigen Untergrundes (Natursteinmauerwerk).

Bei Bogenbrücken im Zuge von Eisenbahnlinien, die nicht den Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit bilden, besteht die Fahrbahn meist aus Gleisen, welche im Schotterbett verlegt sind.

### 3.3 Auffüllung [23, 34]

Zwischen dem Brückenbogen und dem Fahrbahnaufbau befindet sich die durch seitliche Aufmauerungen eingefasste Auffüllung. Diese kann sowohl konstruktiv als auch im Hinblick auf die verwendeten Materialien unterschiedlich ausgebildet sein. So kann die Auffüllung aus

- ungebundenem Schüttmaterial (Lockergestein, Sand);
- injektionsverfestigtem Beton;
- Aufbetonierungen oder Aufmauerungen;
- Hohlräumen zur Gewichtseinsparung, längsgegliederten Aufbauten (Stirn- und Zwischenlängswänden)

bestehen [34]. In dieser Arbeit wird unterstellt, dass die Auffüllung durch keinerlei Hohlräume oder Aufbauten durchsetzt ist.

Einerseits gewährleistet die Auffüllung die jeweilige Gradientenführung des Verkehrsweges, andererseits dient sie der Verteilung und Weiterleitung der aus dem Fahrbahnaufbau eingeleiteten Verkehrslasten auf den Bogenrücken. Hierbei ist der sich einstellende Lastverteilungswinkel abhängig von dem Auffüllungsmaterial. Gemessen zur Horizontalen bewirken kleinere Lastverteilungswinkel eine Vergrößerung des Bereiches, auf den Einzellasten verteilt auf das Bogentragwerk einwirken. Für verfestigten Sand oder Kies kann als Anhaltswert ein Winkel von  $60^\circ$  angenommen werden. Hydraulisch gebundene Materialien, wie beispielsweise Beton, wirken sich durch einen kleineren Lastverteilungswinkel von ca.  $45^\circ$  günstiger auf die Tragfähigkeit von Bogenbrücken aus. Die Auffüllungshöhe über dem Bogenscheitel schwankt zwischen 30 und 150 cm. Die Wichte nimmt je nach Material Werte im Bereich von  $15 \text{ kN/m}^3$  (Ziegelschotter) bis  $23 \text{ kN/m}^3$  (unbewehrter Beton) an. Eine große Eigenlast der Auffüllung infolge einer hohen Wichte und einer großen Auffüllungshöhe erhöht die Vorspannung im Bogentragwerk aus dem symmetrisch wirkenden Eigenlastanteil und begünstigt so die Tragfähigkeit von Bogenkonstruktionen gegenüber asymmetrisch angreifenden Verkehrslasten. Abb. 3-3 demonstriert die Lastverteilung unter Radlasten.

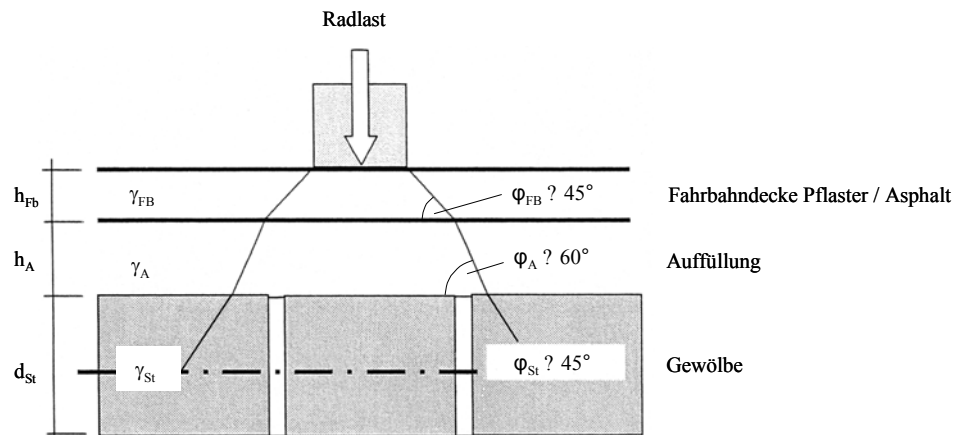


Abb. 3-3: Prinzipskizze Lastausbreitung und Einflussgrößen unter Radlasten [29]

### 3.4 Aufmauerung [23]

Die Aufmauerung oder auch Stirnwand bildet den seitlichen Abschluss über der Bogenkonstruktion. Verbandsart und Gesteinswahl können sich von denen der Bogenkonstruktion unterscheiden, wobei in der Regel für die Aufmauerung im Vergleich zum Bogen mindere Qualität verwendet wurde. So ist häufig Bruchstein- oder Schichtenmauerwerk anzutreffen. Neben der Schaffung eines seitlichen Abschlusses muss die Aufmauerung seitliche Lasten aus der Auffüllung und dem Verkehr aufnehmen. Gegenüber einer Schüttung aus ungebundenem Material nimmt bei einer hydraulisch gebundenen Auffüllung die Größe dieser Horizontallasten geringere Werte an.

### 3.5 Widerlager und Pfeiler [23]

Die Widerlager nehmen die horizontalen und vertikalen Auflagerkräfte des Bogens auf und leiten diese weiter in das angrenzende Erdreich. Hierbei werden die Vertikalkräfte über die Sohlpressung in den Baugrund eingetragen. Der Bogenschub aktiviert die ihm entgegenwirkende Sohlreibung zwischen Widerlagersohle und Baugrund sowie den passiven Erddruck an den erd zugewandten Widerlagerseiten. Hierzu sind ausreichend groß dimensionierte und schwere Widerlager notwendig. Je größer die Eigenlasten der Widerlager sind, desto größere Horizontallasten können über die Sohlreibung in den Baugrund geleitet werden. Die Widerlagersohle und die Widerlagerrückseite müssen in Abhängigkeit der Tragfähigkeit des Baugrundes und der Größe des passiven Erddruckes ausreichend große Abmessungen aufweisen. Dies ist insbesondere in Anbetracht des stärker gewordenen Verkehrs sicherzustellen.

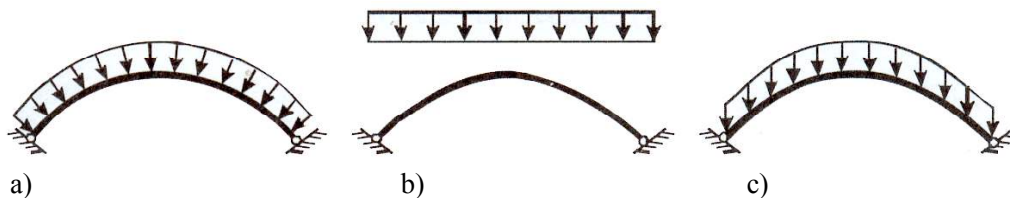
Unter den gemeinsamen Kämpferbereichen aneinander gereihter Bögen sogenannter Viadukte nehmen Pfeiler in erster Linie die aus den Bögen eingeleiteten Vertikallasten auf. Die in den Baugrund einzutragenden Horizontalkräfte sind vergleichsweise gering, so dass sich diese wegen der über den Pfeiler gestoßenen Kämpfer gegenseitig teilweise aufheben. Je nach der Belastungssituation und den Steifigkeitsverhältnissen der aneinander grenzenden Bogenfelder werden die Bogenschübe auch in das jeweils benachbarte Feld weitergeleitet. Entscheidend zur Aufnahme und Weiterleitung von Vertikallasten ist demnach eine ausreichend groß dimensionierte Aufstandsfläche der Pfeiler.

Die Ausführung der Pfeiler und Widerlager verschiedener Bogenbrücken kann recht unterschiedlich ausfallen. Sie bestehen aus ein- oder mehrschaligem Natursteinmauerwerk oder aus mit Natursteinen verkleidetem Konglomeratbeton. Mögliche Hinterfüllungen können in Form von Sand, Kies, Schotter, Ziegelschutt oder Magerbeton ausgeführt sein. Eine saubere Erfassung der Konstruktion, des Zustandes und der Materialkennwerte bestehender Gründungskörper kann durchaus Schwierigkeiten bereiten, weswegen man sich zu Nachrechnungszwecken an vorsichtig getroffene und auf der sicheren Seite befindliche Schätzwerte halten sollte.

#### 4 Bogenformen [8, 9, 34]

Bei der Festlegung der Bogenform ist bzw. war man bestrebt, die sich in Abhängigkeit der jeweiligen Belastungen einstellende Stützlinie im Bogenquerschnitt "halten" zu können. Dies bedeutet nichts anderes, als dass man das Bogentragwerk nach der Stützlinie formt, um zwischen beiden ein Höchstmaß an Übereinstimmung zu erreichen. Dabei beschreibt die Stützlinie den Lastabtrag allein über Normalkräfte. Verläuft die sich im Belastungszustand ausprägende Stützlinie genau in der Schwerachse der Bogenkonstruktion, so steht der Bogen unter reiner Druckbeanspruchung. Weicht das Belastungsbild von der diesem Fall zugehörigen Stützlinienlast ab, bewegt sich die Stützlinie infolge elastischer und plastischer Stauchungen aus der Bogenachse heraus.

Jedem Belastungsbild kann daher ein bestimmter Stützlinienverlauf zugeordnet werden. So ergibt sich unter einer vertikalen Gleichstreckenlast der Parabelbogen und unter einer konstanten Radiallast der Kreisbogen. Die dem sogenannten Katenoidbogen, welcher nach der Kettenlinie geformt ist, zugehörige Last ist das konstante Eigengewicht des Bogens selbst. Eine Auswahl von bestimmten Belastungsbildern zugeordneten Bogenformen gibt Abb. 4-1.

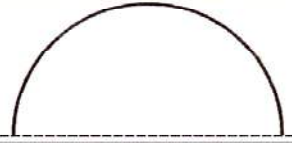












**Abb. 4-1: Optimale Bogenformen für spezielle Belastungsbilder [9]**

- a) Kreissegmentbogen unter konstanter Radiallast
- b) Parabelbogen unter vertikaler Gleichstreckenlast
- c) Katenoidbogen unter konstantem Bogeneigengewicht

Eine Zusammenfassung möglicher Bogenformen kann Tab. 4-1 entnommen werden. Der darin dargestellte Korbbogen ist eine Sonderform des Kreisbogens. Im Gegensatz zum Kreisbogen, bei dem die Krümmung an jedem Punkt der Bogenachse konstant bleibt, nimmt beim Korbbogen vom Scheitel ausgehend zu den Kämpfern hin die Krümmung der Bogenachse zu. Hierbei setzt sich der Korbbogen aus mehreren Kreissegmenten zusammen, wobei deren Durchmesser zu den Kämpfern hin abnimmt, woraus wiederum die besagte Zunahme der Krümmung resultiert.



Bogennamen	Kontinuierliches Gewölbe		Kreuzgewölbe
	Steiler Bogen	Flacher Bogen	
Halbkreis und Bogen-segmente			
Parabel-förmiges Gewölbe			
Ellipsen-förmiges Gewölbe und Ellipsen-segmente			
Korbbogen			

Tab. 4-1: Bogenformen [34]

Eine Fülle von Steinbogenbrücken ist in den zwei Bänden "Steinbrücken in Deutschland" [8] dokumentiert. Bei der Mehrzahl der dort aufgeführten Brücken handelt es sich um Kreisbogenbrücken. Abb. 4-3 zeigt als Vertreterin dieser Bogenform eine Ansicht der "Wupperbrücke Wuppertal-Barmen".

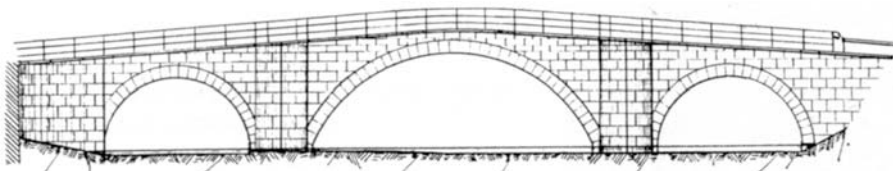


Abb. 4-2: Die Wupperbrücke Wuppertal-Barmen (Nordrhein-Westfalen) [8]

Sehr selten in Deutschland scheinen hingegen gemauerte Bogenbrücken mit parabelförmiger Geometrie zu sein. Die Anzahl der in [8] aufgeführten Parabelbögen bewegt sich im deutlich einstelligen Bereich. Exemplarisch sei eine Ansicht der "Dorfbachbrücke Sohland an der Spree" in Abb. 4-3 gezeigt.

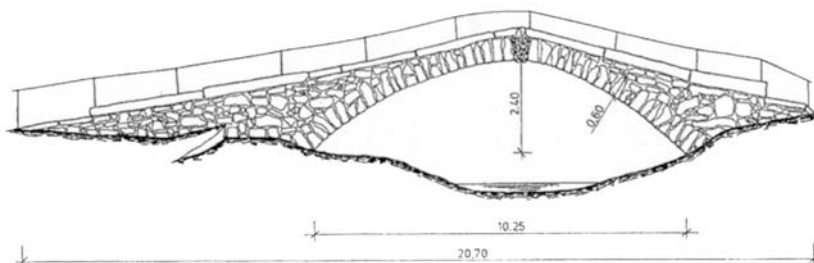


Abb. 4-3: Die Dorfbachbrücke Sohland an der Spree (Sachsen) [8]

Dagegen weist eine nicht unerhebliche Anzahl der in [8] beschriebenen Brücken eine korbbogenartige Geometrie auf. Eine Auswahl solcher Korbbogenbrücken zeigen Abb. 4-4 bis Abb. 4-6.

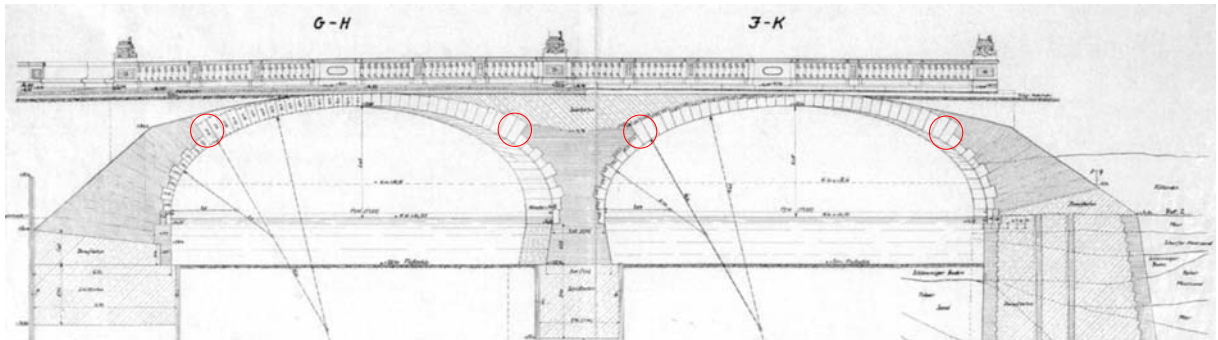


Abb. 4-4: Schnitt durch die Monbijoubrücke (Berlin) [8]

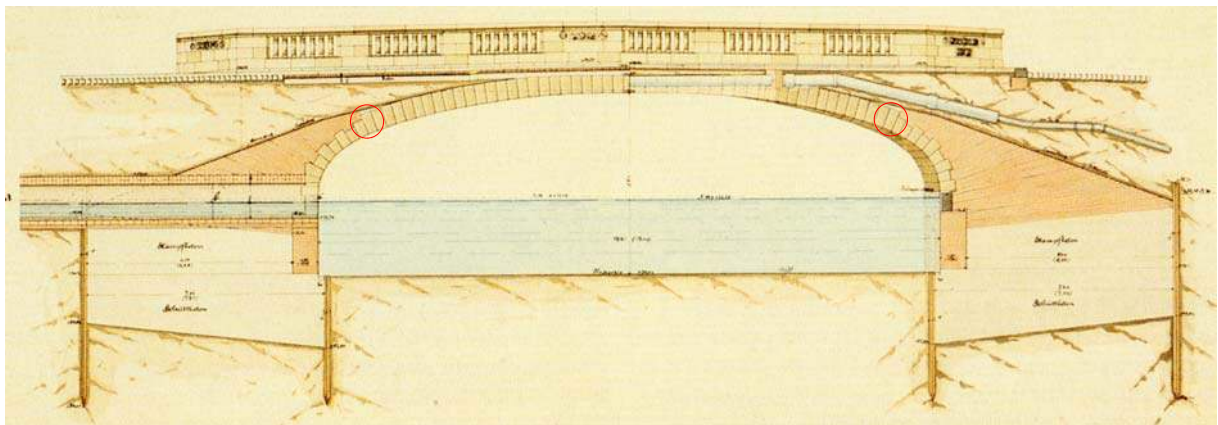


Abb. 4-5: Schnitt durch die Grünstraßenbrücke (Berlin) [8]

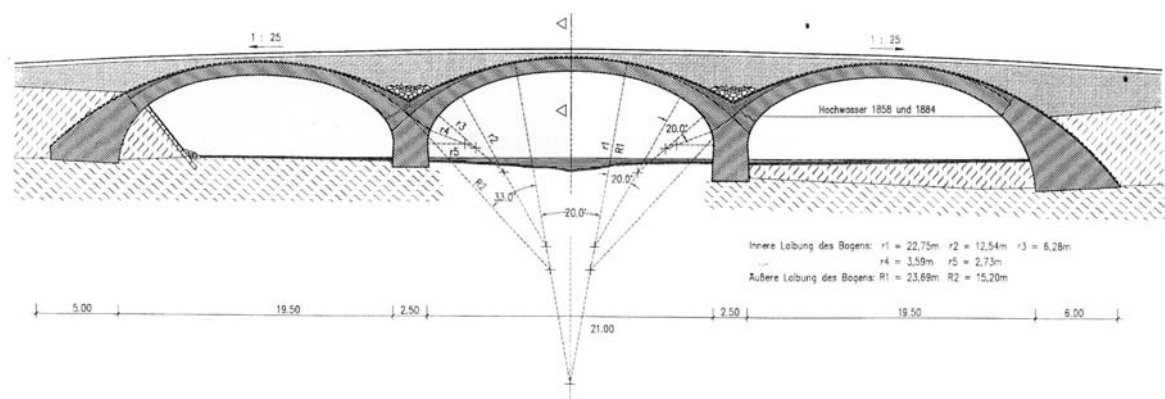


Abb. 4-6: Schnitt durch die Freiberger-Mulde-Brücke Leisning-Klosterbruch (Sachsen) [8]

Auffällig bei Bogenbrücken dieser Geometrie sind die Varianten zur Ausbildung der stark gekrümmten Kämpferbereiche. In [8] sind sehr häufig mit Stampfbeton erweiterte Widerlager anzutreffen (Abb. 4-4, Abb. 4-5). Über Pfeilern sind die Räume zwischen den Kämpfern der benachbarten Bögen mit Stampfbeton ausgezwickelt worden. Eine schubstarre Verbindung zwischen dem Stampfbeton und dem Kämpfermauerwerk scheint durch deren gegenseitige Verzahnung gegeben zu sein.

Wie im Rahmen der Parameterstudie aufgezeigt wird, ist die beschriebene Gestaltung der Kämpferbereiche von Korbbogenbrücken von grundlegender Bedeutung für deren Tragfähigkeit. Ohne eine solche Stützung durch die Stampfbetonzwickel neigt die Stützlinie unter inkrementeller Steigerung der Verkehrslast bereits frühzeitig dazu, aus dem Mauerwerksquerschnitt der Kämpferbereiche herauszutreten. Dies geht mit einer wachsenden Ausmitte der resultierenden Normalkraft in der Stützlinie einher, wodurch der überdrückte Fugenbereich zunehmend eingeschnürt wird und so statisch gesehen einem Gelenk gleichkommt. Hierdurch kann es im Vergleich zu kreissegment- oder parabelförmigen Bögen beizeiten zur Bildung eines kinematischen Systems und damit zum Versagen infolge Gelenk Kettenbildung kommen. Bei Betrachtung der Abb. 4-4 und Abb. 4-5 wird erkennbar, dass die Dicke des Bogentragwerks bzw. der Steine mit Beginn der schärfer werdenden Zunahme der Krümmung reduziert und das Mauerwerk mit dem dort angeordneten Stampfbeton verzahnt wurde.

Die letzten den Kämpfern am nächsten Steine des um den Scheitel herum befindlichen geringer gekrümmten Bogenabschnittes liegen durch diese Maßnahme mit einem Teil ihrer Querschnittsfläche direkt an dem Stampfbeton an (siehe Markierungen in Abb. 4-4 und Abb. 4-5). Dieser Abschnitt des Bogens ähnelt in seiner optischen Qualität noch sehr einem relativ flachen Kreisbogen. Die Stützlinie muss hier in ihrem Verlauf keine geometrisch, d.h. durch eine starke Krümmungszunahme bedingten Richtungsänderungen bewerkstelligen. Durch das kraftschlüssige Anliegen der kämpfernehesten Steine des besagten Bogenbereiches am Stampfbetonzwickel kann ein Teil der dort im Bogentragwerk verlaufenden Normalkräfte in den Stampfbeton und von diesem weiter in das Widerlager geleitet werden. Betrachtet man also den mit dem kämpfernahen Bogenmauerwerk verzahnten Stampfbetonzwickel und das Bogenmauerwerk selbst als ein einziges zusammenwirkendes Tragwerk, so ist es der Stützlinie theoretisch möglich, aus der eigentlichen Bogenkonstruktion herauszutreten. In dem zusammenwirkenden Querschnitt aus Mauerwerk und Stampfbeton kann sie sich so den Weg des geringsten Widerstandes suchen, ohne dass es zu einem Versagen der Bogenkonstruktion kommt.

Eine andere Variante, die Tragfähigkeit von Korbbögen und anderer Bogenformen zu erhöhen, sind konische Geometrien, bei denen die Bogendicke zu den Kämpfern hin zunimmt (Abb. 4-6). Aus einem Anwachsen der Steindicke resultiert nicht nur eine höhere Tragfähigkeit des Natursteinmauerwerks, sondern der größere Querschnitt der Bogenkonstruktion schafft der Stützlinie im Kämpferbereich auch mehr Raum, um einen das Tragverhalten begünstigenden Verlauf einnehmen zu können. Der für Korbbögen charakteristische sich auf die Tragfähigkeit negativ auswirkende Einfluss der starken Krümmungszunahme kann hierdurch zumindest teilweise kompensiert werden. Im Rahmen dieser Arbeit wird zur Durchführung der Parameterstudie der Korbbogen konstanter Dicke in Zusammenwirkung mit Stampfbetonzwickeln modelliert. Auf die verwendeten Finite-Elemente-Modelle wird im Abschnitt 6 eingegangen.

Ein Blick in die Baugeschichte verrät, dass auf der Suche nach Gewölbeformen, welche für die Lastabtragung geeignet sind, seit dem Barock vor allem Hängemodelle in Form von Ketten- und Seillinien verwendet worden sind [10]. Als Näherungslösung der Kettenlinie dient bis heute die Parabel. Wie oben bereits erwähnt, folgt unter einer vertikalen Gleichstreckenlast die Stützlinie exakt einer Parabel. Nach PETERSEN [9] hat der Parabelbogen von allen Bogenformen die größte Bedeutung. Ihm zufolge würden viele Bogentragwerke von vornherein als Parabel ausgebildet.

Dagegen ist nach Ansicht des Verfassers eine kreissegmentförmige Bogenbrücke gegenüber einer mit parabelförmiger Geometrie vorzuziehen. Dies gilt nicht nur für eine asymmetrisch angreifende Verkehrsbelastung, auf die im Rahmen der Parameteruntersuchungen ausführlich eingegangen wird, sondern streng genommen auch für den Eigenlastzustand der Brücke. Dieser ist in der Realität infolge der größeren Auffüllungshöhe in den Kämpferbereichen weit von einer Gleichstreckenlast entfernt.

Dies soll exemplarisch an einem kurzen Beispiel veranschaulicht werden. Hierzu wird hinsichtlich der Berechnungsmodelle, der Ermittlung der Stützlinie und der Bestimmung der Bruchlast den noch folgenden Abschnitten vorgegriffen. Anhand der im Abschnitt 7.2 festgelegten kreissegment- und parabelförmigen Standardbrücken erfolgt unter einer inkrementell steigenden Wichte der Auffüllung die Ermittlung des Betrages der Wichte, unter der das Bogentragwerk den Bruchzustand erreicht. Diesem Vorgehen liegt die entsprechende in Abb. 7-11 dargestellte Traglastkurve zugrunde. Der jeweilige Verlauf der Stützlinie im Kreissegment- und Parabelbogen ist Abb. 4-7 zu entnehmen. Hierbei gilt für beide Brücken die gleiche Größe der Auffüllungswichte von  $\gamma_A = 900 \text{ kN/m}^3$ . Bis zu diesem Betrag trat kein kinematisches Versagen infolge der Bildung einer Gelenkkette ein. Weisen Stützlinie und Bogenachse des Kreisbogens qualitativ eine nur geringe Abweichung voneinander auf, so offenbart sich beim Parabelbogen ein deutlich exzentrischer Verlauf der Stützlinie. Auch hinsichtlich des bruchauslösenden Niveaus der Wichte differieren beide Bogenformen stark voneinander. Versagt der Parabelbogen bereits bei einer theoretischen Wichte der Auffüllung von  $325 \text{ kN/m}^3$ , erträgt der Kreissegmentbogen über das Doppelte dieses Wertes, bevor er bei  $\gamma_A = 668 \text{ kN/m}^3$  den Bruchzustand erreicht.

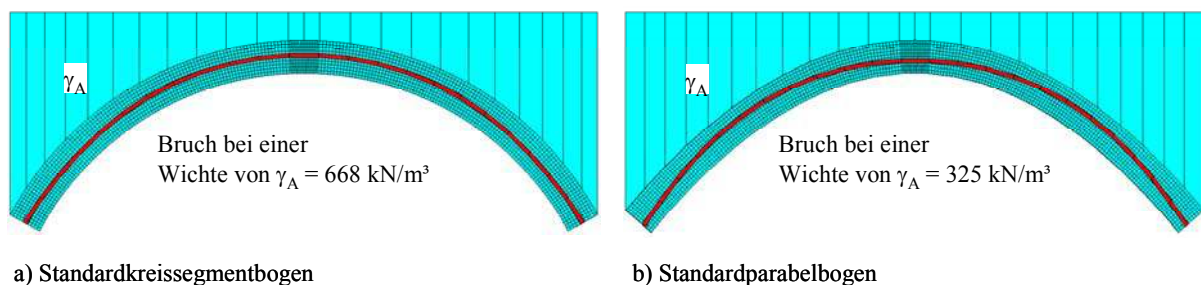


Abb. 4-7: Stützlinienverläufe für eine theoretische Wichte von  $\gamma_A = 900 \text{ kN/m}^3$  und dem Bruchzustand zugehörige Wichten des untersuchten Kreissegment- und Parabelbogens

## 5 Einwirkungen auf das Bogentragwerk

### 5.1 Eigenlasten [29]

Die auf das Bogentragwerk wirkende Eigenlast setzt sich aus den jeweiligen Anteilen des Natursteinmauerwerks, der Auffüllung und des Fahrbahnaufbaus zusammen. Für die Berechnung werden die entsprechenden Wichten und Volumina benötigt. Die Ermittlung der Volumina erfolgt entweder mit Hilfe von Bauwerksdokumenten oder anhand entsprechender Bauwerkserkundungen.

Für das Eigengewicht des Natursteinbogens kann aufgrund des geringen Raumanteils der Fugen von weniger als 5 % die Steindichte als repräsentativer Wert herangezogen werden. PURTAK/GEIBLER empfehlen in [29], nur den Mittelwert aus dem Materialgutachten zu entnehmen. Im konkreten Fall einer Nachrechnung sollte eine mögliche Durchfeuchtung des Mauerwerks, beispielsweise infolge aufsteigender Nässe oder Kondensat, insbesondere bei porösem Sandsteinmauerwerk Berücksichtigung finden. Hierdurch erhöht sich nicht nur die Eigenlast, ein hoher Feuchtigkeitsgehalt reduziert auch die Steindruck- und -zugfestigkeit. Anhaltswerte für die Wichten von Natursteinen können der DIN 1055-1 entnommen werden.

Auf Seiten der Auffüllung ist neben der Wichte auch der Lastausbreitungswinkel von Belang. Berechnungsannahmen zur Bogenüberschüttung sind am Bauwerk zu erkunden. Steht kein genauer Wert zur Verfügung, sind nach [29] für die Wichte  $18 \text{ kN/m}^3$  eine vernünftige Annahme. BUSCH untersuchte in [31] den Einfluss des Lastverteilungswinkels auf die Tragfähigkeit von Steinbogenbrücken und schätzt diesbezüglich die Sensitivität des Bogentragwerkes als außerordentlich hoch ein. Der Literatur ist ein Streubereich von  $30^\circ$  bis  $60^\circ$  zu entnehmen. Die Mehrzahl der Werte tendiert allerdings eher gegen den oberen Grenzwert. Werte unterhalb von  $50^\circ$  werden nur von hydraulisch gebundenem Material wie Magerbeton erreicht.

Die Eigenlasten der Fahrbahnkonstruktion bei Straßenbrücken umfassen den Straßenaufbau. Bei bereits sanierten Bögen sind meist schlaff bewehrte Stahlbetonfahrbahnplatten in Form von "Fahrbahnwannen" schubweich auf die Auffüllung gelegt. Als Wichte für bewehrte Stahlbetonbauteile sind  $25 \text{ kN/m}^3$  anzunehmen. Die lastverteilende Wirkung derartiger Fahrbahnplatten kann von großer Bedeutung für die Tragfähigkeit historischer Bogenbrücken sein. Die Wichte bituminöser Fahrbahnen schwankt je nach Zuschlagstoffen zwischen  $0,23$  und  $0,24 \text{ kN/m}^2$  je cm Dicke. Ist keine neue Fahrbahn geplant, sind entsprechende Rechenwerte am Bauwerk zu erkunden. Für Pflastermaterial gelten je nach Fugenteil und Grundmaterial Werte zwischen  $0,20$  und  $0,22 \text{ kN/m}^2$  je cm Dicke.

Die Eigenlasten der Fahrbahn bei Eisenbahnbrücken umfassen die Gleisanlage, die Schwellen und das Schotterbett. ERRI D221/RP 1 [11] nennt nominelle Schotterbettdicken im Bereich von  $0,38$  bis  $0,67 \text{ m}$  und empfiehlt folgende Lastansätze bei Regelausführungen:

- Schotterbett  $0,50 \text{ m} \cdot 21 \text{ kN/m}^3$  =  $10,5 \text{ kN/m}^2$ ;
- 2 UIC-60-Schienen =  $1,2 \text{ kN/m}$ ;
- (1) Betonschwellen und Schienenbefestigung =  $4,8 \text{ kN/m}$ ;
- (2) Holzschwellen und Schienenbefestigung =  $1,9 \text{ kN/m}$ .

Bei Überschüttungshöhen über  $70 \text{ cm}$  darf mit verschmiertem Lastbild gerechnet werden.

## 5.2 Straßenverkehrslasten

Für die Nachrechnung bestehender Straßenbrücken liegen derzeit keine verbindlichen Normen vor. Die Bauwerksverwaltungen lassen erfahrungsgemäß für Brückenklassen nach DIN 1072 [2] nachrechnen [29]. Das Lastmodell 1 nach DIN-FB 101 [44] für Brückenneubauten wird hingegen selten zu Nachrechnungszwecken eingesetzt. Im Rahmen der Parameterstudien kommen in dieser Arbeit die Lastmodelle SLW 60 und SLW 30 nach DIN 1072 sowie das LM 1 nach DIN-FB 101 zur Anwendung.

### 5.2.1 Das Lastmodell 1 nach DIN-FB 101 [12]

Das Lastmodell 1 des DIN-FB 101 beruht zu wesentlichen Teilen auf dem Eurocode 1, hierbei insbesondere auf der ENV 1991,0-3 [13]. Es enthält zwei Elemente: eine Doppel- bzw. Tandemachse und eine gleichmäßig verteilte Flächenlast im jeweils betrachteten Fahrstreifen. Die Lasten der Doppelachsen sind in den einzelnen Fahrstreifen unterschiedlich. Die Grundwerte der Belastungen aus den Doppelachsen betragen 600 kN im Fahrstreifen 1 und 400 kN im Fahrstreifen 2 sowie 200 kN im Fahrstreifen 3. Der Streifen 1 ist mit einer gleichmäßig verteilten Last von 9 kN/m<sup>2</sup> höher belastet als die anderen beiden Fahrstreifen, welche, wie die Restfläche, mit jeweils 2,5 kN/m<sup>2</sup> belastet werden (Abb. 5-1 a). Als Bezugswert wurde der in der Nähe von Auxerre in Frankreich gemessene Verkehr angenommen. Dieser Verkehr zeichnet sich durch einen hohen Schwerlastanteil und ein hohes Gesamtgewicht der einzelnen Fahrzeuge aus. Aus diesem Grunde ist es gestattet, die eben aufgeführten Grundwerte der Belastung entsprechend den in den jeweiligen Ländern vorkommenden Verkehren und Verkehrszusammensetzungen abzumindern. Gemäß des DIN-Fachberichts werden in Deutschland die Achslasten in den Fahrstreifen 1 und 2 mit dem Faktor  $\alpha_{Q_{1,2}} = 0,8$  abgemindert, wohingegen durch die Festlegung  $\alpha_{Q_3} = 0$  im Fahrstreifen 3 kein Schwerfahrzeug anzuordnen ist (Abb. 5-1 b).

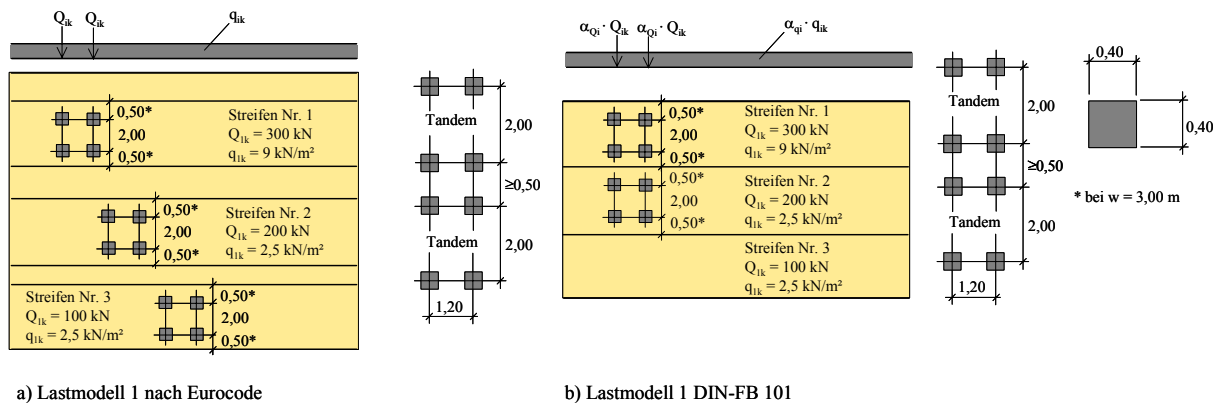


Abb. 5-1: Lastmodell 1 nach Eurocode 1 und nach DIN-FB 101 [12]

Zur Anordnung des LM 1 wird die zu berechnende Brücke in rechnerische Fahrstreifen mit einer Breite von je  $w = 3,00$  m und in die verbleibende Restfläche aufgeteilt. Der Fahrstreifen 1 des LM 1 wird so angeordnet, dass das Tragwerk seine ungünstigste Beanspruchung erfährt. Zur Berechnung von Beanspruchungen darf hierbei von einer zentrischen Anordnung der Tandemachsen auf den Fahrstreifen ausgegangen werden. Die Tandemfahrzeuge in den beiden Fahrstreifen des LM 1 nach DIN-FB 101 sind als in Querrichtung gekoppelt anzusehen. Sie sind daher nur als Belastungsblock in die für das Tragwerk ungünstigste Stelle zu verschieben. Des Weiteren bleibt anzumerken, dass das LM 1 nicht für rein örtliche Nachweise anzuwenden ist. Hiefür wird das LM 2 angewendet, auf welches nicht näher eingegangen werden soll.

Im Gegensatz zur DIN 1072 sind die Schwingbeiwerte im LM 1 bereits enthalten und müssen daher nicht gesondert berücksichtigt werden. Ein weiterer Unterschied zwischen dem DIN-FB 101 und der DIN 1072 besteht darin, dass im Falle des LM 1 die Flächenlasten auch zwischen den Aufstandsflächen der Doppelachsen angeordnet sind, wohingegen bei der DIN 1072 die Flächenlasten nicht im Bereich der Schwerlastwagen angeordnet werden.

Das in dieser Arbeit verwendete ebene Berechnungsmodell bezieht sich auf einen Bogenbrückenstreifen von 1 m Breite. Ein räumliches Tragverhalten (Gewölbetragswirkung) ist hierdurch nicht erfassbar. Den Berechnungen unter dem LM 1 liegt eine auf den 1m-Streifen bezogene Belastung gemäß Abb. 5-2 zugrunde.

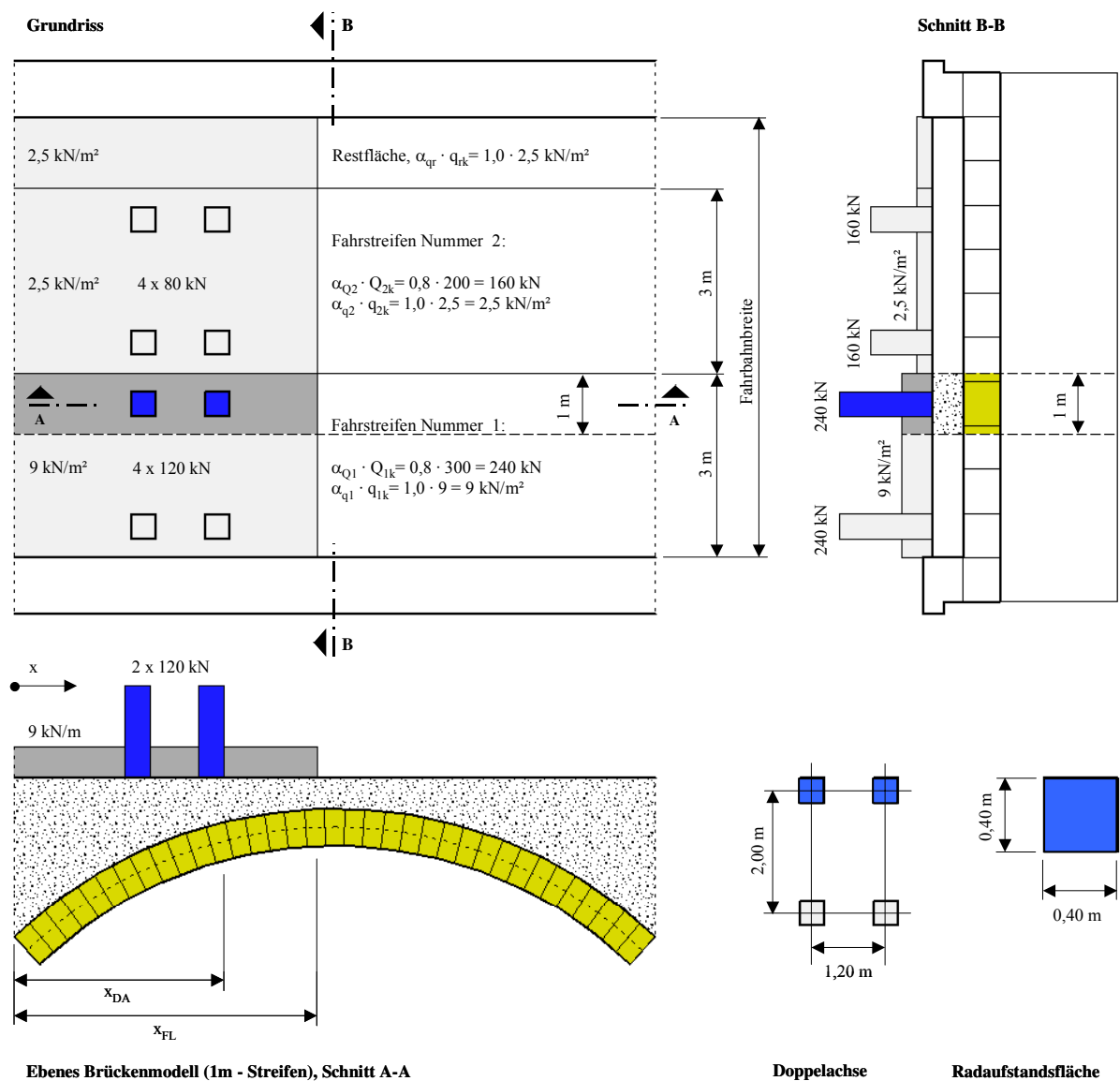


Abb. 5-2: Lastmodell 1 nach DIN-FB 101 bezogen auf einen 1m-Streifen einer Bogenbrücke [23]

## 5.2.2 Brückenregelklassen nach DIN 1072

Das Verkehrslastmodell der DIN 1072 [2] unterscheidet zwischen zwei Brückenregelklassen. Die Brückenklasse 60/30 wurde im Zuge von Neubauten der Bundesautobahnen, Bundesfern-, Land-, Kreis- und Stadtstraßen angewendet [34]. Bauwerke für untergeordnete Straßen, wie Kreisstraßen, Gemeinde- oder Wirtschaftswege, konnten in der Vergangenheit für die Brückenklasse 30/30 bemessen werden. Das Verkehrslastmodell für die Brückenklasse 60/30 sieht analog zum LM 1 des DIN-FB 101 eine Haupt- und Nebenspur sowie Restflächen vor. Die Hauptspur wird so angeordnet, dass das Tragwerk die ungünstigste Beanspruchung erfährt. Diese Spur wird mit den drei Achslasten des SLW 60 und der dazugehörigen Flächenlast von  $5 \text{ kN/m}^2$  beaufschlagt. Die Lasten der Hauptspur werden zudem mit einem von der Spannweite und Überschüttungshöhe abhängigen dynamischen Schwingbeiwert erhöht. In der Nebenspur werden eine Flächenlast von  $3 \text{ kN/m}^2$  und die drei Achslasten des SLW 30 angeordnet. Für die Lasten der Nebenspur ist kein Schwingbeiwert vorgesehen. Die Restflächen erhalten eine Last von  $3 \text{ kN/m}^2$ . Wie bereits erwähnt, werden im Gegensatz zum DIN-FB 101 keine Flächenlasten im Bereich der Radlasten angesetzt. Tab. 5-1 vergleicht die charakteristischen Lasten des LM 1 nach DIN-FB 101 und der Brückenklasse 60/30 nach DIN 1072 sowie deren Verteilung auf der Fahrbahn.

Lastannahmen nach DIN-Fachbericht 101	Lastannahmen nach DIN 1072
Charakteristische vertikale Verkehrslasteinwirkungen im Bereich der Tandemachse $Q_1 = 2 \times 120 \text{ kN}$ $Q_2 = 2 \times 80 \text{ kN}$ $q_1 = 9 \text{ kN/m}^2$ $q_2 = 2,5 \text{ kN/m}^2$ 	Charakteristische vertikale Verkehrslasteinwirkungen im Bereich des SLW $P_1 = 3 \times 100 \text{ kN}$ $P_1 \times \varphi$ $P_1 \times \varphi$ $P_2 = 3 \times 150 \text{ kN}$ $P_2$ $P_2$ $p_2 = 3 \text{ kN/m}^2$ 
Charakteristische vertikale Verkehrslasteinwirkungen außerhalb des Bereichs der Tandemachse $q_1 = 9 \text{ kN/m}^2$ $q_2 = 2,5 \text{ kN/m}^2$ 	Charakteristische vertikale Verkehrslasteinwirkungen außerhalb des Bereichs des SLW $p_1 = 5 \text{ kN/m}^2$ $p_1 \times \varphi$ $p_2 = 3 \text{ kN/m}^2$ 
Geometrie der Tandemachse:	Geometrie des Schwerlastwagens:

Tab. 5-1: Charakteristische Lasten für das LM 1 nach DIN-FB 101 und der Brückenklasse 60/30 nach DIN 1072 [34]

Die der Berechnung mit dem ebenen Finite-Elemente-Modell zugrunde liegende auf den 1m-Streifen bezogene Verkehrsbelastung nach DIN 1072 wird analog zur Abb. 5-2 ermittelt.



### 5.3 Eisenbahnverkehrslasten

Im Rahmen der Parameterstudien kommt in dieser Arbeit neben den vorgestellten Lastmodellen für den Straßenverkehr das LM 71 nach DIN-FB 101 zur Anwendung.

#### 5.3.1 Das Lastmodell 71 nach DIN-FB 101

Das heute gültige allgemeine Normlastbild UIC 71 (= LM 71, Abb. 5-3) wurde im Jahre 1971 auf deterministischer Grundlage eingeführt und berücksichtigt den damaligen Schienenverkehr einschließlich eines begrenzten prognostischen Zuwachses. Da der Schienenschwerverkehr mit dem UIC 71 noch nicht abgedeckt wurde, folgten nachträglich die Schwerlastbilder SW/0 für Durchlaufträger und SW/2 für Schwergüterwagen, auf die im Folgenden nicht weiter eingegangen wird. Vor diesem Hintergrund kann das Normlastbild nicht als charakteristischer Wert einer statistischen Verteilung aufgefasst werden [29]. Für die Nachrechnung bestehender Steinbogenbrücken ist ein statischer Nachweis für die genannten Normlastbilder nicht immer zwingend erforderlich, wenn die betreffende Bahnstrecke in eine niedrigere Streckenklasse als UIC 71 eingestuft ist [34]. Eine Zusammenstellung solcher Streckenklassen kann beispielsweise dem Bericht [29] entnommen werden.

Im Gegensatz zu den Straßenverkehrslasten nach DIN-FB 101 sind bei den Einwirkungen aus Eisenbahnverkehr die dynamischen Effekte nicht in den Lastmodellen enthalten, sondern bei den rechnerischen Nachweisen gesondert zu berücksichtigen. Hinsichtlich der Berechnung dynamischer Beiwerte  $\phi$  wird an dieser Stelle auf den Abschnitt 6.4.3.2 des DIN-FB 101 verwiesen. Bei Gewölben geht hierbei die zweifache lichte Weite eines jeden Einzelgewölbes in die Ermittlung ein. Dabei ist zwischen sorgfältig und normal unterhaltenden Gleisen zu unterscheiden. Bei Gewölbe- und Bogenbrücken mit Überschüttungen von mehr als 1,0 m dürfen die  $\phi$ -Werte entsprechend der Überschüttungshöhe nach Abschnitt 6.4.3.4 in [44] abgemindert werden.

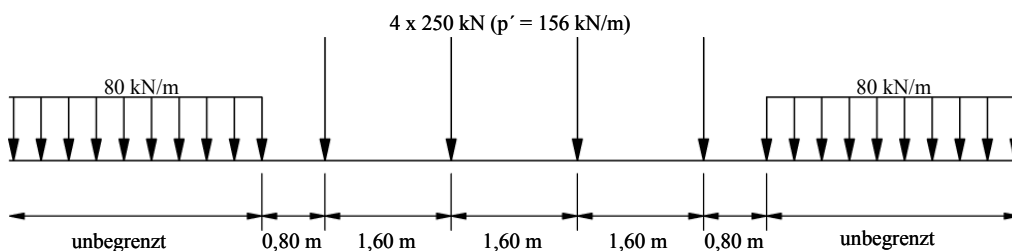
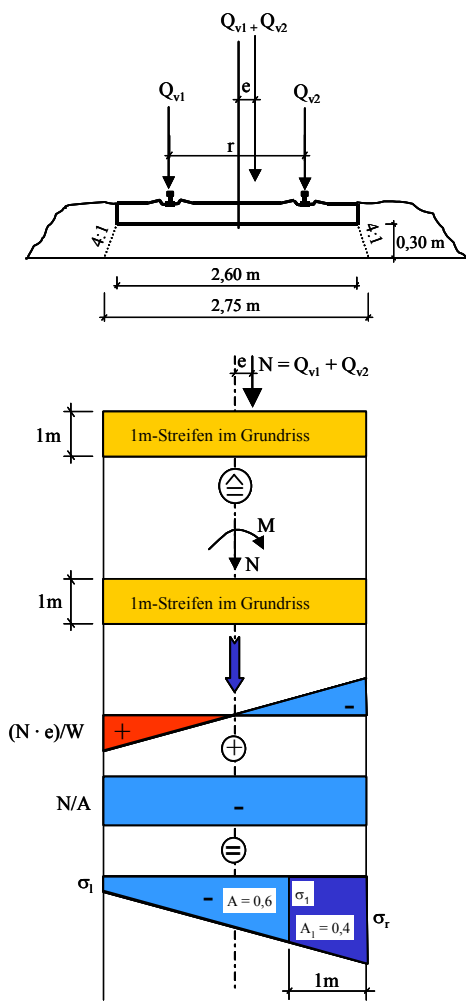


Abb. 5-3: LM 71 nach DIN-FB 101

Nach DIN-FB 101, Abschnitt 6.3.5.1 (1) ist es erlaubt, die Radlast über drei Schienenstützpunkte zu verteilen. Hierbei werden der mittleren Schiene in der Lastspur  $Q_{vi}/2$  und den beiden benachbarten Schienen  $Q_{vi}/4$  zugewiesen. Ausgehend von einem Schwellenabstand von 60 cm wird in dieser Arbeit die Radlast vereinfacht als gleichmäßig verteilte Streckenlast über eine Länge von  $2 \times 60 \text{ cm} = 120 \text{ cm}$  angesetzt. Eine sich günstig auswirkende Längsverteilung unter den Schwellen durch den Schotter wird in Anbetracht der vorgenommenen Vereinfachung vernachlässigt.

Das Lastbild für die FE-Berechnungen ergibt sich wie folgt:



Bei einer maximal zulässigen Spurweite von 1470 mm und einer Schienenkopfbreite von 74,3 mm (UIC 60) ergibt sich r zu:

$$r = 1470\text{mm} + 74,3\text{mm} \quad r = 1544,3\text{mm}$$

und die Exzentrizität e nach DIN-FB 101 zu:

$$e = \frac{r}{18} \quad e = 85,79\text{mm}$$

Für eine Einzellast  $N = 100 \text{ kN}$  wird der prozentuale Anteil dieser Last ermittelt, welcher auf den 1m-Streifen des Brückenbogens wirkt.

$$N = -100\text{kN} \quad b = 2,75\text{m} \quad h = 1\text{m}$$

$$W = \frac{b^2 \cdot h}{6} \quad W = 1,26\text{m}^3$$

$$A = b \cdot h \quad A = 2,75\text{m}^2$$

$$\sigma_1 = \frac{-N \cdot e}{W} + \frac{N}{A} \quad \sigma_1 = -29,56 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\sigma_r = \frac{N \cdot e}{W} + \frac{N}{A} \quad \sigma_r = -43,17 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\sigma_1 = \sigma_r - \frac{\sigma_r - \sigma_1}{b} \cdot 1\text{m} \quad \sigma_1 = -38,22 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$A_1 = \frac{\sigma_1 + \sigma_r}{2} \cdot (1\text{m})^2 \quad A_1 = -40,7\text{kN}$$

Abb. 5-4: Betrachtung eines 1m-Streifens im Grundriss des Fahrbahnquerschnitts

Der dargestellten vereinfachten Spannungsverteilung kann entnommen werden, dass rund 40 % der Vertikallast auf den 1 m breiten Brückenbogen im ebenen Modell angreifen. Hieraus kann das in Abb. 5-5 dargestellte verschmierte Lastbild abgeleitet werden. Die tatsächlich wirkende räumliche Spannungsverteilung bleibt hierbei unberücksichtigt, so dass man mit der getroffenen Annahme auf der sicheren Seite liegt.

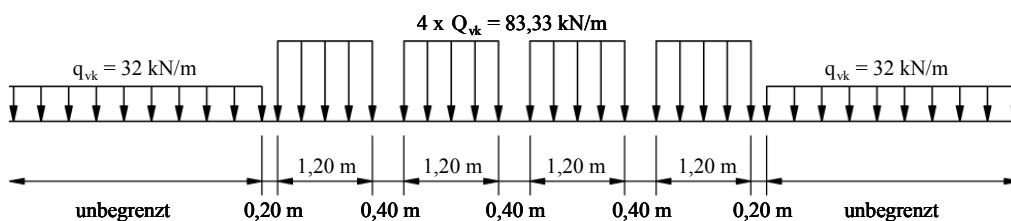


Abb. 5-5: Verschmiertes Lastbild des LM 71 nach DIN-FB 101

Anhand des abgeleiteten Lastbildes in Abb. 5-5 werden die Parameterstudien für die Belastungen in- folge des Lastmodells 71 durchgeführt.

## 5.4 Weitere Einwirkungen

Neben den gezeigten Lastmodellen für den Straßen- und Eisenbahnverkehr existiert noch eine Vielzahl weiterer Verkehrslastbilder wie beispielsweise die Brückennachrechnungsklassen nach DIN 1072, das LM 2 nach DIN-FB 101 und die Streckenklassen der Deutschen Bahn. Des Weiteren bestehen Vorgaben zu Einwirkungen aus Anfahr- und Bremslasten, Windlasten, Temperaturlasten, Schneelasten und Setzungen, auf die im Rahmen dieser Arbeit lediglich hingewiesen werden soll, da sie nicht Gegenstand durchzuführender Rechnungen sind.

## 6 Verwendete Berechnungsmodelle [23, 24, 29]

Zur Berechnung der Tragfähigkeit von Bogenbrücken wird in dieser Arbeit von zwei Lösungsansätzen Gebrauch gemacht. Die Möglichkeit zur realitätsnahen Generierung von Steinbogenbrücken ist in Abb. 6-1 dargestellt. Bei den dort gezeigten Diskontinuumsmodellen handelt es sich um mit Scheibenelementen vernetzte 2-D-Modelle, wobei das anisotrope Materialverhalten durch die separate Modellierung einzelner Steine erfasst wird. Das geometrisch nichtlineare Systemverhalten lässt sich durch die Formulierung bestimmter Kontaktbedingungen in den Fugen simulieren. Da sich die ebenen Finite-Elemente-Modelle auf einen Streifen von 1 m Breite beziehen, wird für alle vernetzten Modellbestandteile der ebene Verzerrungszustand verwendet, welcher in Querrichtung zwar Spannungen, aber keine Verzerrungen zulässt. Spannungen in Normalenrichtung zur Scheibenebene werden dabei durch die Spannungskomponenten in der Scheibenebene und die damit hervorgerufene Querdehnung erzeugt. Sämtliche Geometrie- und Materialparameter sind frei wählbar. Anhand von Versuchen im Maßstab 1:1 wurde die Realitätsnähe der verwendeten Finite-Elemente-Modelle geprüft. In den Anhängen D und E wird aus den entsprechenden Versuchsberichten [14, 15] zitiert.

### 6.1 Verwendete Software

Für die im Folgenden vorgestellten Finite-Elemente-Modelle kam das FEM-Programm ANSYS 8.0 [16] zur Anwendung. Mit diesem als Mehrzwecksoftware konzipierten FEM-Programm erschließt sich dem Anwender ein breites Arbeitsfeld über nahezu alle Industriebereiche. Im Rahmen von Strukturanalysen gestattet es die Berücksichtigung sowohl geometrischer als auch materialeitiger Nichtlinearitäten. Im Gegensatz zum Fließmodell nach DRUCKER-PRAGER, mit welchem das elastisch-idealplastische Materialverhalten des Mörtels beschrieben wird, musste das zur Materialbeschreibung des Steins verwendete Bruchmodell nach MOHR-COULOMB gesondert im Programmcode implementiert werden [1].

### 6.2 Allgemeines Diskontinuumsmodell

Im Allgemeinen Diskontinuumsmodell werden Steine und Mörtelfugen separat modelliert. Hierdurch kann im Berechnungsmodell das nichtlineare Materialverhalten des Fugenmörtels berücksichtigt werden. Dabei findet das Fließmodell nach DRUCKER-PRAGER Anwendung. Die Elemente des Steins und der Fugen werden mit Kontaktelementen verknüpft, welche lediglich die Übertragung von Druckkräften und COULOMB'scher Reibung ermöglichen. Die Aktivierung von Zugkräften zwischen Stein und Fuge ist somit ausgeschlossen, wodurch sich unter Last klaffende Fugen einstellen können. Die Stützlinie stellt sich bei Belastung "automatisch" ein. In einer ersten Berechnung wird unter der jeweils angesetzten Lastkombination und inkrementeller Laststeigerung die Beanspruchung in Form von Kombinationen aus Hauptdruck- und Hauptzugspannungen bestimmt.

In einer Nachlaufrechnung erfolgt dann für jeden Lastschritt die Auswertung der Spannungskonstellationen anhand des Bruchmodells nach MOHR-COULOMB. Die Versagenslast des Bogens wird für die Hypothesen Steinversagen oder Gelenkbildung berechnet. Die Bewertung der Tragsicherheit erfolgt durch eine Gegenüberstellung mit der Normlast.

Die Vorgehensweise lässt sich wie folgt zusammenfassen:

- Separate Modellierung von Steinen und Fugenmörtel zur Generierung des Bogentragwerkes
- Berücksichtigung der plastischen Eigenschaften des Mörtels durch das Fließmodell nach DRUCKER-PRAGER
- Auswertung der berechneten Hauptspannungskombinationen anhand des Bruchmodells nach MOHR-COULOMB
- Nachweis am Gesamtsystem

In Anbetracht der erforderlichen enormen Rechenzeit, die selbst unter Verwendung heutiger Rechen-technik über 12 Stunden (je nach Fugenzahl, Netzdichte etc.) beträgt, ist dieses Modell nur bedingt praxistauglich. Aus der Erfordernis der Einsparung von Rechenzeit heraus wurde das Entkoppelte Diskontinuumsmodell entwickelt.

### 6.3 Entkoppeltes Diskontinuumsmodell

Im Entkoppelten Diskontinuumsmodell werden lediglich die Steine modelliert. Deren aneinander grenzende Flächen werden über Kontaktelemente miteinander verknüpft, wodurch sich auch in diesem Berechnungsmodell klaffende Fugen einstellen können. Die Mörtelfugen sowie deren plastische Eigenschaften finden bei der Berechnung der Beanspruchung keine Berücksichtigung, was zu einer erheblichen Einsparung von Rechenzeit führt. Im Gegensatz zum Allgemeinen Diskontinuumsmodell bilden keine Hauptspannungskombinationen die zu berechnenden Beanspruchungen, sondern die Stützlinie mit ihrer jeder Fuge und jedem Lastschritt zugehörigen Lastexzentrizität und Normalkraft. Die anhand des Entkoppelten Diskontinuumsmodells berechnete Beanspruchung im maßgebenden Schnitt wird im Nachgang mit der den vorliegenden Geometrie- und Materialparametern zugehörigen Traglast verglichen. Diese Traglast wird mit einem Micromodell separat berechnet, in dem Steine und Mörtel analog zum Allgemeinen Diskontinuumsmodell modelliert sind. Auf diesem Wege findet das nichtlineare Materialverhalten des Mörtels und dessen Einfluss auf die Tragfähigkeit von Natursteinmauerwerk Eingang in die statische Berechnung. Die beiden Felder der Beanspruchung und Beanspruchbarkeit werden somit anhand zwei getrennter Finite-Elemente-Modelle behandelt.

Die Vorgehensweise lässt sich wie folgt zusammenfassen:

- Modellierung einzelner Steine zur Generierung des Bogentragwerkes unter Vernachlässigung der Mörtelfugen im Bogenmodell
- Auswertung der für jeden Lastschritt berechneten Stützlinie anhand separat ermittelter Querschnitttragfähigkeitswerte
- Nachweis am entkoppelten System

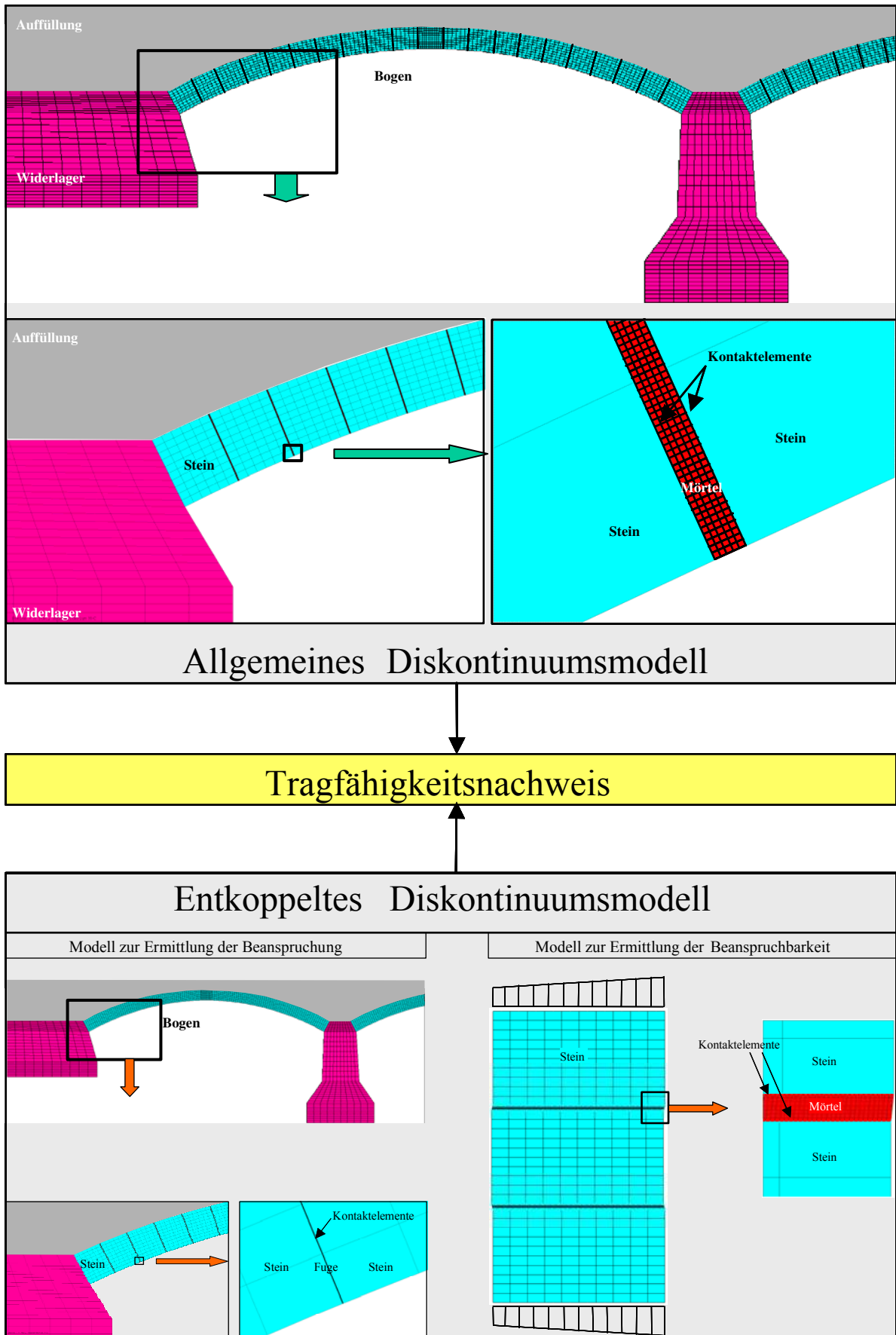


Abb. 6-1: Allgemeines und Entkoppeltes Diskontinuumsmodell [29]

#### 6.4 Zum Entwicklungsstand des zur Verfügung gestellten Programmcodes

GRÖSCHKE [23] arbeitete an dem von PURTAK [1] entwickelten Finite-Elemente-Modell zur Berechnung von Bogenbrücken im Hinblick auf die Verkehrslastgenerierung weiter. Er untersuchte dabei verschiedene Modellierungsvarianten für die Auffüllung in Kopplung mit der Aufprägung der Verkehrslasten auf den Bogenrücken. GRÖSCHKE entschied sich nach umfangreichen Untersuchungen für eine Auffüllungsgenerierung ohne Finite Elemente, welche ausschließlich die Last der Auffüllung, nicht aber eine eventuell lastverteilende oder gar mittragende Wirkung derselben berücksichtigt. Konzentrierte Radlasten werden GAUSS-normalverteilt unter einem fixen Lastverteilungswinkel von  $60^\circ$  auf die den Bogenrücken beschreibenden Randknoten aufgeprägt. Diesem Vorgehen liegt das aus der Geotechnik bekannte Kugelmodell [17] zugrunde.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde der Programmcode weiterentwickelt, um eine umfangreiche Parameterstudie unter Variation verschiedener Lastmodelle durchführen und das Tragverhalten verschiedener Bogenformen vergleichen zu können.

#### 6.5 Zum Entwicklungsstand des erweiterten Programmcodes

Das von dem betreuenden Ingenieurbüro Trag Werk Ingenieure zur Bearbeitung übergebene Finite-Elemente-Modell wurde um den Parabel- und den Korbbogen erweitert. Hierzu geschriebene Module sind in den der Berechnung von kreisförmigen Bogenbrücken dienenden Quelltext eingearbeitet worden. Dabei war es erforderlich, den auf den Kreissegmentbogen ausgerichteten Programmcode komplett zu überarbeiten und hinsichtlich der Bogenformen variabel zu gestalten. Dies betrifft insbesondere die Generierung der Eigen- und Verkehrslasten sowie die Erzeugung der Stützlinie. Des Weiteren sind die Lastmodelle SLW 60 und SLW 30, LKW 3/3 bis LKW 16/16, LM 71, SW/0 und SW/2 ergänzt worden. Um im Rahmen der Parameterstudie zudem den Einfluss des Lastverteilungswinkels und den der Anzahl der die GAUSS-Verteilung von Radlasten beschreibenden Einzellasten auf die Tragfähigkeit von Bogenbrücken untersuchen zu können, war es notwendig, auch dahingehend den Quelltext zu erweitern. Der Programmcode wurde mit den vorgenommenen Erweiterungen um ca. 4000 Zeilen ergänzt. Aufgrund des erheblichen Umfangs sollen auf eine detaillierte Beschreibung der umgesetzten Methodik zur Modellierung und Berechnung von Bogenbrücken verzichtet und stattdessen einige wesentliche Kernpunkte der Berechnungsmodelle im Folgenden kurz dargestellt werden.

#### 6.6 Bogentragwerk

Die Modellierung der Bogenkonstruktion erfolgt nicht als zusammenhängendes Kontinuum, sondern als aus einzelnen Steinen (Entkoppeltes Diskontinuumsmodell) und ggf. einzelnen Fugen (Allgemeines Diskontinuumsmodell) bestehendes Diskontinuum. Kontaktbedingungen steuern die Beziehung zwischen den einzelnen Steinen bzw. zwischen den Steinen und Fugen. Während das anisotrope Materialverhalten des Bogenmauerwerks durch eine getrennte Modellierung von Steinen und ggf. Fugenmörtel abgebildet wird, ermöglichen zwischen den einzelnen Steinen bzw. zwischen den Steinen und Fugen eingefügte Kontaktelemente ein Erfassen des geometrisch nichtlinearen Tragverhaltens der Bogenkonstruktion. Derartige Kontaktelemente (hier: contac48) übertragen nur Druckkräfte und COULOMB'sche Reibung. Hierbei findet in Anlehnung an [28] ein Reibungsbeiwert von  $\nu = 0,6$  Verwendung. Eine Übertragung von Zugkräften ist somit ausgeschlossen, wodurch sich unter Last realitätsnah klaffende Fugen im Bogen einstellen können.

Mit Hilfe dieser Kontaktelemente, die eine Art Federelement bilden, lassen sich Ränder unterschiedlich vernetzter Flächen miteinander verknüpfen, ohne dass hierzu die Knoten benachbarter Flächen deckungsgleich sein müssen. Bei der Definition der Kontaktbedingungen sind jedem der Kontaktzone zugehörigen Knoten all die Knoten zuzuweisen, mit denen er theoretisch in Kontakt treten kann. Im gegebenen Fall bedeutet dies, dass jedem Knoten des Kontaktbereiches eines Steines alle Knoten des gegenüberliegenden Steins bzw. der anliegenden Fuge zugewiesen sind. Über Kontaktelemente verknüpfte Knoten können bei einer Verschiebung ineinander eindringen. Dabei ist die Eindringtiefe über die Kontaktsteifigkeit numerisch steuerbar [18, 24]. Die einzeln modellierten Steine und Mörtelfugen werden mit vierknotigen Scheibenelementen (hier: plane42) im ebenen Verzerrungszustand vernetzt.

In dieser Arbeit wird das Bogentragwerk nicht mittels entsprechend generierbarer Widerlager gelagert. Stattdessen werden die Anfänger-Steine in x- und y-Richtung gehalten, wodurch dort eine 100%ige Einspannung dieser vorliegt. Kontaktelemente kommen an den Auflagern demnach nicht zum Einsatz. Diese Art der Lagerung stellt gegenüber einer Berücksichtigung von Widerlagern und deren festzulegender Lagerung durch das anliegende Erdreich eine notwendig Vereinfachung dar, um die Parameterstudie unabhängig von den tatsächlichen Auflagerbedingungen durchzuführen.

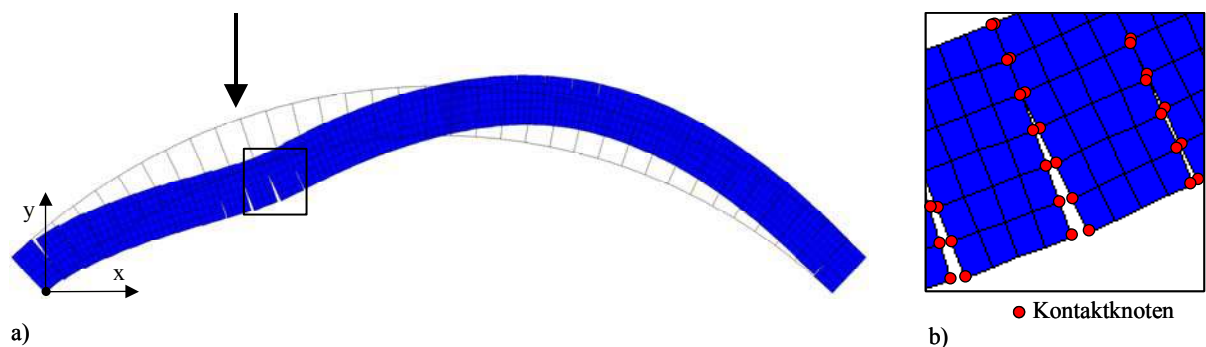


Abb. 6-2: Klaffende Fugen am Beispiel des Entkoppelten Diskontinuumsmodells für den Kreissegmentbogen [23]

Abb. 6-2 verdeutlicht die Möglichkeit des Einstellens klaffender Fugen anhand des Entkoppelten Diskontinuumsmodells für den Kreissegmentbogen. Im Teilbild b) sind die durch Kontaktelemente miteinander verknüpften Kontaktknoten hervorgehoben.

Wie bereits unter Abschnitt 4 erwähnt, wird für die durchzuführenden Berechnungen am Korbbogen die mittragende Wirkung des Stampfbetons berücksichtigt. Die Geometrie des Stampfbetonzwickels wurde in Anlehnung an Abb. 4-5 mit einer Neigung von  $35^\circ$  festgelegt. Die Größe des Bogenbereiches, welcher gemeinsam mit dem betonierten Zwickelbereich am Lastabtrag beteiligt sein soll, ist frei wählbar. Er ist über den Neigungswinkel am Bogenrücken des Steines zu definieren, ab dem der Stampfbetonzwickel beginnen soll. Zur Simulation der Verzahnung zwischen dem Bogentragwerk und dem Stampfbeton werden die aneinandergrenzenden Elemente beider Materialien direkt miteinander verknüpft.

Um theoretisch mögliche Zugspannungen zwischen beiden Flächen begrenzen zu können, ist der Stampfbeton als DRUCKER-PRAGER-Material definiert, wodurch die Größe der maximal übertragbaren Druck- und Zugspannungen beschränkt werden kann. Die Stampfbetonzwickel sind an ihrer Unterseite in x- und y-Richtung unverschieblich gehalten. Abb. 6-3 veranschaulicht den beschriebenen Aufbau.

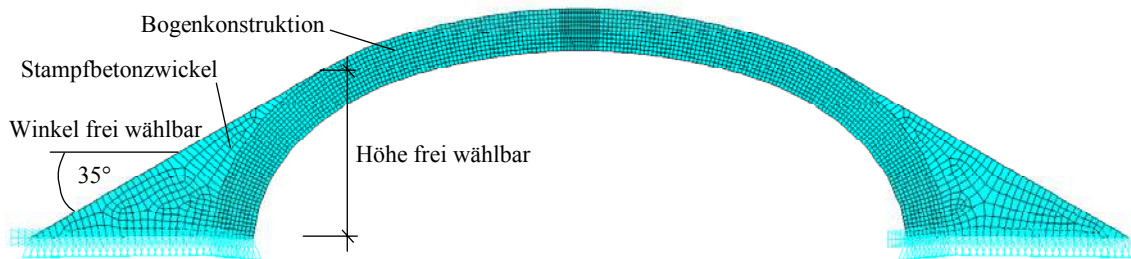


Abb. 6-3: Finite-Elemente-Modell eines Korbbogens mit Stampfbetonzwickel

Für die Erzeugung eines Kreissegment- oder Parabelbogens genügt die Vorgabe der Spannweite, des Stichts, der Bogendicke an Scheitel und Kämpfer und der Steinanzahl. Zur Generierung eines Korbboogens sind neben diesen Angaben die Radien und Öffnungswinkel der einzelnen Kreissegmente vorzugeben. Neben Bögen konstanter Dicke ist auch die Generierung konischer Bögen möglich.

Auf eine Modellierung der Aufmauerung und damit auf die Berücksichtigung einer eventuell mittragenden Wirkung dieser wird in allen Fällen auf der sicheren Seite bleibend verzichtet. Dies hat folgende Gründe:

- Bei breiteren Bogenbrücken wäre der Ansatz eines Mittragens der Aufmauerung höchstens für die Stirnbereiche des Bogens, nicht aber für dessen mittleren Bereich von Belang.
- Insbesondere bei Bogenbrücken großer Spannweite bleibt zu vermuten, dass ein rechnerisches Versagen der Stirnmauern zeitlich eher eintritt als ein Versagen des Bogentragwerks.
- Die Qualität der Aufmauerung ist hinsichtlich des Verbandes und des Materials häufig deutlich niedriger als die des Bogentragwerks.
- Infolge sogenannter Rückenfugenrisse sind die Aufmauerungen vielfach von der Bogenkonstruktion getrennt [34].
- Versuche bestätigen eine Spannungsverringern im Bogen durch ein Mittragen der Aufmauerung lediglich im Kämpferbereich, nicht aber im Scheitelbereich [34].
- Im Scheitelbereich wirkt wegen des unvollständigen Verbundes die Aufmauerung getrennt vom Bogen [34].
- Andere Versuche belegen, dass die Aufmauerung lediglich bis zu 30 % der Bruchlast in Verbindung mit dem Bogen wirkt [34]. Für die Ermittlung des Bruchzustandes des Bogens ist demnach nur dessen alleinige Tragwirkung von Interesse.

## 6.7 Auffüllung und Aufprägung von Verkehrslasten

Die Auffüllung geht nur als Last und damit ohne finite Elemente in die Berechnung ein. Eine mittragende oder lastverteilende Wirkung ist ausgeschlossen. Die Auffüllung wird in über den Steinen befindliche Lamellen aufgeteilt (siehe auch Abb. 4-7). Anhand der Fläche einer Lamelle und der Auffüllungswichte ist die resultierende Lamellenlast ermittelbar, welche durch die Anzahl der Randknoten der darunter liegenden Steinoberseite geteilt und auf diese aufgeprägt wird. Die Lamellenlast ist damit gleichmäßig auf die selektierten Randknoten aufgeteilt.



Die Flächen- und Radlasten der Verkehrseinwirkungen (siehe auch Abb. 5-2 und Abb. 5-5) werden ebenfalls in Lamellen geteilt, wobei die Lamellenbreite frei wählbar ist. In dieser Arbeit kommt eine Breite von 5 cm zur Anwendung. Die Resultierenden dieser Lamellen werden nach der GAUSS-Normalverteilung direkt auf die den Bogenrücken beschreibenden Randknoten unter einem ebenfalls beliebig festlegbaren Lastverteilungswinkel aufgebracht.

Die den polygonzugartigen Bogenrücken bildenden Steinseiten werden als bestimmten Intervallen (jeweilige Steingrenzen) zugehörige Geradengleichungen formuliert. Weiterhin werden für jede Lamellenresultierende Hilfsgeraden erzeugt, welche die Lamellenlast, gewichtet nach der GAUSS-Normalverteilung, in vertikale Einzellasten aufteilen. Die Neigung der Hilfsgeraden ist hierbei durch den gewählten Lastausbreitungswinkel festgelegt. Die Qualität der GAUSS-Normalverteilung ist von der gewählten Anzahl der Einzelkräfte abhängig. Hierbei muss es sich um eine ungerade Anzahl handeln, um gewährleisten zu können, dass die Maximalordinate der GAUSS-Normalverteilung in der Lastspur der Lamellenresultierenden liegt. Für jede dieser Hilfsgeraden wird mit Hilfe der den oberen Steinseiten zugehörigen Geradengleichungen der Schnittpunkt mit dem Bogenrücken ermittelt. Ist der Schnittpunkt zufällig deckungsgleich mit einem Knoten, so wird diesem die gesamte Einzellast zugewiesen. Liegt der Schnittpunkt zwischen zwei Knoten, wird die dort wirkende Einzellast über das Modell eines Einfeldträgers in die beiden angrenzenden Knoten eingetragen.

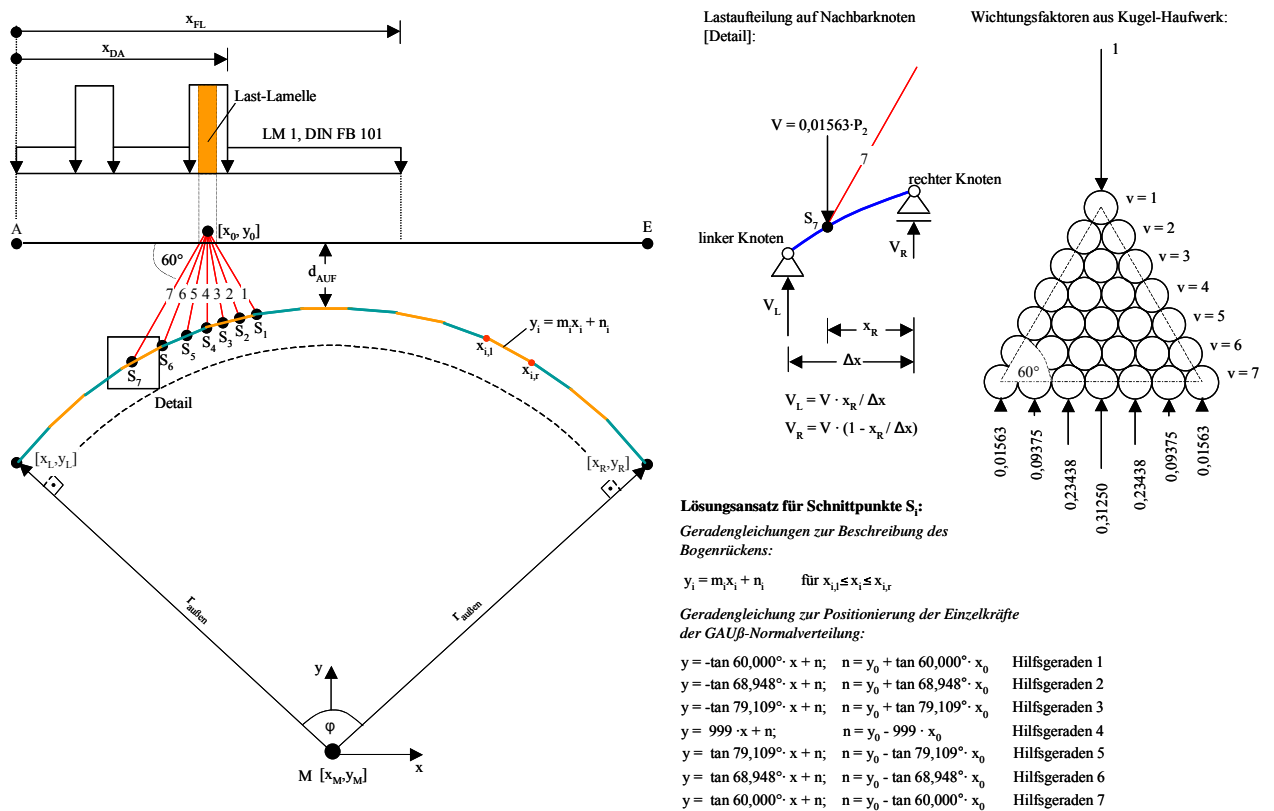


Abb. 6-4: Verkehrslastaufprägung auf den Bogenrücken (in Anlehnung an [23])

Abb. 6-4 veranschaulicht die beschriebene Vorgehensweise zur Eintragung von Verkehrslasten anhand eines Kreissegmentbogens sowie eines Lastverteilungswinkels von  $60^\circ$  und 7 Einzelkräften zur Abbildung der GAUSS-Normalverteilung nach dem Kugelmodell. Wie später gezeigt wird, bilden bereits 7 Einzelkräfte das der Lastverteilung zugrunde liegende Kugelmodell ausreichend genau ab.

## 6.8 Ermittlung der Stützlinie als Grundlage der Nachweisführung

Um einerseits die Nachweisführung mit dem Entkoppeltem Diskontinuumsmodell zu ermöglichen und andererseits das Tragverhalten genauer betrachten zu können, ist es notwendig, die resultierende Normalkraft sowie deren Exzentrizität in allen Fugen des Bogens zu berechnen. Für sämtliche Fugen bzw. Schnitte ermittelt, beschreiben diese Wertepaare den Verlauf der sogenannten Stützlinie und die Größen der in ihr wirkenden Normalkräfte. Zur Berechnung und grafischen Darstellung ist es hierzu erforderlich, in allen Mauerwerksfugen des ebenen Berechnungsmodells in Bogendickenrichtung Integrationen über die Verteilung der Hauptdruckspannungen durchzuführen. Hieraus sind die Druckspannungsergebnisse sowie der Schwerpunkt der Hauptdruckspannungsverteilung und damit die Lastexzentrizität der resultierenden Druckkraft berechenbar (Abb. 6-5).

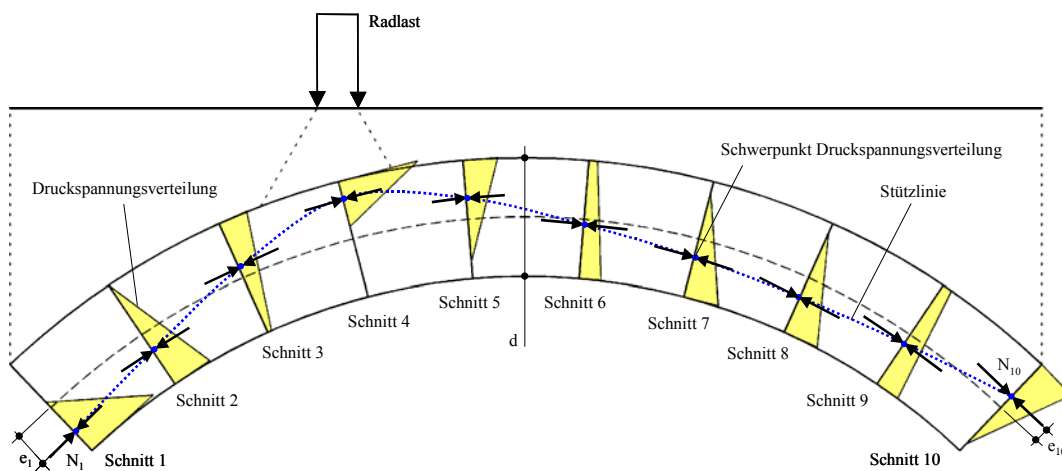


Abb. 6-5: Ermittlung der Stützlinie (maßstabsfrei) [23]

## 6.9 Modelleinstellungen

### 6.9.1 Netzfeinheit

Mit der Untersuchung der Auswirkungen unterschiedlicher Netzfeinheit auf die Tragfähigkeit von Kreissegmentbrücken beschäftigte sich bereits GRÖSCHKE in [23]. Von Einfluss auf die Qualität der Verkehrslastgenerierung ist hierbei die Netzfeinheit in Bogenlängsrichtung. Dieser Einfluss ist aufgrund der jeweils fixen Anzahl von Einzellasten zur Simulation der GAUSS-Normalverteilung jedoch begrenzt. Die Auswirkung auf die Dauer einer Rechnung in Abhängigkeit dieser Netzdichte ist gering. Dagegen beeinflusst die Anzahl der Elemente in Radialrichtung die Güte der Hauptdruckspannungsverteilung in Richtung der Bogendicke und damit die Integrationsergebnisse zur Berechnung der Stützlinie. Zudem ist die radiale Netzfeinheit von unmittelbarem Einfluss auf die Anzahl der Kontaktelemente und damit auf die benötigte Rechenzeit, da diese unter einer Vervielfachung der Kontaktelemente überproportional ansteigt. GRÖSCHKE entschied sich für 6 plane42-Elemente in radialer und 4 in tangentialer Richtung je Stein. In dieser Arbeit kommt jedoch eine feinere Vernetzung von 10 Elementen in Richtung der Bogendicke und 9 Elementen in Bogenlängsrichtung zur Anwendung (Abb. 6-6). Hieraus resultieren 11 Kontaktelemente je Fuge.

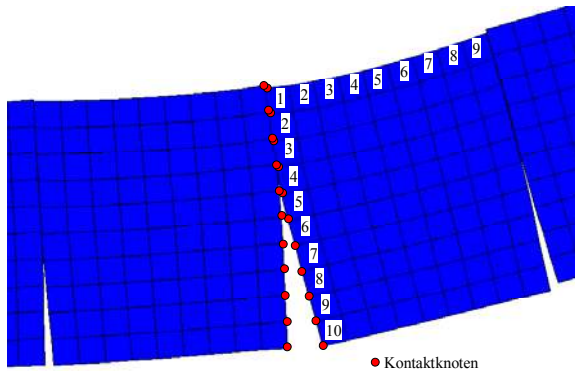


Abb. 6-6: Verwendetes Finite-Elemente-Netz im entkoppeltem Modell

### 6.9.2 Times und Substeps

Die Beanspruchungen infolge Eigen- und Verkehrslasten werden getrennt voneinander in sogenannten Times berechnet. Beispielsweise wird für eine Straßenbrücke in einem ersten Time die Eigenlast des Bogenmauerwerks aufgetragen und im zweiten Time die der Auffüllung, wobei die Höhe dieser vereinfacht auch den Fahrbahnaufbau enthält, welchem die Dichte der Auffüllung zugewiesen wird. Im dritten und letzten Time werden die Verkehrslasten auf den Bogenrücken aufgebracht. Jedes Time ist in mehrere Substeps aufgeteilt. Als Substeps werden in ANSYS die Lastinkremente bezeichnet, welche mit Hilfe des verwendeten Newton-Raphson-Verfahrens iterativ aufgebracht werden. Auf dieses Verfahren wird in einem späteren Abschnitt eingegangen. Die Anzahl der Substeps ist von erheblichem Einfluss auf die gewünschte Konvergenz. Wird diese nicht erreicht, so muss die Substeps-Anzahl erhöht werden. Allerdings nimmt die Rechenzeit zu, je mehr Substeps erforderlich sind.

Da bei den vom Verfasser durchgeführten Berechnungen Konvergenzprobleme erst beim Aufbringen der Verkehrslasten auftraten, wird für dieses Time eine untere Grenze von 50 Substeps festgelegt. Für die Times zur Eintragung der Eigenlasten gilt ein unterer Grenzwert von 5 Substeps. Für sämtliche Times kam ein oberer Grenzwert von 100 Substeps zur Anwendung. Mit diesen Festlegungen konvergierten die Berechnungen bei akzeptablen Rechenzeiten in der Regel zuverlässig.

### 6.10 Newton-Raphson-Verfahren [24]

Aufgrund des Plastifizierens des Lagerfugenmörtels und des Einstellens einer klaffenden Fuge beim Überschreiten der ersten Kernweite erfährt die Struktursteifigkeit unter Laststeigerung eine nichtlineare Änderung, wodurch eine ebenfalls nichtlineare Lösung erforderlich wird. Ein Ansatz für nichtlineare Lösungen beinhaltet das Aufteilen der Last in eine Reihe von Lastinkrementen (Substeps). Diese Lastinkremente werden iterativ aufgebracht. Dazu kommt das iterative Verfahren nach Newton-Raphson [19] - implementiert im Programmsystem ANSYS [16] - zur Anwendung. Hierbei bringen die Newton-Raphson-Gleichgewichtssiterationen die Lösung am Ende jedes Lastinkrements hinsichtlich des Gleichgewichts zwischen äußeren und inneren Knotenkräften zur Konvergenz. Nach der Durchführung der Berechnung jedes Inkrements wird die Steifigkeitsmatrix angepasst, um die nichtlinearen Veränderungen in der Struktursteifigkeit widerzuspiegeln, bevor zum nächsten Lastinkrement übergegangen wird. Abb. 6-7 stellt die Anwendung der Newton-Raphson-Gleichgewichtssiterationen einer nichtlinearen Analyse für ein System mit einem Freiheitsgrad dar. Vor jeder Lösung bestimmt die Newton-Raphson-Methode den Vektor mit denjenigen Lastanteilen, die mit dem System nicht im Gleichgewicht stehen.

Diese Ungleichgewichtskräfte stellen die Differenzen  $\Delta s_i$  zwischen den rückstellenden Kräften (Knotenpunktkräfte, die den Elementspannungen äquivalent sind) und den äußeren Lasten dar. Wird das Konvergenzkriterium nicht erfüllt, führt ANSYS eine lineare Lösung unter Anwendung dieser Ungleichgewichtskräfte sowie der aktuellen Steifigkeitsmatrix  $K_{T(i)}(V_i)$  durch und ermittelt einen Verschiebungszuwachs  $\Delta V_{i+1}$ . Daraufhin berechnet ANSYS den Vektor mit den Ungleichgewichtskräften neu und überprüft auf Konvergenz. Werden die Konvergenzkriterien wiederum nicht erfüllt, wird, um die nichtlinearen Veränderungen in der Struktursteifigkeit, wie zum Beispiel das Plastifizieren des Mörtels oder das Öffnen der Kontaktfläche Fuge-Stein, zu erfassen, die Steifigkeitsmatrix angepasst und die eben erläuterte lineare Lösung erneut durchgeführt. Dieser iterative Prozess wird bis zur Konvergenz des Systems fortgesetzt. Kommt keine Konvergenz zustande, bricht das Programm ab. Konvergenzprobleme treten insbesondere dann auf, wenn die Arbeitslinie im untersuchten Wertebereich lokale Maxima oder Wendepunkte aufweist. Dies ist beispielsweise bei Stabilitätsproblemen der Fall. Konvergiert die Berechnung nicht, so ist es ratsam, diese mit feineren Lastinkrementen zu wiederholen.

$$\text{Gl. 6-1} \quad \Delta V_{i+1} = \frac{\Delta s_i}{K_{T(i)}(V_i)}$$

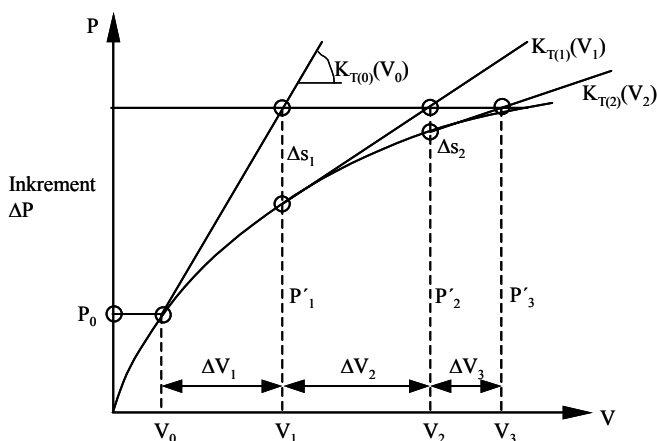


Abb. 6-7: Zum Newton-Raphson-Verfahren [19]

### 6.11 Finite-Elemente-Modell zur Traglastermittlung [18, 24]

Für die Berechnung der Querschnittstragfähigkeit des Quadermauerwerks kommt ein ebenes Berechnungsmodell zur Anwendung, in dem Steine und Mörtelfugen separat modelliert und mit vierknotigen Scheibenelementen (hier: plane42) für den ebenen Verzerrungszustand vernetzt werden. Damit sind die Verformungen senkrecht zur Scheibenebene behindert, aber der dreiaxiale Spannungszustand in Stein und Mörtel berücksichtigt. Die Abmessungen der Steine sind ebenso wählbar wie die Fugendicke sowie deren Materialparameter. Steine und Mörtelfugen werden mit unterschiedlicher Netzdichte generiert. Gegenüber dem Stein mit seinem linear-elastischen Materialverhalten muss die Lagerfuge aufgrund des nichtlinearen Materialverhaltens des Mörtels in der Mauerwerksfuge feiner vernetzt werden, da plastisch verformte Bereiche eine ausreichende Dichte an Integrationspunkten benötigen. Genauigkeit und Rechenzeit der Finite-Elemente-Berechnung werden insbesondere von der Netzfeinheit der Fuge beeinflusst.

HIRSCH untersuchte in [24] die Auswirkungen unterschiedlicher Netzfeinheit des Fugenmörtels auf die Querschnittstragfähigkeit von Quadermauerwerk und legte eine Vernetzung mit sieben Elementen über die Fugendicke fest, welche so auch in dieser Arbeit der Ermittlung von Traglastkurven zugrunde liegt. Der Stein wird mit jeweils 10 Elementen über die Höhe und die Breite vernetzt. Abb. 6-8 zeigt den modellierten Vertikalschnitt zur Ermittlung der Querschnittstragfähigkeit.

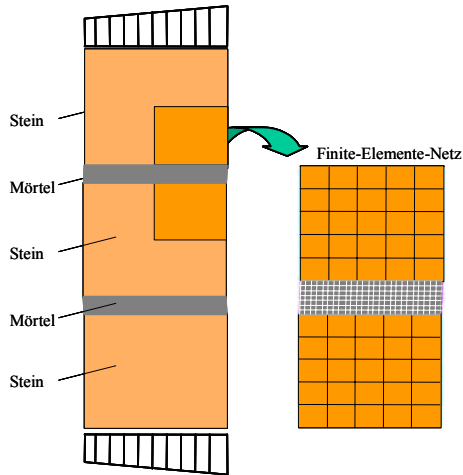


Abb. 6-8: FE-Modell des Mauerwerksquerschnitts mit Ausschnitt der Vernetzungsdichte [24]

### 6.11.1 Lasteinleitung und Auswertung des Bruchkriteriums [24]

Die Belastung am Wandkopf wird durch eine Streckenlast (Rechteck, Trapez, Dreieck) in der Form gebildet, dass die Lastresultierende durch die gewünschte Ausmittigkeit verläuft. Es werden die Bruchlasten für Lastausmitten von  $m = 6 \cdot e/d_{st} = 0$  bis 2,8 in 0,2er-Abständen berechnet. Die Laststeigerung erfolgt in kleinen Schritten, um die plastischen Verformungen des Mörtels in jedem Lastschritt gering zu halten. Den Mörtel kann man im Sinne der Plastizitätstheorie als fließfähig betrachten. Erreicht die Spannungscombination eines Punktes im Mörtel die Fließfläche nach DRUCKER-PRAGER, bleibt die Spannung konstant und es stellen sich plastische Dehnungen ein. Bei Laststeigerung lagern sich zusätzliche Spannungen auf Nachbarbereiche um.

Pro Belastungsschritt wird für die Punkte im Stein das Bruchkriterium nach MOHR-COULOMB für den dreiaxialen Spannungszustand abgefragt und berechnet, ob eine Stelle im Stein die zulässige Spannungscombination überschreitet. Sobald für einen Punkt das Bruchkriterium erfüllt ist, gilt die Bruchlast als gefunden. Aus dem Versagenspunkt und der Spannungsverteilung lässt sich die Versagensart ableiten. Durch den Vergleich der berechneten mit der zulässigen Spannungscombination nach MOHR-COULOMB war das Einbeziehen eines Rissmodells für den Stein nicht erforderlich. In dieser Arbeit wird zwischen Riss- und Bruchspannung des Mauerwerks nicht unterschieden. Das angewandte Modell beschreibt die Rissspannung und definiert hieraus die Tragfähigkeit. Dies erscheint legitim, da Sandstein mit seinem elastischen Materialverhalten zum Spröbruch neigt und Versuchen zufolge kaum Lastumlagerungen zulässt. Führt eine steigende Belastung in der Analyse nicht zum Steinversagen, sondern zu einer divergierenden Berechnung, gilt Versagen mit Gelenkbildung als gefunden. Durch das zusätzlich gebildete Gelenk in der Lagerfuge entsteht ein kinematisches System. Ein statisches Gleichgewicht existiert in diesem Falle nicht mehr.

## 6.12 Bruchmodelle für die numerische Berechnung [24]

Im inhomogenen Mauerwerk herrscht sowohl in den Steinen als auch in den Mörtelfugen ein mehraxialer Spannungszustand. Ein wesentlicher Unterschied zu homogenem Material zeigt sich insbesondere darin, dass infolge des Mörtelausbruches am Lagerfugenrand die Spannungstrajektorien aus der Druckbelastung abgelenkt werden, wodurch Spaltzugspannungen im Stein entstehen. Ebenso resultieren aus den Querdehnungsunterschieden in Stein und Mörtel Querspannungen im Stein und Querspannungen im Mörtel. Werden neben den Spannungen in Richtung der Wanddicke auch die in Richtung der Wandlänge berücksichtigt, so befinden sich Stein und Mörtel im dreiaxialen Spannungszustand. Hierbei steht der Mörtel unter Druck-Druck-Druck-Spannungen und der Stein unter Druck-Zug-Zug-Spannungen. Die Mauerwerksfestigkeit liegt deswegen über der einaxialen Mörtelfestigkeit, aber unter der einaxialen Steindruckfestigkeit. Dies begründet sich darin, dass unter einem dreiaxialen Druckspannungszustand die Festigkeiten körniger Materialien zunehmen, wohingegen sie unter einer Druck-Zug-Zug-Beanspruchung abnehmen [20].

Abb. 6-9 a) zeigt die MOHR'schen Spannungskreise im  $\tau$ - $\sigma$ -Diagramm und die Bruchhülle aller Spannungszustände für Postaer Sandstein. Es wird ersichtlich, dass das Versagen eines dreiaxial belasteten Prüfkörpers von den Hauptspannungswerten  $\sigma_{III}$  und  $\sigma_I$  abhängig ist. Dabei werden im dreiaxialen Druckspannungszustand ( $\sigma_I \neq 0$ ) weitaus größere Bruchspannungen erreicht als im einaxialen Druckspannungszustand ( $\sigma_I = 0$ ). Für die Bruchhülle aller MOHR'schen Spannungskreise wird eine lineare Begrenzung für den Druck-Zug-Zug-Bereich ersichtlich, welcher für das Versagen des Steins im Mauerwerk maßgeblich ist. Diese Gegebenheit begründet die Wahl des Bruchmodells nach MOHR-COULOMB für den Naturstein, welches in Abb. 6-9 im dreiaxialen Spannungsraum dargestellt ist. Somit genügt die Bestimmung der einaxialen Druck- und Zugfestigkeit zur Festlegung der Bruchfigur im mehraxialen Spannungsraum. Eine mathematische Beschreibung kann beispielsweise KALISZKY [21] oder HIRSCH [24] entnommen werden.

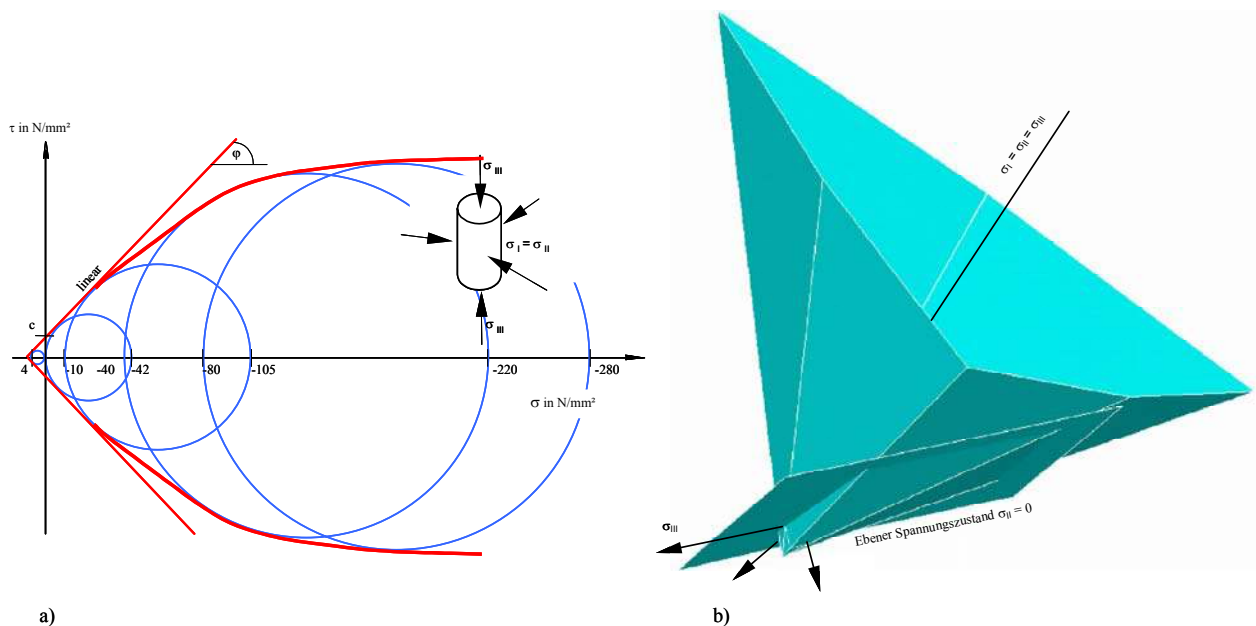


Abb. 6-9: a) Bruchfläche von Postaer Sandstein, qualitativ mit MOHR'schen Spannungskreisen [18]  
b) Darstellung des MOHR-COULOMB-Bruchkriteriums im dreiaxialen Spannungsraum [18]

Zur Auswertung des Bruchkriteriums des Steins wurde das MOHR-COULOMB'sche Bruchmodell in das Programmsystem ANSYS implementiert [18].

BIERWIRTH untersuchte in [27] anhand umfangreicher Experimente das Materialverhalten von Mörtel unter mehraxialer Beanspruchung. Wie bereits veranschaulicht, nimmt die erreichbare Bruchspannung körniger Materialien unter anwachsendem Umschnürungsdruck zu. Der Lagerfugenmörtel steht aufgrund der Querdehnungsbehinderung in solch einem dreiaxialen Druckspannungszustand und ist daher in der Lage, weit über der einaxialen Druckspannung liegende Spannungen im Mauerwerk zu übertragen. Abb. 6-10 a) verdeutlicht die Zunahme der Festigkeit in Abhängigkeit des hydrostatischen Spannungszustandes. Die Neigung der Bruchkurve von Normalmörtel gegenüber der hydrostatischen Achse ist deutlich erkennbar. Die Festigkeitssteigerungen sind unter anderem für die Mörtelgruppen IIa und III dargestellt. Beide Mörtel zeigen ein sehr ähnliches Verhalten unter der aufgetragenen dreiaxialen Druckbelastung. Die leicht gekrümmten Bruchkurven der Normalmörtel können im Folgenden linearisiert werden. Für die Beschreibung seines mehraxialen Spannungszustandes ist dies neben dem Anstieg der Kurven für Mörtel gegenüber der hydrostatischen Achse eine wesentliche Feststellung für die Wahl des Bruch- bzw. Fließmodells nach DRUCKER-PRAGER. Dieses Modell lässt eine lineare Festigkeitssteigerung unter wachsendem hydrostatischem Druck zu, wobei sich die Bruchhülle (Abb. 6-10 a) für die in der Realität in der Lagerfuge herrschenden Druckspannungszustände nicht schließt. Weiteres zum Bruch- bzw. Fließmodell nach DRUCKER-PRAGER kann unter anderem [16, 18, 19, 22, 24] entnommen werden.

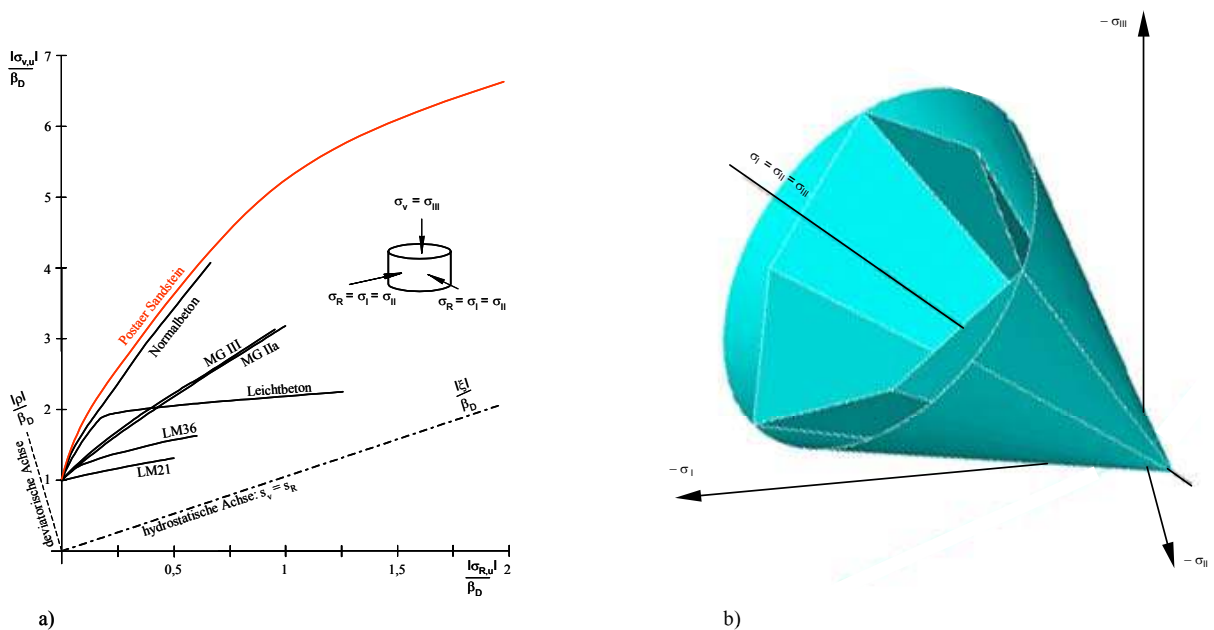


Abb. 6-10: a) Festigkeiten in Abhängigkeit vom hydrostatischen Spannungszustand [27]

b) DRUCKER-PRAGER-Kegel und Bruchmodell nach MOHR-COULOMB im dreiaxialen Spannungsraum [18]

Das DRUCKER-PRAGER-Modell ist bereits in ANSYS implementiert. Da in der Regel die Zugfestigkeit des Mörtels bestehender Bogenbrücken unbekannt ist, kommen für die Beschreibung dieses Bruchmodells die zwei Parameter der Mörteldruckfestigkeit  $\beta_{D,M0}$  und des inneren Reibungswinkels  $\varphi$  zur Anwendung. In Anlehnung an PURTAK [18] geht hierbei der innere Reibungswinkel mit  $\varphi = 20^\circ$  in die FE-Berechnungen ein.

## 7 Parameterstudien – Untersuchungen an der Standardbrücke

### 7.1 Vorbemerkungen

GRÖSCHKE [23] untersuchte wichtige Einflussparameter auf die Tragfähigkeit von Bogenkonstruktionen mit Hilfe des Entkoppelten Diskontinuumsmodells. Hierbei widmete er sich speziell dem Kreissegmentbogen. Schwerpunkt seiner Untersuchungen bildeten Straßenbrücken. Für diese führte er Tragfähigkeitsuntersuchungen beruhend auf dem LM 1 des DIN-Fachberichtes 101 durch. Zudem untersuchte GRÖSCHKE den Einfluss von Temperatureinwirkungen und Auflagerverschiebungen.

In der vorliegenden Arbeit werden folgende Geometrie-, Material- und Belastungsparameter variiert:

Geometrie	Material	Belastung
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Kreis-, Korb-, Parabelform</li> <li>- Spannweite L</li> <li>- Stichhöhenverhältnis F/L</li> <li>- Bogendicke <math>d_{St}</math></li> <li>- Höhe der Auffüllung <math>h_A</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Wichte der Auffüllung <math>\gamma_A</math></li> <li>- Lastausbreitungswinkel der Auffüllung <math>\varphi_A</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- DIN-Fachbericht 101: LM 1, LM 71</li> <li>- DIN 1072: SLW 60, SLW 30</li> </ul>

**Tab. 7-1: Variierte Parameter**

Den Untersuchungen sind Lastüberfahrten mit dem jeweils in Frage kommenden Lastmodell vorgeplant, um so die maßgebende Laststellung zu ermitteln, unter der das Bogentragwerk am ehesten seine Tragfähigkeit und der Ausnutzungsgrad sein Maximum erreicht.

Eine detaillierte Übersicht zu den entsprechenden Parameterkombinationen ist Tab. 7-2 zu entnehmen.



Einstellende Parameter:	Untersuchung des Einflusses von:	Abschnitt 7.5.1	Abschnitt 7.5.2	Abschnitt 7.5.3	Abschnitt 7.5.4	Abschnitt 7.5.4	Abschnitt 7.5.4
		Stichhöhenverhältnis F/L [-]	Bogendicke $d_{St}$ [m]	Spannweite L [m]	Wichte der Auffüllung $\gamma_A$ [kN/m <sup>3</sup> ]	Auffüllung $h_A$ [m]	Auffüllung $\Phi_A$ [°]
<b>Bogenform</b>	Kreis, Korb, Parabel	Kreis, Korb, Parabel	Kreis, Korb, Parabel	Kreis, Korb, Parabel	Kreis, Korb, Parabel	Kreis, Korb, Parabel	Kreis, Korb, Parabel
<b>Lastmodell</b>	LM1, LM71, SLW 60, SLW 30	LM1	LM1	LM1, LM71, SLW 60, SLW 30	LM1	LM1	LM1
<b>Geometriewerte</b>	Spannweite L [m]	10	10	5, 10, 15, 20, 25, 30	10	10	10
	Stichhöhenverhältnis F/L [-]	0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
	Höhe der Auffüllung $h_A$ [m]	0,5	0,5	0,5	0,5	0,25; 0,50; 0,75; 1,00; 1,25; 1,50	0,5
	Steinhöhe $h_{St}$ [m]	$0,9 \cdot d_{s,K}$	$0,9 \cdot d_{s,K}$	$0,9 \cdot d_{s,K}$	$0,9 \cdot d_{s,K}$	$0,9 \cdot d_{s,K}$	$0,9 \cdot d_{s,K}$
	Steindicke $d_s$ am Scheitel [m]	siehe Abschnitt 7.2.1	0,50; 0,60; 0,70; 0,70; 0,80; 0,90	siehe Abschnitt 7.2.1	0,6	0,6	0,6
	Steindicke $d_k$ am Kämpfer [m]	siehe Abschnitt 7.2.1		siehe Abschnitt 7.2.1	0,6	0,6	0,6
<b>Material: Auffüllung</b>	E-Modul [N/mm <sup>2</sup> ]	15	15	15	15	15	15
	Dichte $\rho$ [t/m <sup>3</sup> ]	18	18	18	14, 16, 18, 20, 22	18	18
	Lastverteilungswinkel $\Phi_A$ [°]	60	60	60	60	60	40, 45, 50, 55, 60
<b>Material: Stein</b>	E-Modul [N/mm <sup>2</sup> ]	11900	11900	11900	11900	11900	11900
	Dichte [t/m <sup>3</sup> ]	20	20	20	20	20	20
	Steindruckfestigkeit $\beta_{D,St}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	20	20	20	20	20	20
	Steinzugfestigkeit $\beta_{Z,St}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	1	1	1	1	1	1
	Steinquerdehnzahl $\mu$ [-]	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2

Tab. 7-2: Parameterkombinationen

## 7.2 Standardbrücke

### 7.2.1 Geometrische Verhältnisse

Aus einer vom Ingenieurbüro Trag Werk Ingenieure erstellten statistischen Erhebung (Anhang C) lassen sich für Kreissegment- und Korbbögen Zusammenhänge zwischen Bogendicke und Spannweite sowie Stichhöhenverhältnis F/L bestimmen. Leider sind in dieser Erhebung lediglich zwei Parabelbögen vertreten. Aus diesem Grunde lassen sich für Parabelbögen keinerlei Aussagen hinsichtlich etwaiger geometrischer Zusammenhänge treffen.

Betrachtet man ausschließlich Bögen mit konstanter Dicke, so werden mittels linearer Regression für die Scheiteldicke folgende Zusammenhänge festgestellt:

### Kreissegmentbogen

Gl. 7-1  $d_s = 8,3 \cdot F + 37,7 \text{ cm}$   $F \dots$  lichte Stichhöhe

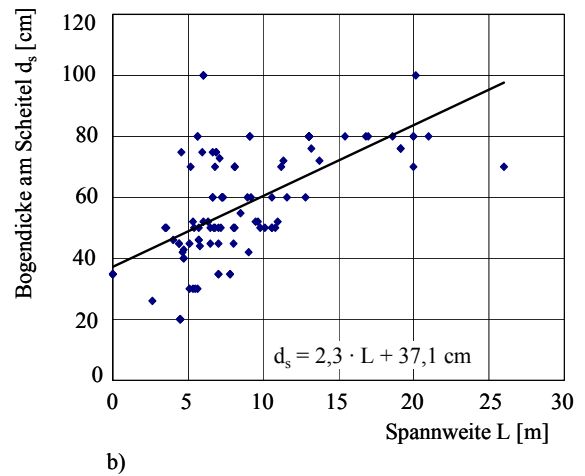
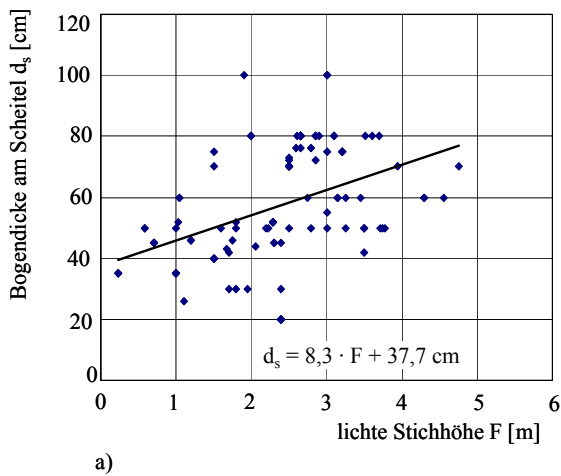
Gl. 7-2  $d_s = 2,3 \cdot L + 37,1 \text{ cm}$   $L \dots$  lichte Spannweite

### Korbbogen

Gl. 7-3  $d_s = 9,6 \cdot F + 25,3 \text{ cm}$

Gl. 7-4  $d_s = 2,3 \cdot L + 30,9 \text{ cm}$

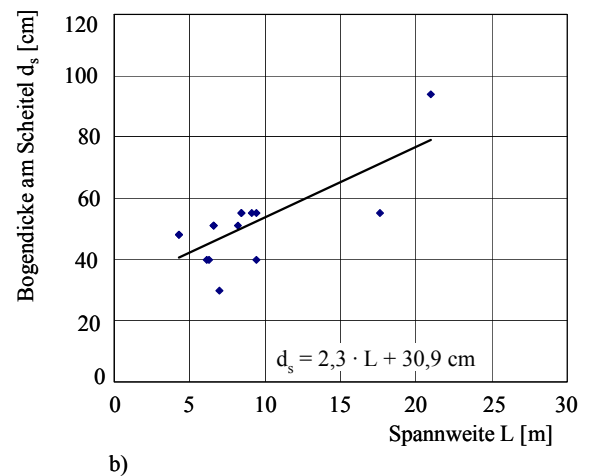
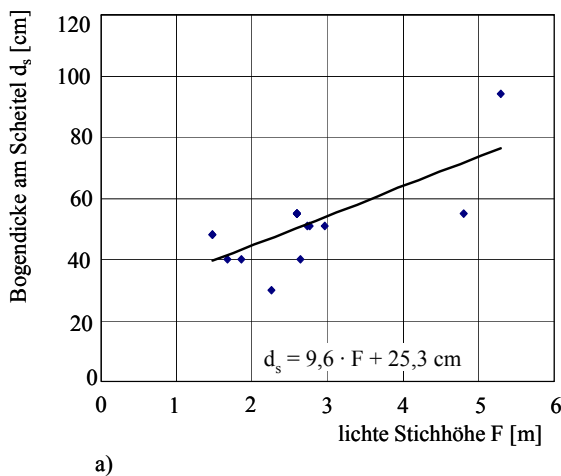
Abb. 7-1 und Abb. 7-2 verdeutlichen grafisch die Ergebnisse der statistischen Auswertung.



**Abb. 7-1: Abhängigkeit der Bogendicke bei Kreissegmentbögen**

a) von der Stichhöhe  $F$  und

b) von der Spannweite  $L$



**Abb. 7-2: Abhängigkeit der Bogendicke bei Korbbögen**

a) von der Stichhöhe  $F$  und

b) von der Spannweite  $L$

Die Festlegung einer Standardbrücke orientiert sich an den statistischen Mittelwerten aus der genannten Erhebung. Diese werden in Tab. 7-3 für Kreissegment- und Korbbögen getrennt aufgeführt. Um für die Parameteruntersuchungen eine Vergleichbarkeit des Tragverhaltens gewährleisten zu können, werden für alle drei Bogenformen einheitliche Geometriewerte festgelegt.

	Kreissegmentbogen	Korbbogen	gewählt
Spannweite [m]	9,39	10,87	10,00
Stichhöhe [m]	2,62	3,07	3,00
Bogendicke [cm]	59,00	55,00	60,00
Höhe der Auffüllung [cm]	59,00	65,00	50,00

**Tab. 7-3: Statistische Mittelwerte und gewählte Geometrie**

Aufgrund von Konvergenzproblemen bei der Berechnung von Traglastkurven bei Steinbreiten  $> 60$  cm und Verhältnissen  $h_{St}/d_{St} < 0,7$  wird ein Verhältnis  $h_{St}/d_{St} = 0,9$  festgelegt. Hieraus ergibt sich bei einer Bogendicke von  $d_{St} = 60$  cm eine Steinhöhe von  $h_{St} = 54$  cm und damit für alle drei Bogenformen eine Steinanzahl von jeweils 23 Steinen.

### 7.2.2 Materialparameter

Zur Durchführung der Parameterstudie findet das Entkoppelte Diskontinuumsmodell Verwendung. Der wesentliche Grund hierfür liegt in der Einsparung von Rechenzeit, da bei diesem Modell der Mörtel nicht modelliert wird. Um jedoch den Einfluss des Fugenmörtels auf die Tragfähigkeit des Bogens berücksichtigen zu können, erfolgt die Auswertung der Stützlinie und damit der Tragfähigkeit des Bogens anhand von Traglastkurven [24]. Die den Traglastkurven zugrunde liegenden Materialwerte werden in Abschnitt 7.4 besprochen. Im Folgenden wird daher nur auf die im Entkoppelten Diskontinuumsmodell verwendeten Materialparameter eingegangen.

#### Auffüllung

Die Generierung der Auffüllung geschieht ohne vernetzte Finite Elemente und nur als Belastung, wodurch sich die Zuweisung eines E-Moduls erübrigt. Lediglich die Dichte wird vorgegeben. Für den kreissegment-, korb- oder parabelförmigen Standardbogen ist ein Wert von  $1,8 \text{ t/m}^3$  determiniert.

#### Stampfbetonzwickel bei korbformigen Standardbogen

Bei der Wahl und Festlegung der Materialeigenschaften der Stampfbetonzwickel wird sich an den mechanischen Eigenschaften von Normalbeton der Festigkeitsklassen B 10 und B 15 orientiert. Dieser Ansatz ist nach Auffassung des Autors durchaus legitim, da angenommen werden darf, dass die Festigkeitseigenschaften des Stampfbetons aufgrund seiner Beanspruchung nicht allzu deutlich unter denen des verwendeten Steinmaterials liegen. Folgende Materialwerte kommen zur Anwendung:

E-Modul $[N/mm^2]$	20.000
Querdehnzahl $\mu$ [-]	0,2
Dichte $\rho$ $[t/m^3]$	0,5
Druckfestigkeit $\beta_D$ $[N/mm^2]$	12
Zugfestigkeit $\beta_Z$ $[N/mm^2]$	1,5

**Abb. 7-3: Materialkennwerte des Stampfbetons**

Die Dichte geht mit einem Wert von  $2,3 - 1,8 = 0,5 \text{ t/m}^3$  ein, um eine "Dopplung" mit der Eigenlast der Auffüllung zu vermeiden, welche stets bis zum Bogenrücken generiert wird. Somit ergibt sich im Überschneidungsbereich der Auffüllung und des Stampfbetons eine Dichte von  $2,3 \text{ t/m}^3$  für unbewehrten Beton. Um eine sichere und frühzeitige Konvergenz im Rahmen der Finite-Elemente-Berechnungen zu erhalten, ist es erforderlich, für die Betonzugfestigkeit einen Wert von  $1,5 \text{ N/mm}^2$  festzulegen. Dies begründet sich in der Modellierung des Stampfbetons als DRUCKER-PRAGER-Material. Testrechnungen ergaben keinerlei Unterschiede in den Traglasten von Korbbögen mit Zugfestigkeiten des Stampfbetons von  $1,3$ ;  $1,5$  und  $1,7 \text{ N/mm}^2$ . Allerdings war mit einer Zugfestigkeit von  $1,5 \text{ N/mm}^2$  eher Konvergenz zu erreichen als mit  $1,3 \text{ N/mm}^2$ .

## Stein

Die Materialwerte für den Stein orientieren sich an denen der berechneten Traglastkurven aus Abschnitt 7.4. Dies ermöglicht die Auswertung der Finite-Elemente-Berechnungen von Bogentragwerken mit Hilfe der Traglastkurven. Da, wie oben angeführt, im Entkoppelten Diskontinuumsmodell die Mörtelfuge als solche nicht abgebildet ist, erscheint es zweckmäßig, einen adäquaten E-Modul für verschmiertes Mauerwerk zu bestimmen. Hierbei wird sich derselben Vorgehensweise wie GRÖSCHKE in [23] bedient, der den E-Modul von Mauerwerk nach BERNDT [25] ermittelte.

Bei Mörteln haben HUSTER [26] und BIERWIRTH [27] einen funktionalen Zusammenhang zwischen dem E-Modul und der Druckfestigkeit ermittelt. HUSTER hat für die von ihm zusammengestellten Mörtel der Mörtelgruppen I, II und III eine Potenzfunktion entsprechend Gl. 7-5 als Regressionsansatz gewählt.

$$\text{Gl. 7-5} \quad E_{M6} = 2667 \cdot \beta_{D, M6}^{0,72}$$

BIERWIRTH untersuchte Mörtel der Mörtelgruppe II und III und ermittelte die E-Moduli im Zusammenhang mit der Druckfestigkeitsprüfung an Proben aus Lagerfugen unter Belastungsbürsten. Er ermittelte einen Regressionszusammenhang nach Gl. 7-6.

$$\text{Gl. 7-6} \quad E_{M6} = 741 \cdot \beta_{D, M6}^{0,73}$$

Zur Interpretation dieser beiden Gleichungen wird die Herangehensweise von Huster übernommen und Gl. 7-5 als obere sowie Gl. 7-6 als untere Schranke für die Erwartungswerte aufgefasst. Da Gl. 7-6 den kleineren E-Modul liefert, kann man aufgrund der damit geringeren Steifigkeit in der Fuge davon ausgehen, sich bei der Ermittlung der Bogentragfähigkeit auf der sicheren Seite zu befinden. Deshalb wird diese Gleichung zur Ermittlung des Mörtel-E-Moduls herangezogen. Zur Bestimmung des E-Moduls ist vorab die Mörteldruckfestigkeit  $\beta_{D, M6}$  festzulegen. Diese wird entsprechend der Einordnung historischer Mörtel in die MG I nach [28] mit einem Wert von  $\beta_{D, M6} = 2,0 \text{ N/mm}^2$  belegt. Somit ergibt sich ein Mörtel-E-Modul von:

$$E_{M6} = 1229 \text{ N/mm}^2 \approx 1250 \text{ N/mm}^2$$

Weiterhin gelten für das Bogenmauerwerk folgende Festlegungen:

- Stein:  $h_{St} = 0,54 \text{ m}$   $E_{St} = 15.000 \text{ N/mm}^2$   $\mu_{St} = 0,2$
- Mörtel:  $t = 15 \text{ mm}$   $E_{St} = 1250 \text{ N/mm}^2$   $\mu_{St} = 0,2$

Die Berechnung des Elastizitätsmoduls für Mauerwerk erfolgt nach der Formel von BERNDT [25]:

$$\text{Gl. 7-7} \quad E_{\text{MW}} = \frac{\left[1 + \frac{t}{h_{\text{St}}}\right] \cdot E_{\text{St}}}{1 + 2 \cdot \mu_{\text{St}} \cdot \frac{\mu_{\text{Mö}}}{1 - \mu_{\text{Mö}}} \cdot \frac{t}{h_{\text{St}}} + \frac{E_{\text{St}}}{E_{\text{Mö}}} \cdot \frac{t}{h_{\text{St}}} \cdot \left[1 - 2 \cdot \mu_{\text{Mö}} \cdot \frac{\mu_{\text{Mö}}}{1 - \mu_{\text{Mö}}}\right]}$$

$$E_{\text{MW}} = 11833 \text{ N/mm}^2 \approx 11900 \text{ N/mm}^2$$

In Anlehnung an den Postaer Sandstein kommt in dieser Arbeit für das Steinmaterial eine Dichte von  $\rho = 2,0 \text{ t/m}^3$  zur Anwendung. Abb. 7-4 bis Abb. 7-6 zeigen die korb-, kreis- bzw. parabelförmigen Standardbögen mit den maßgebenden Laststellungen der Lastmodelle LM1, LM71 und SLW 60 bzw. 30. Diese Laststellungen wurden anhand von Lastüberfahrten ermittelt, auf welche im Abschnitt 7.3 eingegangen werden soll.

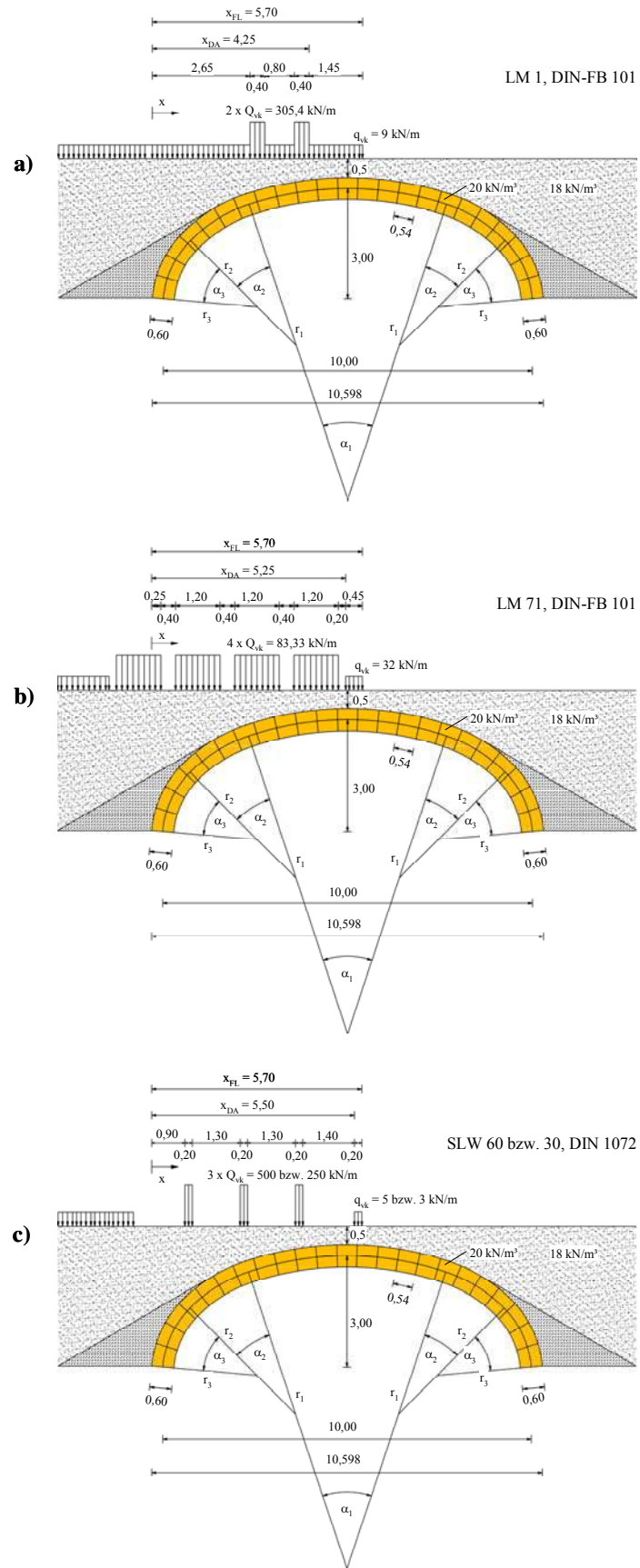
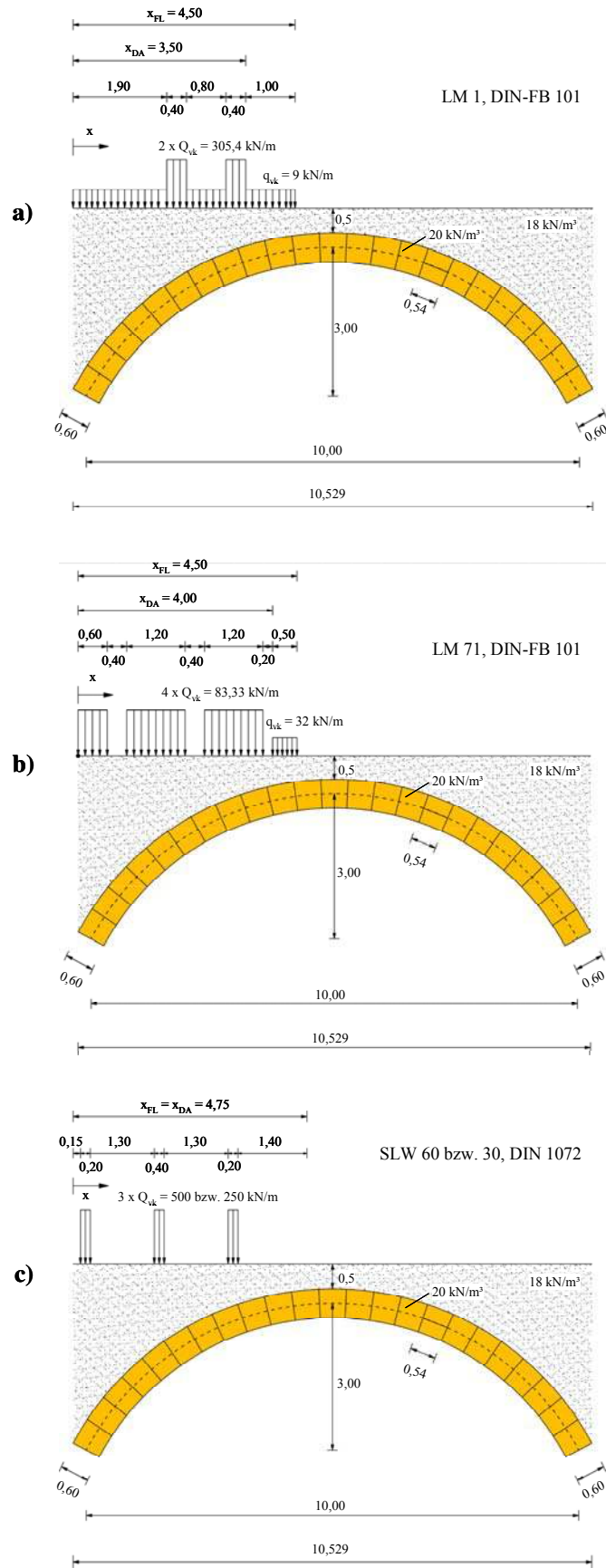
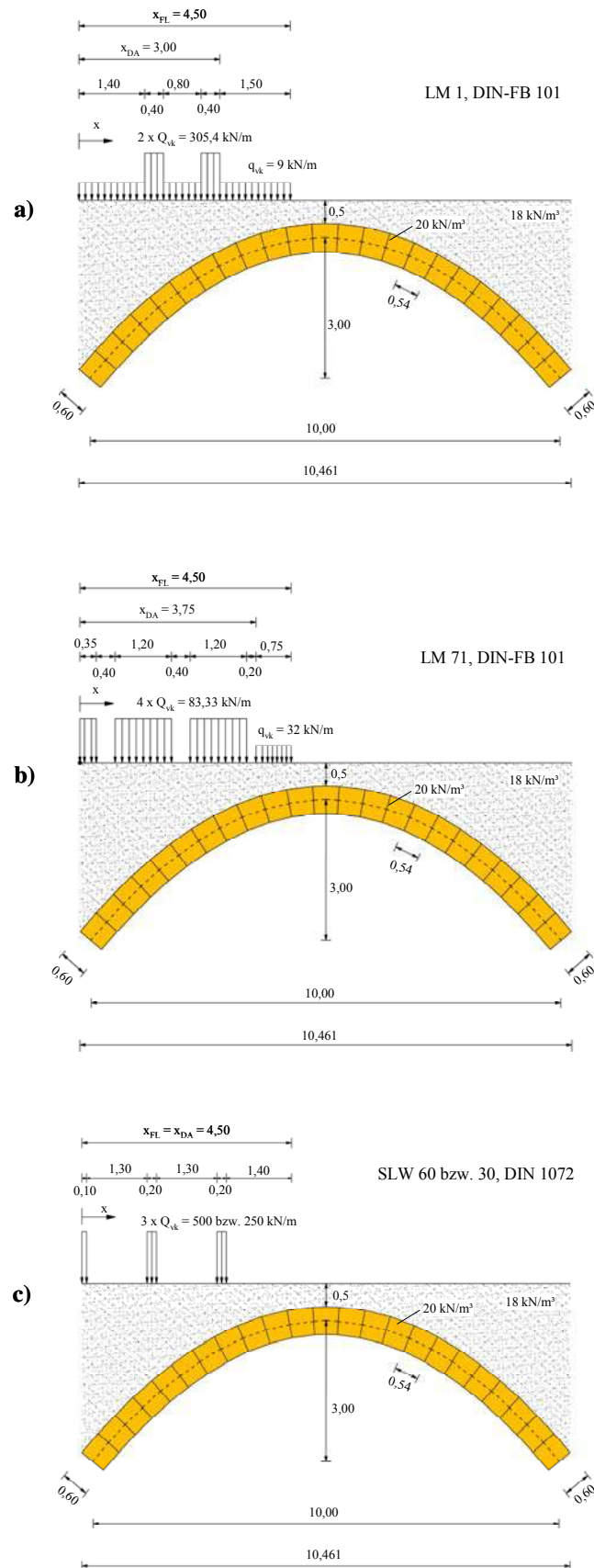


Abb. 7-4: Standardkorboggen mit maßgebenden Laststellungen für  
a) LM 1 nach DIN-FB 101,  
b) LM 71 nach DIN-FB 101 und  
c) SLW 60 bzw. SLW 30 nach DIN 1072



**Abb. 7-5: Standardkreisbogen mit maßgebenden Laststellungen für**  
**a) LM 1 nach DIN-FB 101,**  
**b) LM 71 nach DIN-FB 101 und**  
**c) SLW 60 bzw. SLW 30 nach DIN 1072**



**Abb. 7-6: Standardparabelbogen mit maßgebenden Laststellungen für**  
**a) LM 1 nach DIN-FB 101,**  
**b) LM 71 nach DIN-FB 101 und**  
**c) SLW 60 bzw. SLW 30 nach DIN 1072**



### 7.3 Lastüberfahrten

#### Generierung der Wanderlasten

Zur Bestimmung der maßgebenden Laststellung gingen den Untersuchungen Lastüberfahrten mit dem jeweils in Frage kommenden Lastmodell voraus. Unter der maßgebenden Laststellung erreicht das Bogentragwerk am ehesten seine Tragfähigkeit und der Ausnutzungsgrad sein Maximum.

Eine komplette Lastüberfahrt beginnt am linken Punkt A und endet am rechten Punkt E (Abb. 7-7). Programmseitig können die Positionen dieser beiden Punkte allerdings beliebig definiert werden, so dass beispielsweise Lastüberfahrten auch in kleineren Bereichen möglich sind. Für jede Laststellung der Achslasten werden alle Laststellungen der Flächenlast zwischen Punkt A und Punkt E durchgespielt. Hierbei bleibt der Anfang der Flächenlast stets am Punkt A fixiert. Diese Vereinfachung führt zu einer erheblichen Reduzierung der möglichen Laststellungen pro Überfahrt und minimiert so die benötigte Rechenzeit. Laut GRÖSCHKE [23] ergaben prüfende Rechnungen an dem von ihm untersuchten Standard-Kreissegmentbogen in keinem Fall eine nennenswerte Steigerung der Querschnittsauslastung bei variablem Anfang der Flächenlast. Die Schrittweite  $\Delta L$  gilt einheitlich für die Achs- wie auch für die Flächenlasten. Der Betrag von  $\Delta L$  ist beliebig wählbar.

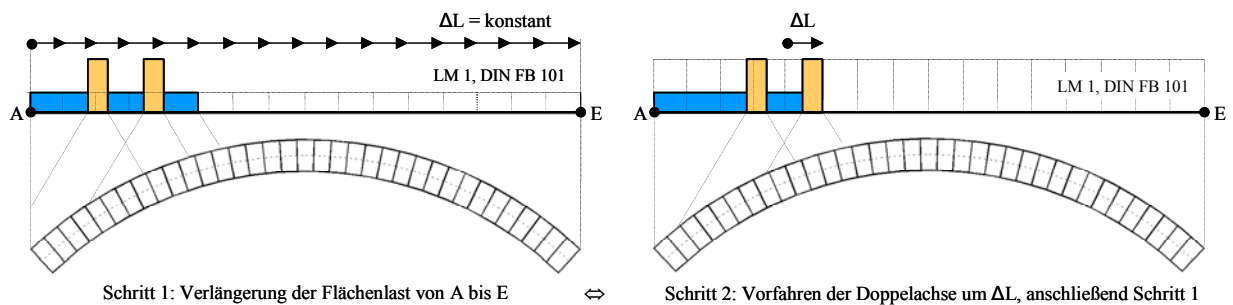


Abb. 7-7: Überfahrt des Lastmodells LM 1 [23]

#### Schrittweite des Lastenzuges

Die Distanz, um welche die Achs- und Flächenlasten eines Lastmodells bei einer Überfahrt schrittweise versetzt werden, um die nächste Laststellung einzunehmen, wird als Lastschrittweite  $\Delta L$  bezeichnet. Maßgebenden Einfluss auf die zustande kommende Rechendauer einer Überfahrt hat neben der Lastschrittweite auch die durch die Punkte A und E festgelegte Länge der Überfahrt bzw. die Spannweite der Brücke. Es gilt daher hinsichtlich  $\Delta L$  einen Kompromiss zu finden, welcher bei einem vertretbaren Zeitaufwand ausreichend genaue Ergebnisse liefert.

Aufgrund des enormen zeitlichen Aufwandes ist es im Rahmen dieser Arbeit nicht möglich, für alle Bogenformen in Kombination mit den betrachteten Lastmodellen, Spannweiten und Stichhöhenverhältnissen zu prüfen, welche Lastschrittweite ausreichend genaue Ergebnisse bei akzeptablen Rechenzeiten liefert. Daher wird sich auf die Untersuchung von GRÖSCHKE [23] gestützt, welcher für den von ihm definierten Standardbogen eine geeignete Lastschrittweite ermittelt.

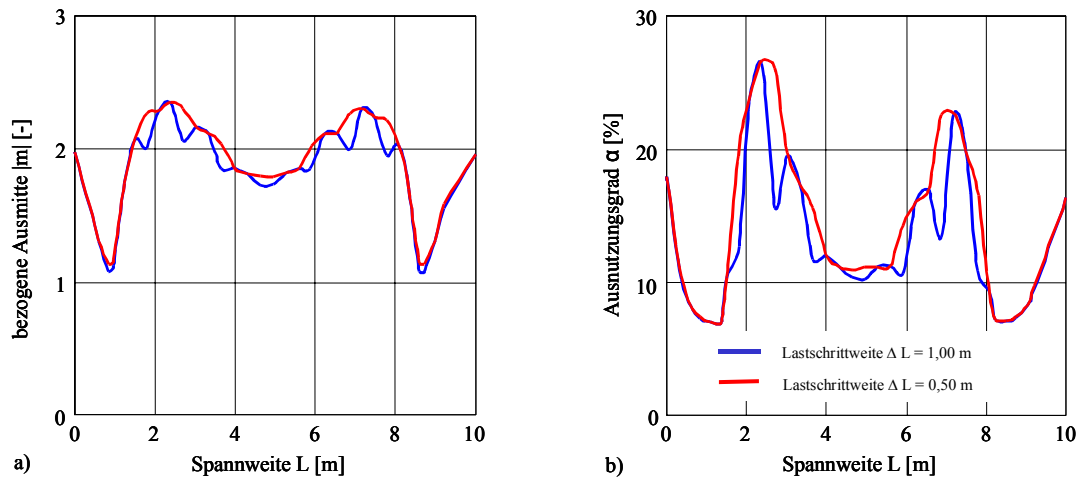


Abb. 7-8: Extremwertlinien für verschiedene Lastschrittweiten des LM 1 für die Standardbrücke nach GRÖSCHKE [23]

GRÖSCHKE generierte zwei Überfahrten mit Lastschrittweiten von 0,50 m und 1,00 m bei einer Stützweite von 10 m. Abb. 7-8 zeigt Extremwertlinien der Überfahrten über alle Fugen bzw. Schnitte. Jede Extremwertlinie gibt die betragsmäßigen Maximalwerte der bezogenen Ausmitte  $m$  und des nach GRÖSCHKE definierten Ausnutzungsgrades wieder, welche in den maßgebenden Schnitten während der Überfahrt zustande kommen. Es zeigen sich mit feiner werdender Lastschrittweite glatter verlaufende Extremwertlinien. Je gröber  $\Delta L$  gewählt wird, desto größer ist die Gefahr, tatsächliche Maximalwerte in den maßgebenden Schnitten zu verfehlen. Im Falle des Standardbogens von GRÖSCHKE werden die Größtwerte der bezogenen Ausmitte und des Ausnutzungsgrades mit  $\Delta L = 0,5$  m gut erfasst. Er weist allerdings darauf hin, dass diese Lastschrittweite nicht für jeden Fall ausreichend genau sein muss, da dies maßgeblich von den Geometrieparametern und Lastmodellen abhängen kann.

In der vorliegenden Arbeit wurde für die Überfahrten bei der Untersuchung des Sticht Höhenverhältnisses  $F/L$  eine Lastschrittweite von  $\Delta L = 0,30$  m und bei der Studie zum Einfluss der Spannweite eine Lastschrittweite von  $\Delta L = 0,25$  m gewählt.

### Auswertung einer Überfahrt

Abb. 7-9 zeigt eine aus einer Überfahrt resultierende Wolke von Beanspruchungspfadscharen für alle Fugen bzw. Schnitte und alle berechneten Laststellungen von Achs- und Flächenlasten. Ebenfalls abgebildet sind 10 Traglastkurven für eine fixe Druckfestigkeit und variierende Zugfestigkeiten von 1 % bis 10 % der Druckfestigkeit. Anhand dieser Traglastkurven erfolgt die Auswertung einer Überfahrt dergestalt, dass man Laststellungen von Achs- und Flächenlast der Datenpunkte ( $N$ ,  $m$ ), welche den geringsten Abstand zu einer Traglastkurve aufweisen oder diese gar schneiden, auswertet. In vielen Fällen galten für maßgebende Datenpunkte unterschiedlicher Lastpfade identische Laststellungen der Achslasten. Lediglich die Position der Flächenlast variierte um wenige Lastschritte. Ebenso kommt es vor, dass bei Spannweiten ab ca. 20 m die Achslasten ungefähr um das Maß einer Steinhöhe in Fahrtrichtung vor- oder zurückgesetzt werden können, ohne dass wesentliche Abweichungen in der erreichten Bruchlast auftreten. In der Regel ist die Laststellung maßgebend, deren Datenpunkt die größte Ausmitte aufweist und somit am ehesten eine Traglastkurve schneidet (großer Pfeil in Abb. 7-9).

Im Einzelfall der konkreten Nachrechnung einer Bogenbrücke ist es dennoch ratsam, verschiedene vermutlich maßgebende Laststellungen hinsichtlich der Bruchlast zu prüfen. Im Rahmen der folgenden Parameterstudie wird es allerdings als ausreichend erachtet, die nach der oben erwähnten Methode gefundene Laststellung den Untersuchungen zugrunde zu legen.

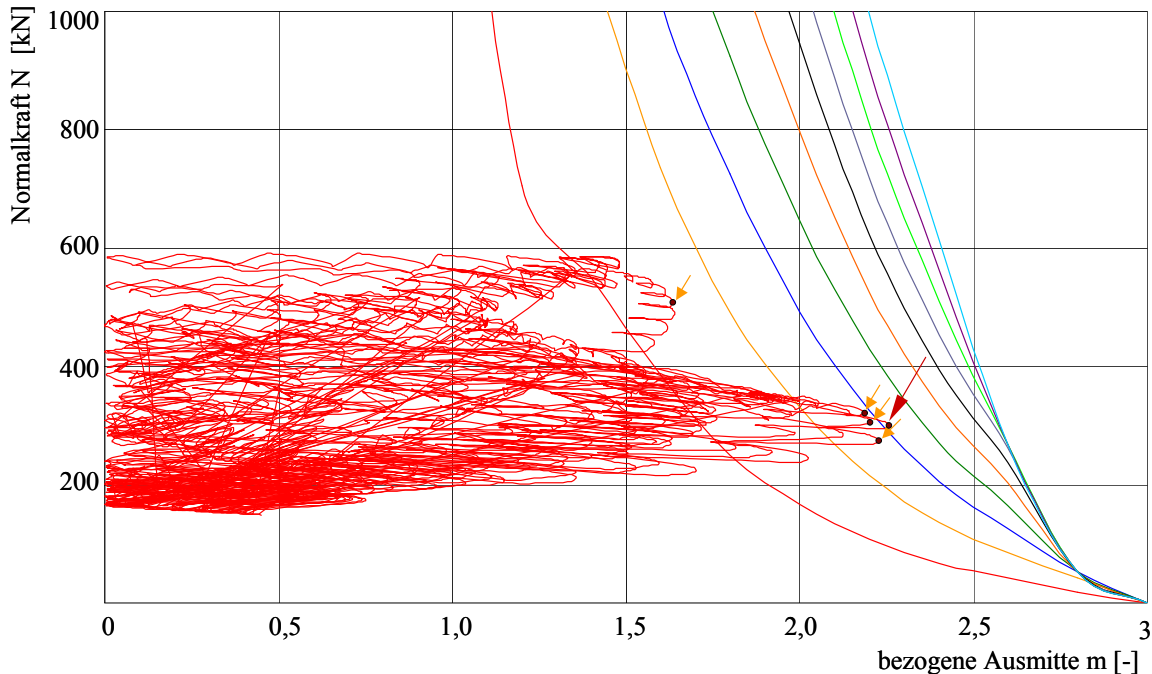


Abb. 7-9: Beanspruchungspfadchar infolge einer Überfahrt und Traglastkurven einer fixen Druckfestigkeit mit variierenden Zugfestigkeiten (1 bis 10 % der Druckfestigkeit)

Die für die Standardbögen ermittelten maßgebenden Laststellungen der Achs- und Flächenlasten sind in Abb. 7-4 bis Abb. 7-6 dargestellt. Auf die Durchführung und Auswertung der Überfahrten zur Untersuchung des Einflusses veränderlicher Spannweiten und Stichhöhenverhältnisse wird in den entsprechenden Abschnitten der Parameterstudie eingegangen.

#### 7.4 Traglastkurven

Mit dem im Abschnitt 6.11 beschriebenen Finite-Elemente-Modell wurden die zur Auswertung der an den Bögen durchgeführten Rechnungen benötigten Traglastkurven berechnet. Folgende Material- und Geometriekennwerte liegen den Traglastkurven zugrunde:

Geometrie			Material						
$d_{St}$ [cm]	$h_{St}$ [m]	$t$ [cm]	$\beta_{D,ST}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\beta_{Z,ST}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\beta_{D,M0}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_{St}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_{M0}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\mu_{St}$	$\mu_{St}$
50 ... 112	54 ... 101	1,5	20	1	2	15000	1250	0,2	0,2

Abb. 7-10: Ausgangswerte zur Berechnung der Traglastkurven

Die Bogen- und damit die Steindicken orientieren sich an den gefundenen Zusammenhängen aus Abschnitt 7.2. Hierbei kommen die jeweils ermittelten Maximalwerte der Bogendicken in Abhängigkeit von Bogenform sowie Spannweite und Stichhöhe zur Anwendung. Im Anhang B sind die verwendeten Steinabmaße für die jeweiligen Parameterstudien aufgelistet. Bei der Variation der Bogendicke bleibt die Steinanzahl und damit die Steinhöhe mit  $h_{St} = 54$  cm konstant.

Abb. 7-11 zeigt die Traglastkurven für die in den Parameterstudien verwendeten Steinabmessungen. Wie sich bei der Auswertung der Finite-Elemente-Berechnungen an den Bogenbrücken zeigen wird, versagt das Bogenmauerwerk unter den gegebenen Geometrie- und Materialparametern im Bereich der bezogenen Ausmitten von ungefähr  $m = 1,5$  bis  $2,7$ . Daher ist dieser Lastausmittbereich von wesentlichem Interesse für die Ermittlung der Bruchlasten und damit des Ausnutzungsgrades. Abb. 7-12 verdeutlicht den Verlauf der Traglastkurven in diesem Intervall.

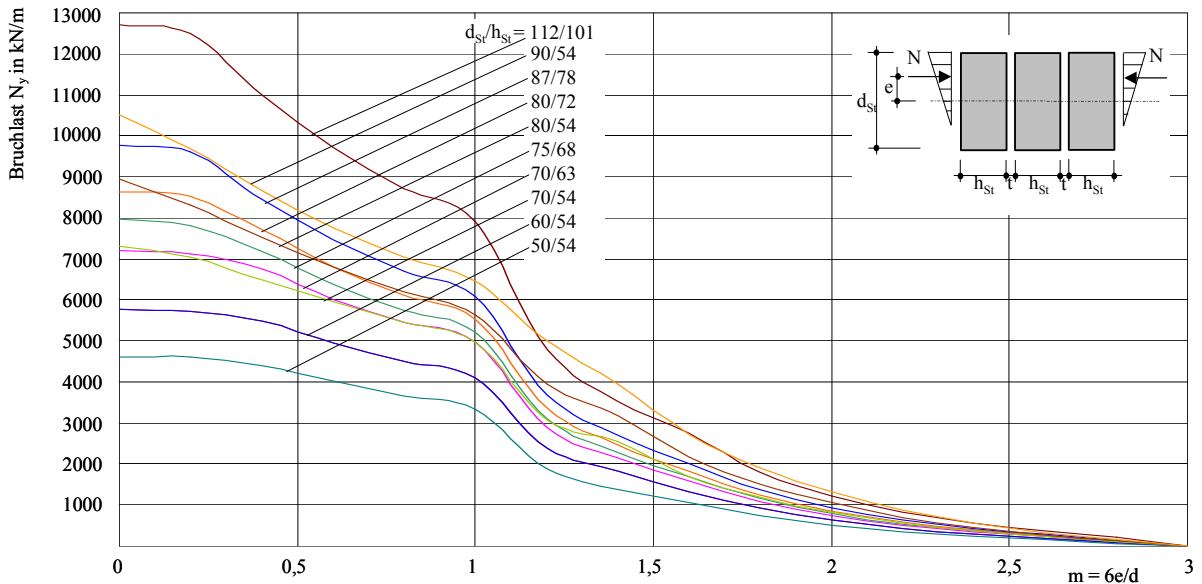


Abb. 7-11: Traglastkurven für die in den Parameterstudien vorkommenden Steinabmaße und folgende Materialparameter:  $\beta_{D,St} = 20 \text{ N/mm}^2$ ,  $\beta_{Z,St} = 1 \text{ N/mm}^2$ ,  $\beta_{D,M6} = 2 \text{ N/mm}^2$ ,  $t = 1,5 \text{ cm}$

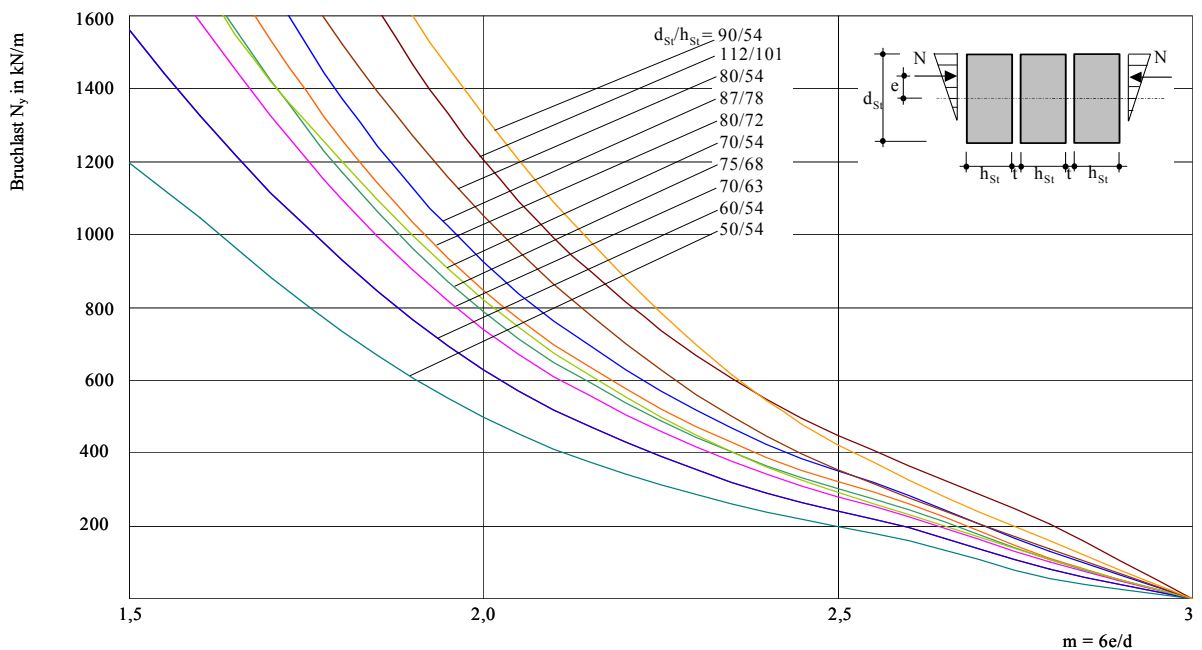


Abb. 7-12: Ausschnitt aus der Traglastkurvenschar für den Bereich  $m = 1,5$  bis  $3,0$

## 7.5 Bestimmung des Ausnutzungsgrades

Die Parameterstudie wird mit dem Entkoppelten Diskontinuumsmodell durchgeführt. Im Gegensatz zu dem Allgemeinen Diskontinuumsmodell ist das Bruchkriterium nach MOHR-COULOMB für den Stein nicht implementiert. Deshalb muss im Nachgang geprüft werden, ob das Bogentragwerk seine Bruchlast erreicht hat. Die Eigen- und Verkehrslasten werden nach dem im Abschnitt 6.10 beschriebenen Newton-Raphson-Verfahren schrittweise auf den Bogenrücken aufgebracht. Für jeden dieser Laststeigerungsschritte (loadsteps) und jede Fuge bzw. jeden Schnitt ist es möglich, bei der Auswertung der Stützlinie die Werte der jeweiligen Kombination aus Normalkraft  $N$  und bezogener Ausmitte  $m$  auszugeben. Die Datenpunkte  $(N, m)$  für alle Laststeigerungsschritte (0 bis 1,0) ergeben den jeweils einer Fuge zugehörigen Beanspruchungspfad. Ein Beanspruchungspfad beschreibt im Folgenden ausschließlich die schrittweise Auftragung der Verkehrslast. Dies ermöglicht es, zu prüfen, ob für irgendeine Fuge und irgendeinen Laststeigerungsschritt ein Wertepaar  $(N, m)$  die Traglastkurve trifft. Tritt ein solcher Fall ein, so gilt der Bruchzustand in dem Schnitt als gefunden. Anhand der Fuge sowie der bruchverursachenden Werte der Normalkraft und der bezogenen Ausmitte ist der zugehörige Laststeigerungsschritt ermittelbar. Auf diese Weise erfolgt für jeden Schnitt, dessen Beanspruchungspfad die Traglastkurve schneidet, die Bestimmung des bruchauslösenden Laststeigerungsschrittes. Im Vergleich aller herausgefundenen Laststeigerungsschritte gilt der kleinste als maßgebend. Multipliziert mit der aufgetragenen Verkehrslast ergibt dieser die gesuchte Bruchlast  $F_{\text{Bruch}}$ . Der Ausnutzungsgrad berechnet sich damit nach Gl. 7-8.

$$\text{Gl. 7-8} \quad \alpha = \frac{F_{\text{LM}} \cdot \varphi}{F_{\text{Bruch}}(\gamma, \varphi)}$$

mit:  $F_{\text{LM}}$  ... charakteristische Last aus dem Lastmodell  
 $\varphi$  ... Schwingbeiwert ( $\varphi_{\text{LM1}} = 1,0$ )  
 $F_{\text{Bruch}}$  ... Bruchlast bzw. Versagenslast  
 $\gamma$  ... Lastfaktor

Abb. 7-13 verdeutlicht exemplarisch die Vorgehensweise. Der Beanspruchungspfad der maßgebenden Fuge schneidet die Traglastkurve bei der 1,4-fachen charakteristischen Last des LM 1. Dies bedeutet, dass die charakteristische Last des Lastmodells 1 nach DIN-FB 101 bis zum Bruch noch um rechnerisch 40 % gesteigert werden kann. Der Ausnutzungsgrad beträgt demnach in diesem Fall  $\alpha = 1/1,4 = 0,71$ . Ebenfalls aus Abb. 7-13 ersichtlich ist die Versagenslast infolge Gelenkbildung. Diese entspricht bei diesem Beispiel der 2,1-fachen charakteristischen Last des Lastmodells 1. Das Versagen infolge Gelenkbildung setzt die Bildung von vier Gelenken und damit eines kinematischen Systems voraus.

Eine Bogenbrücke kann ihre Tragfähigkeit also einerseits infolge Querschnittsversagens, andererseits infolge Systemversagens erreichen. Unter Querschnittsversagen wird hierbei das Erreichen des Bruchkriteriums eines Schnittes im Natursteinbogen verstanden. Bei Bogentragwerken ist hingegen nach dem Erreichen des Bruchkriteriums unter bestimmten Voraussetzungen die Aktivierung weiterer Systemtragreserven möglich, wie praktische Versuche gezeigt haben (Anhang E). In solchen Fällen versagt das Bogentragwerk erst infolge einer Gelenkkettenbildung völlig. Bei entsprechend hohen Festigkeitswerten des Bogenmauerwerks ist eine Gelenkkettenbildung auch vor dem Auftreten eines Bruches im Stein möglich. In dieser Arbeit soll daher zwischen den Begriffen der sogenannten Bruchlast und der Versagenslast unterschieden werden.

Die Bruchlast beschreibt hierbei die Last, bei der im maßgebenden Schnitt eines Bogens der Beanspruchungspfad die Traglastkurve trifft und somit ein Steinversagen, daher das Erreichen des Bruchkriteriums, zu verzeichnen ist. Die Versagenslast hingegen kennzeichnet die Lastintensität, bei der ein Bogen in ein kinematisches System übergeht und infolge Gelenkbildung versagt. Sie wäre also hinsichtlich des Ausnutzungsgrades für solche Fälle relevant, bei denen bis zur Bildung des vierten Gelenks kein Steinversagen auftritt. Ist also unter den gegebenen Festigkeitsparametern bis zur Bildung einer Gelenkkette kein Steinversagen aufgetreten, so geht die Versagenslast in die Berechnung des Ausnutzungsgrades ein.

Um diesen Umstand jedoch zu vermeiden und um der Vergleichbarkeit wegen in allen Untersuchungen den Ausnutzungsgrad anhand der Bruchlast bestimmen zu können, werden die Steifigkeiten für die Berechnung der Traglastkurven in Abschnitt 7.4 entsprechend gering gewählt. Hierdurch ist ein ungewollt frühzeitiges kinematisches Versagen ausgeschlossen. Besagte Systemreserven finden bei der Berechnung des Ausnutzungsgrades keine Berücksichtigung.

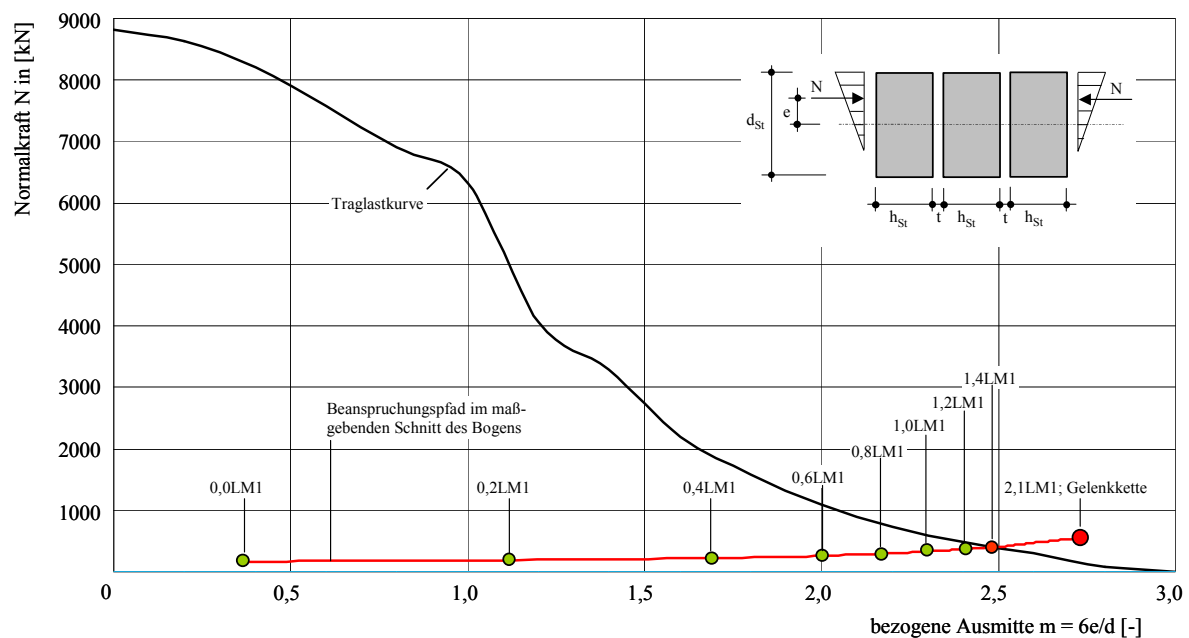


Abb. 7-13: Traglastkurve und Beanspruchungspfad des maßgebenden Schnittes

Für die Ermittlung des in dieser Arbeit definierten Ausnutzungsgrades war die Programmierung eines Makros in einem Tabellenkalkulationsprogramm erforderlich, da das Finden des maßgebenden Schnittes im Bogen mit dem Schnittpunkt des dazugehörigen Beanspruchungspfades mit der Traglastkurve "per Hand" sonst einen äußerst hohen Aufwand zur Folge gehabt hätte. Die Parameterstudie wäre hierdurch im gegebenen Zeitrahmen nur in einem deutlich geringeren Umfang möglich gewesen. Auf eine Erläuterung der Funktionsweise des programmierten Makros soll an dieser Stelle verzichtet werden.

Da im Rahmen der Untersuchungen zum Einfluss der Spannweite auf den von GRÖSCHKE [23] definierten Ausnutzungsgrad Bezug genommen wird, soll dieser Folgenden kurz erläutert werden. Wie auch in der vorliegenden Arbeit wertete GRÖSCHKE die Stützlinie am Mauerwerksbogen aus und gewann hieraus den Betrag der in den Fugen herrschenden Normalkraft  $N$  und der dazugehörigen bezogenen Ausmitte  $m$ . So ermittelte er anhand der Laststeigerungsschritte und der dazugehörigen Wertepaare  $(N, m)$  die Beanspruchungspfade für alle Fugen.

Zur Ermittlung des Ausnutzungsgrades wählte er in [23] eine Traglastkurve, welcher relativ hohe Festigkeitswerte des Steins zugrunde liegen. Hieraus resultierte unter der 1,0-fachen charakteristischen Last des LM 1 nur selten ein Schnittpunkt des Beanspruchungspfades der maßgebenden Fuge mit der Traglastkurve. Da aus diesem Grund der Beanspruchungspfad meist unterhalb der Traglastkurve endete, galt als maßgebender Schnitt der, dessen Beanspruchungspfad den geringsten vertikalen Abstand zur verwendeten Traglastkurve aufwies. Abb. 7-14 verdeutlicht die beschriebene Vorgehensweise.

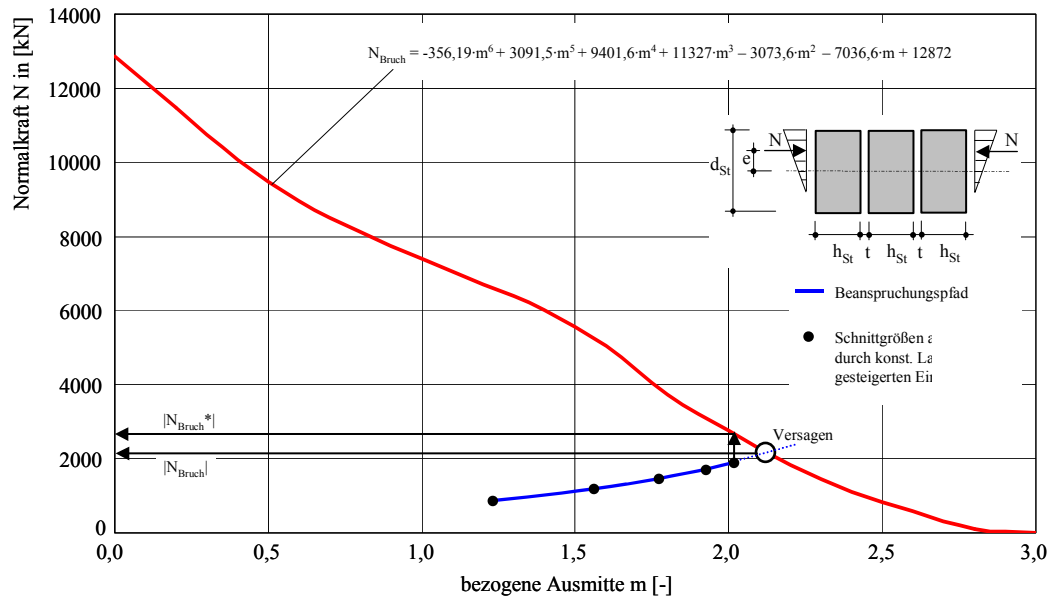


Abb. 7-14: Ermittlung des Ausnutzungsgrades nach GRÖSCHKE [23]

Den Ausnutzungsgrad der Querschnittstragfähigkeit  $\alpha$  definierte GRÖSCHKE folgendermaßen:

$$\text{Gl. 7-9} \quad \alpha = \frac{N_{\text{vorh}}}{N_{\text{Bruch}}^*} \cdot 100\%$$

mit:  $N_{\text{vorh}}$  ... Normalkraft  $N$  unter voller charakteristischer Last des LM 1  
 $N_{\text{Bruch}}^*$  ... siehe Abb. 7-14

Dieser Ausnutzungsgrad berechnet sich aus dem Quotienten der Beträge der Normalkraft  $N_{\text{vorh}}$  im Bogenquerschnitt aus dem Auftragen der 1,0-fachen charakteristischen Last des LM 1 auf das Bogen-tragwerk und der durch die Traglastkurve beschriebenen aufnehmbaren Normalkraft  $N_{\text{Bruch}}^*$ . Die Verwendung von  $N_{\text{Bruch}}^*$  (Abb. 7-14) stellt hierbei eine Vereinfachung dar, da somit der Beanspruchungspfad nicht bis zum Schnittpunkt mit der Traglastkurve verfolgt werden muss. Als Bruchlast für die vorhandene bezogene Ausmitte  $m_{\text{vorh}}$  gilt daher anstelle  $N_{\text{Bruch}}$  der Ablesewert  $N_{\text{Bruch}}^*$  aus der vertikalen Projektion von  $N_{\text{vorh}}$  auf die Traglastkurve. Um  $N_{\text{Bruch}}^*$  berechnen zu können, approximiert GRÖSCHKE [23] in einem Tabellenkalkulationsprogramm die Traglastkurve mit Hilfe eines Polynoms 6. Grades.

Das Wachstum eines Beanspruchungspfades erfolgt unter linearer Laststeigerung, also mit konstanten Lastinkrementen, in seiner Form und insbesondere in seiner Geschwindigkeit nichtlinear. Dies lässt bei dem Ausnutzungsgrad nach GRÖSCHKE aufgrund der Ermittlung aus den beschriebenen Normalkräften nicht den Schluss zu, dass bei einem Ausnutzungsgrad von  $\alpha = 90\%$  noch eine Laststeigerung von  $10\%$  möglich ist, bevor das Bogentragwerk rechnerisch versagt. Die in dieser Arbeit beschriebene Vorgehensweise zur Bestimmung des Ausnutzungsgrades erlaubt hingegen einen solchen Rückschluss, da sich  $\alpha$  aus dem Quotienten der aufgetragenen Verkehrslast zur aufnehmbaren Verkehrslast berechnet. Die Nichtlinearität des Beanspruchungspfades ist somit für Aussagen bezüglich möglicher Tragreserven irrelevant.

## 7.6 Auswertung der Parameterstudie

Im Folgenden werden die Ergebnisse der Finite-Elemente-Berechnungen aufgeführt und diskutiert. Die Resultate sind für die jeweils untersuchten Parameter in Grafiken zusammengefasst. Diese geben Auskunft über die qualitativen und quantitativen Reaktionen der Stützlinie ( $N$ ,  $m$ ) sowie des Ausnutzungsgrades im maßgebenden Schnitt der Bogentragwerke. Für alle Betrachtungen wird eine  $100\%$ ige Unverschieblichkeit der Widerlager vorausgesetzt. Allen Untersuchungen bis auf die zum Einfluss der Spannweite liegt das LM 1 zugrunde.

### 7.6.1 Einfluss des Stichhöhenverhältnisses

Für den Kreissegment- und Parabelbogen werden Stichhöhenverhältnisse von  $F/L = 0,10$  bis  $0,50$  in  $0,10$ er-Schritten untersucht. Bei dem Korbbogen beschränkt sich die Streubreite auf den Bereich von  $F/L = 0,20$  bis  $0,40$ , da nach der Erhebung aus Anhang C darüber hinausgehende Stichhöhenverhältnisse kaum in Betracht kommen. In Abschnitt 7.2.1 wurde neben dem statistischen Zusammenhang zwischen Bogendicke und Spannweite eine weitere Abhängigkeit zwischen Bogendicke und Stichhöhenverhältnis herausgestellt. Diese sollen für die in diesem Abschnitt untersuchten Bogenformen herangezogen werden, um die Mauerwerksdicke realitätsnah an das Stichhöhenverhältnis zu koppeln. Hierbei lieferten Gl. 7-2 bzw. Gl. 7-4 bis zu einem Stichhöhenverhältnis von  $F/L = 0,3$  die größeren Bogendicken liefern und deshalb für die Verhältnisse  $F/L = 0,1$ ;  $0,2$  und  $0,3$  zur Anwendung kommen. Dies ermöglicht eine Untersuchung unter weitestgehend wirklichkeitsnahen geometrischen Verhältnissen. Die Steinhöhe beträgt stets  $90\%$  der Steindicke. Die den Finite-Elemente-Berechnungen zugrunde liegenden Steinabmessungen sind der Tabelle im Anhang B zu entnehmen.

Den zur Ermittlung der maßgebenden Laststellung erforderlichen Überfahrten liegt eine Lastschrittweite von  $30\text{ cm}$  zugrunde. Die Überfahrten erfolgten gemäß Abschnitt 7.3, wobei eine Überfahrt nicht bis zum rechten Kämpfer reichte, sondern bis zum Viertelpunkt der rechten Bogenhälfte. Diese Maßnahme reduzierte die sonst erforderliche Rechenzeit von ca.  $75$  Stunden auf rund  $55$  Stunden pro Überfahrt. Die maßgebende Laststellung im Bereich der linken Bogenhälfte war dennoch zuverlässig bestimmbar. Im Anhang A werden die Überfahrten des LM 1 für alle drei Bogenformen ausgewertet. Der Tab. A-2 sind die Positionen der Achslasten  $x_{Da}$  und der Flächenlast  $x_{Fl}$  zu entnehmen (vgl. Abb. 7-4 bis Abb. 7-6). Weiterhin ist jeweils die Größe der Resultierenden aus dem LM 1  $F_R$  sowie zur Orientierung deren Entfernung von der Oberkante des linken Kämpfers  $x_R$  und die relative Position bezogen auf die Spannweite  $l/x_R$  angegeben. Im Falle des Kreisbogens liegt die Resultierende bei etwa  $1/2,6$  bis  $1/4$  der Bogenspannweite.



Beim Korbbogen wandert die Resultierende aufgrund der stützenden Stampfbetonzwickel in Richtung des Scheitels und liegt bei ca.  $1/2$  bis  $1/3$  der Bogenspannweite. Eine sehr geringe Streuung der Lage der Resultierenden ist im Falle des Parabelbogens festzustellen. Sie liegt hier zwischen  $1/4,5$  bis  $1/4,7$  der Bogenspannweite.

In Abb. 7-16 sind die Ausnutzungsgrade und die mit diesen korrespondierenden Verläufe der Normalkräfte und bezogenen Ausmitten für den maßgebenden Schnitt dargestellt, welche sich dort im Bruchzustand einstellen. Der Betrag der Normalkraft im jeweils maßgebenden Schnitt verhält sich in seiner Entwicklung über verschiedene Stichhöhenverhältnisse für den kreissegment- und den parabelförmigen Bogen qualitativ weitestgehend ähnlich. Mit zunehmendem  $F/L$  fällt die Normalkraft ab und stagniert ab einem Verhältnis  $F/L = 0,4$  nahezu. Auch hinsichtlich des Verlaufes der bezogenen Ausmitte zeigen der Kreis- und der Parabelbogen ein qualitativ ähnliches Verhalten. Beim Parabelbogen hat der kleinere Anstieg von  $N$  bei  $F/L = 0,4$  keine Auswirkungen auf den Ausnutzungsgrad, da dies wiederum durch eine geringere bezogene Ausmitte ausgeglichen wird. Der Ausnutzungsgrad des Kreissegment- und Parabelbogens nimmt bis zu einem Stichhöhenverhältnis von  $0,3$  zu. Für größere Verhältnisse  $F/L$  bleibt er bei dem Kreissegmentbogen nahezu konstant, wohingegen beim Parabelbogen ein stärkerer Rückgang zu verzeichnen ist. Dieses Verhalten begründet sich in der Kopplung der Bogendicke an das Stichhöhenverhältnis. Bis zu einem Verhältnis von  $F/L = 0,3$  blieb die Bogendicke unverändert (Anhang B) und wächst erst für die darüber liegenden Stichhöhen. Nimmt man eine konstante Bogendicke bei steigenden Stichhöhenverhältnis an, wäre mit einem Anstieg des Ausnutzungsgrades über  $F/L = 0,3$  hinaus zu rechnen. Ist beim Kreissegmentbogen eine stark nichtlineare Steigerung des Ausnutzungsgrades bis zu einem Stichhöhenverhältnis von  $F/L = 0,3$  zu erkennen, verhält sich der Parabelbogen in diesem Intervall beinahe linear.

Einzig der Korbbogen weicht in seinem Verhalten stark von den anderen Bogenformen ab. So zeigt sich im Verlauf der Normalkraft ein Abfall bis  $F/L = 0,3$  und wiederum ein Anstieg bei einem Verhältnis von  $0,4$ . Der Verlauf der bezogenen Ausmitte erscheint hingegen harmonischer. Sehr interessant ist das Verhalten des Ausnutzungsgrades  $\alpha$ . Trotz gleichbleibender Bogendicke für  $F/L = 0,2$  und  $0,3$  bleibt dieser annähernd unveränderlich. Dagegen fällt er für das Verhältnis  $F/L = 0,4$  stark ab, was mit der Zunahme der Bogendicke zu erklären ist. Dass die Ausnutzungsgrade des Korbbogens derart deutlich unter denen der anderen Bogenformen liegen, ist dem im Finite-Elemente-Modell generierten Stampfbetonzwickel geschuldet. Dieser ermöglicht der Stützlinie aus dem Bogentragwerk im Bereich des Zwickels herauszutreten, ohne dass es zu einem Versagen infolge der Bildung eines kinematischen Systems kommt. Hierdurch ergibt sich de facto ein flacheres Stichhöhenverhältnis, als es aus der eigentlichen Bogenspannweite und dem Bogenschlag resultiert.

Bereits GRÖSCHKE stellte in [23] anhand einer umfangreichen Studie zum Einfluss des Stichhöhenverhältnisses den traglastmindernden Einfluss großer Stichhöhenverhältnisse heraus und begründete dies mit der Abnahme des Vorspanngrades infolge nachlassender Normalkraft. Je größer der besagte Vorspanngrad ist, desto mehr wird die Normalkraft am Auswandern in die Randbereiche des Querschnitts gehindert. Aus Abb. 7-16 ist im Bereich von  $F/L = 0,1$  bis  $0,3$  ersichtlich, dass mit Zunahme des Stichhöhenverhältnisses die Normalkraft und somit auch der Vorspanngrad abnimmt und infolgedessen ein Auswandern der Stützlinie sowie ein Anwachsen des Ausnutzungsgrades begünstigt wird.

## 7.6.2 Einfluss der Bogendicke

Die maßgebende Laststellung orientiert sich an den Ergebnissen der Lastüberfahrten zur Untersuchung der Spannweite (Anhang A). Abb. 7-16 zeigt einen nahezu konstanten Verlauf der bezogenen Ausmitte  $m$  bei leicht überproportional steigender Normalkraft  $N$  und einen starken Abfall des Ausnutzungsgrades unter zunehmender Bogendicke. Die ansteigende Tragfähigkeit mit wachsender Steindicke sowie die leichte Zunahme des Vorspannungsgrades aufgrund des mit größer werdender Bogendicke ansteigenden Bogeneigengewichtes begründen die Abnahme des Ausnutzungsgrades. Abb. 7-15 zeigt die Ermittlung der Bruchlasten für die Standardkreisbogenbrücke unter variierender Bogendicke. In dieser Illustration sind die Schnittpunkte der Beanspruchungspfade mit den dazugehörigen Traglastkurven kenntlich gemacht und mit den erreichten Bruchlasten anhand der charakteristischen Last des LM 1 beschriftet. Der Ausnutzungsgrad ergibt sich hier, wie bereits in Abschnitt 7.5 angeführt, aus dem Reziproke des ermittelten Lastfaktors.

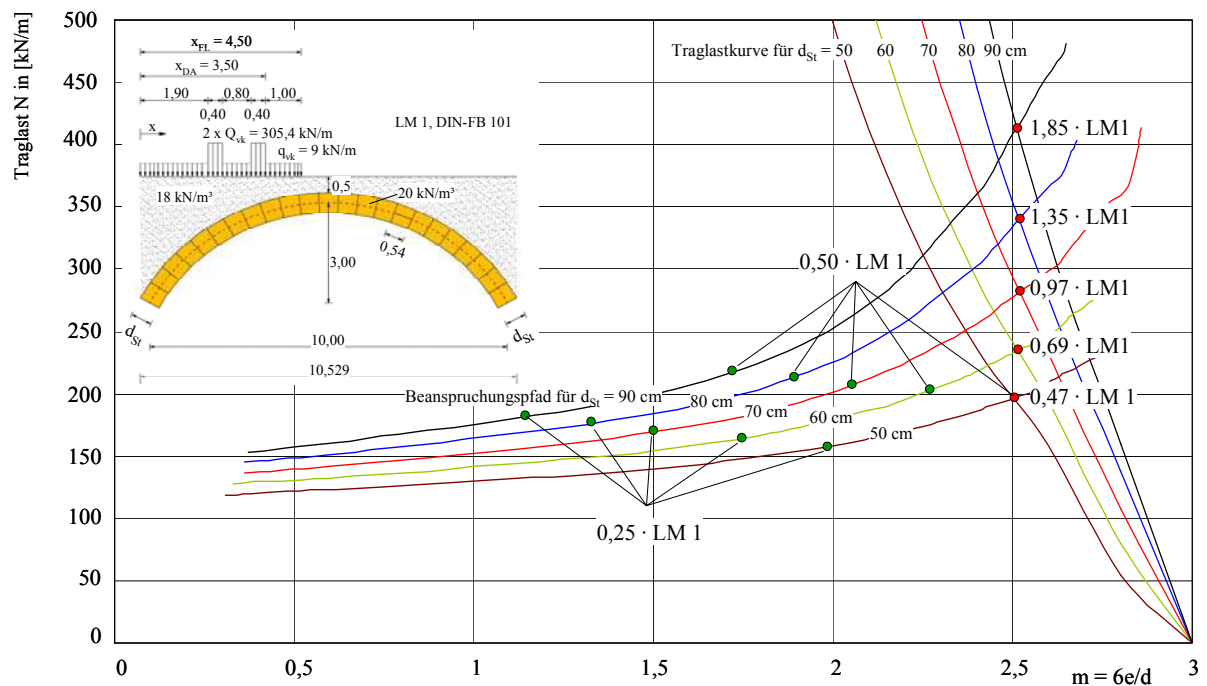
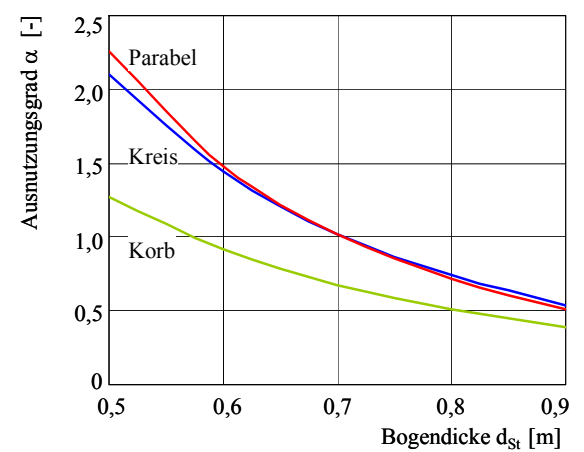
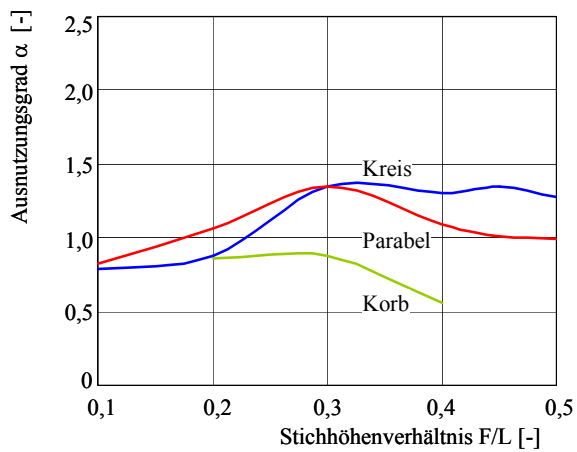
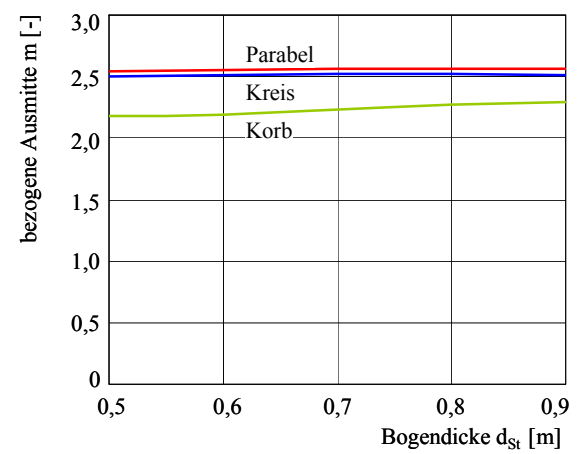
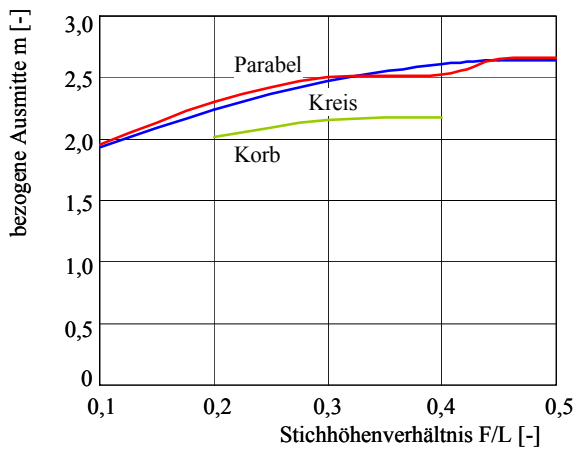
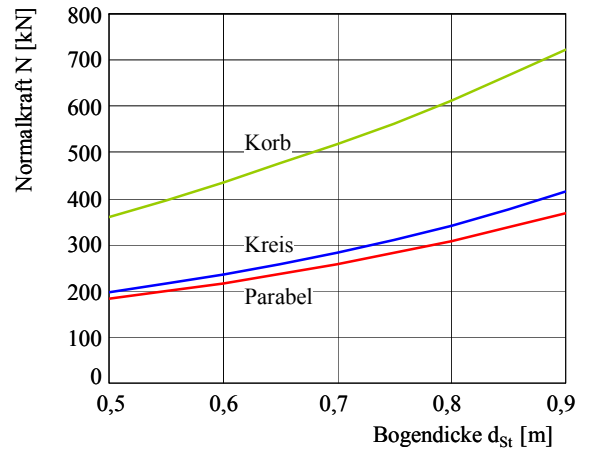
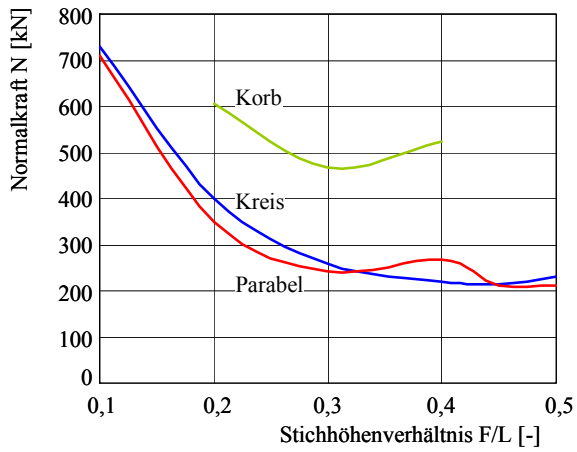


Abb. 7-15: Traglastkurven und Beanspruchungspfade für die untersuchten Bogendicken

Um bei der Finite-Elemente-Berechnung einerseits Konvergenz und andererseits den Schnittpunkt des Beanspruchungspfades mit der entsprechenden Traglastkurve zu erreichen, wurde die charakteristische Last des LM 1 herabgesetzt oder gesteigert. So war es im Falle des beispielhaft betrachteten 50 cm dicken Kreisbogens erforderlich, die Last um ca. 30 % abzumindern, da sonst Divergenz auftrat. Hingegen musste für die Berechnung des 90 cm dicken Bogens die charakteristische Last um 130 % gesteigert werden, um einen Schnittpunkt mit der Traglastkurve zu erhalten.

Zwar weisen die abgebildeten Beanspruchungspfade in ihren Längen keine allzu eklatanten Unterschiede auf, differieren jedoch erheblich im Betrag der ins Bogentragwerk eingeleiteten Verkehrslast. Da die Anzahl der Lastschritte in allen Fällen unverändert bleibt, müssen mit einer Steigerung der einzuleitenden Verkehrslastgröße auch die Beträge der Laststeigerungen in den einzelnen Lastschritten anwachsen. Somit ist bei einem Vergleich der Beanspruchungspfade keineswegs anhand deren jeweiliger Länge auf die Größe der eingeleiteten Verkehrslast zu schließen. Zum Verständnis sind in Abb. 7-15 die Datenpunkte eingetragen, welche Lastintensitäten des LM 1 von 25 % und 50 % markieren. Vergleicht man beispielsweise die Beanspruchungspfade des 50 cm und des 90 cm dicken Bogentragwerks anhand der in Abb. 7-15 markierten inkrementell bis 50 % gesteigerten charakteristischen Last des LM 1, zeigt sich anhand der sich einstellenden bezogenen Ausmitten der Unterschied in Pfadlänge und Lastniveau.

Auch GRÖSCHKE stellte in [23] einen Abfall des Ausnutzungsgrades mit zunehmender Bogendicke fest. Allerdings kann in dieser Arbeit das in [23] beobachtete von seiner Qualität her annähernd bilinear verlaufende Nachlassen des Ausnutzungsgrades bei wachsender Steindicke nicht bestätigt werden. Der Grund hierfür lässt sich im Stichverhältnis  $F/L = 0,2$  des von GRÖSCHKE definierten Standardbogens und vor allem in seiner Definition und Ermittlung des Ausnutzungsgrades vermuten. Letzterem wird in seiner Auswirkung im folgenden Abschnitt zur Untersuchung zum Einfluss der Spannweite nachgegangen.



a)

b)

Abb. 7-16: a) Einfluss des Stichhöhenverhältnisses und  
b) Einfluss der Bogendicke unter dem LM 1

### 7.6.3 Einfluss der Spannweite unter verschiedenen Lastmodellen

Die im Abschnitt 7.2 beschriebene Abhängigkeit der Bogendicke von der Spannweite liegt den folgenden Betrachtungen zugrunde, um die Mauerwerksdicke realitätsnah an die Spannweite zu koppeln. Dies ermöglicht auch hier eine Untersuchung unter weitestgehend wirklichkeitsnahen geometrischen Verhältnissen. Die Steinhöhe beträgt stets 90 % der Steindicke. Die den Finite-Elemente-Berechnungen zugrunde liegenden Steinabmessungen sind der Tab. B-1 im Anhang B zu entnehmen. Das Stichhöhenverhältnis bleibt mit  $F/L = 0,3$  für alle Spannweiten konstant.

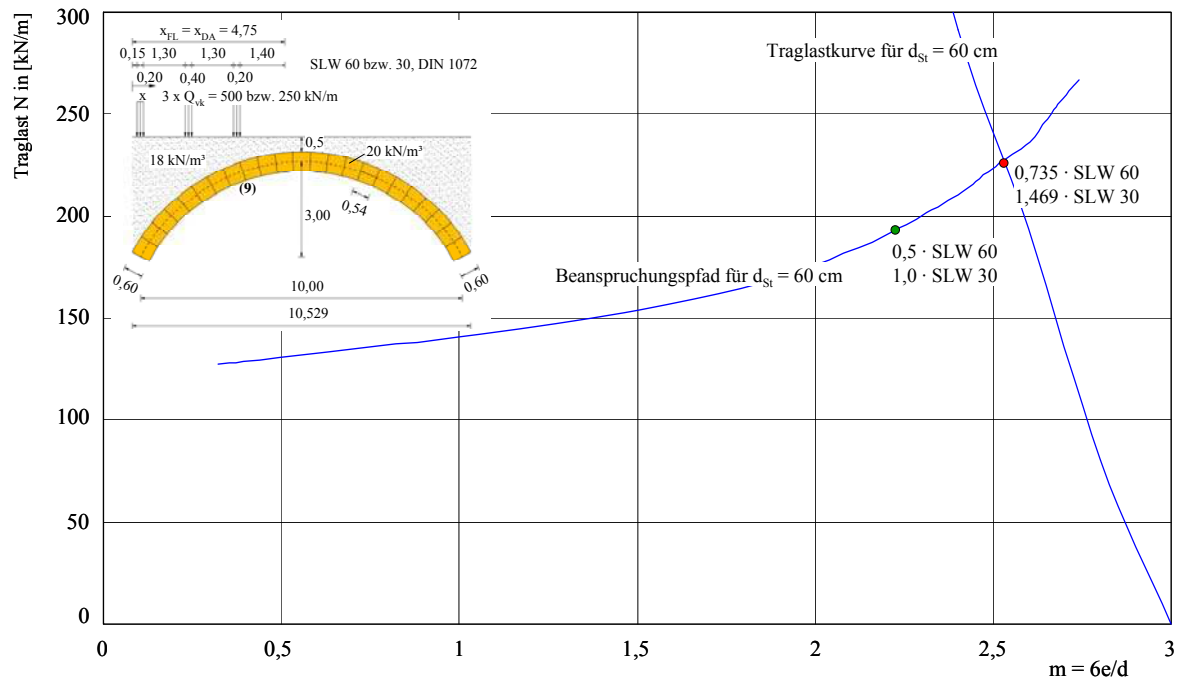
Mit der Variation der Spannweiten von 10 m, 20 m und 30 m für alle drei betrachteten Bogenformen sowie der Lastmodelle LM 1, LM 71 und SLW 60 bzw. 30 soll unter anderem geprüft werden, wie sich die Ausnutzungsgrade für die verschiedenen Lastmodelle mit zunehmender Spannweite zueinander verhalten. Hierfür war es zunächst erforderlich, für jede Kombination aus Bogenform, Spannweite und Lastmodell die maßgebende Laststellung mittels Überfahrten zu ermitteln. Da sich der SLW 60 und der SLW 30 hinsichtlich ihres Lastbildes gleichen, erübrigen sich die Überfahrten für eines dieser beiden Lastmodelle, womit sich insgesamt 27 erforderliche Lastüberfahrten ergeben. Um hierbei den Rechen- und Zeitaufwand zu reduzieren, wurde die Flächenlast in allen Fällen im Scheitelpunktbereich fixiert und lediglich die Achslast in 25cm-Schritten versetzt. Die Festlegung, die Flächenlast im Scheitelpunktbereich festzuhalten, orientiert sich an den Ergebnissen der Lastüberfahrt des LM 1 im Rahmen der Studie zum Einfluss des Stichhöhenverhältnisses  $F/L$  sowie an den Laststellungen des LM 1 für verschiedene Spannweiten in [23]. Durch diese Maßnahme ist eine solch umfangreiche Untersuchung im verfügbaren Zeitrahmen erst möglich. Die Überfahrten wurden für jede Spannweite mit einer Lastschrittweite von 25 cm durchgeführt, wobei die Stellung der Achslasten zwischen linkem Kämpfer und dem Viertelpunkt der rechten Bogenhälfte variiert wurde.

Eine Auswertung der Überfahrten aller Lastmodelle für alle drei Bogenformen und Spannweiten findet sich im Anhang A. Der Tab. A-1 können die Positionen der Achslasten  $x_{Da}$  sowie der Flächenlast  $x_{Fl}$  entnommen werden (vgl. Abb. 7-4 bis Abb. 7-6). Weiterhin ist jeweils die Größe der Resultierenden  $F_R$  sowie zur Orientierung deren Entfernung von der Oberkante des linken Kämpfers  $x_R$  und die relative Position bezogen auf die Spannweite  $l/x_R$  angegeben. Es zeigt sich eine Annäherung der relativen Position  $l/x_R$  der verschiedenen Lastmodelle innerhalb der jeweiligen Bogenform ab einer Spannweite von 20 m. Beim Kreisbogen tendiert die Lage der Resultierenden in Richtung des Viertelpunktes, wohingegen sich im Falle des Korbbogens der Bereich um den Drittelpunkt herauskristallisiert. Wie schon bei den Überfahrten im Rahmen der Untersuchungen zum Stichhöhenverhältnis zeigt sich auch hier beim Parabelbogen eine geringere Streuung der Lage der Resultierenden. Diese liegt in etwa bei  $1/4,5$  der Bogenspannweite.

Abb. 7-19 zeigt die Reaktionen der Normalkraft  $N$ , der bezogenen Ausmitte  $m$  und des Ausnutzungsgrades  $\alpha$  für die untersuchten Bogenformen in Abhängigkeit der Spannweite und für die Lastmodelle LM 1, LM 71 und SLW 60 bzw. 30.

## Kreisbogen

Der Verlauf der Normalkraft über die Spannweite liegt für die Lastmodelle LM 1 und SLW 60 bzw. 30 relativ dicht beieinander. Gleiches gilt auch für die bezogene Ausmitte. Auch im Verhalten des Ausnutzungsgrades zeigen die Lastmodelle LM 1 und SLW 60 qualitativ wie quantitativ ein sehr ähnliches Verhalten. Der Ausnutzungsgrad des SLW 30 beträgt aufgrund des identischen Lastbildes stets 50 % des Ausnutzungsgrades des SLW 60. Dies begründet sich, wie bereits beschrieben, in der Ermittlung des Ausnutzungsgrades anhand der Bruchlasten.



**Abb. 7-17: Lineares Verhalten zweier Lastmodelle SLW 60 und SLW 30 mit identischem Lastbild, Beanspruchungspfad und Traglastkurve für den Standardkreisbogen**

Abb. 7-17 soll dies noch einmal verdeutlichen. Dargestellt sind der Beanspruchungspfad (Fuge 9) und die Traglastkurve für den 60 cm dicken und über 10 m gespannten Standardkreisbogen. Der Schnittpunkt, welcher das Bruchversagen markiert, ist durch einen roten Punkt gekennzeichnet. Angetragen sind zudem die erreichten Bruchlasten bezüglich der charakteristischen Lasten der Lastmodelle SLW 60 und SLW 30 unter Berücksichtigung des Schwingbeiwertes nach DIN 1072. Des Weiteren wurde das Erreichen der 0,5-fachen Last des SLW 60 sowie der 1,0-fachen Last des SLW 30 kenntlich gemacht. Hier zeigt sich das lineare Verhalten des Beanspruchungspfades für Lastmodelle mit identischem Lastbild aber verschieden großen Lastordinaten.

Gegenüber den anderen Lastmodellen weist der dem LM 71 zugehörige Normalkraftverlauf die größten Beträge auf. Dagegen ergeben sich etwas geringere bezogene Ausmitten. Äußerst interessant ist das Verhalten der Ausnutzungsgrade. Weist der Ausnutzungsgrad für das LM 71 bis zu einer Spannweite von 20 m einen verhältnismäßig starken Anstieg auf, so zeigt sich für den SLW 60 in diesem Spannweitenbereich eine geringere Zunahme von  $\alpha$ . Der Ausnutzungsgrad des LM 1 fällt dagegen sogar leicht ab. Für Spannweiten von 20 m und 30 m offenbaren die beiden Lastmodelle SLW 60 und LM 1 ein beinahe identisches Verhalten, wobei für beide die Ausnutzungsgrade abnehmen. Bei dem LM 71 bleibt  $\alpha$  für den letztgenannten Spannweitenbereich weitestgehend konstant. Mit zunehmender Spannweite nähern sich die Ausnutzungsgrade der Lastmodelle SLW 60, LM 1 und LM 71 an.

An dieser Stelle soll noch einmal darauf hingewiesen werden, dass mit Zunahme der Spannweite auch die Bogendicke nach Gl. 7-2 bzw. Gl. 7-4 ansteigt, was den Verlauf des Ausnutzungsgrades mitbegründet. Daneben wächst mit der Spannweite aber auch der günstig wirkende Vorspannungsgrad aus Eigenlast.

Vergleicht man diese Ergebnisse für den Kreissegmentbogen mit den von GRÖSCHKE in [23] dargestellten Resultaten, so fallen Differenzen in den Verläufen der bezogenen Ausmitte und vor allem der Ausnutzungsgrade auf. Zwar koppelte er die Bogendicke ebenfalls an die Spannweite, allerdings nimmt der Ausnutzungsgrad mit wachsender Spannweite deutlich zu, was dem hier gezeigten Verhalten von  $\alpha$  widerspricht. GRÖSCHKE ermittelte den Ausnutzungsgrad, wie in Abschnitt 7.5 beschrieben, anhand approximierter Traglastkurven und berechnete ihn nach Gl. 7-9 aus der Normalkraft im Beanspruchungspfadende bei Erreichen der 1,0-fachen Last des LM 1 und aus der vereinfacht ermittelten Bruchlast  $N_{\text{Bruch}}^*$ . Diese ergibt sich aus der vertikalen Projektion des Beanspruchungspfadendes an die dazugehörige Traglastkurve. Die Auswirkungen der Unterschiede in Definition und Berechnung der Ausnutzungsgrade sollen angesichts der differierenden Ergebnisse an dieser Stelle untersucht werden. Hierfür wird zur Ermittlung von  $\alpha$  nach Gl. 7-8 der in [23] festgelegte Standardkreisbogen unter Variation der Spannweite von 10 bis 25 m und unter Anwendung der von GRÖSCHKE gefundenen Laststellungen ausgewertet. Dazu finden die von ihm verwendeten Material- und Geometrieparameter Anwendung. Abb. 7-18 a) zeigt für die von GRÖSCHKE durchgeführte Untersuchung am Kreissegmentbogen die durchgezogen dargestellten Traglastkurven. Des Weiteren sind deren polynomischen Approximationen dargestellt, die zur Ermittlung der Ausnutzungsgrade herangezogen wurden. Die den Spannweiten zugehörigen jeweiligen Beanspruchungspfade sind ebenfalls abgebildet. Es werden deutliche Abweichungen zwischen den approximierten und den mit dem Finite-Elemente-Modell berechneten Traglastkurven deutlich. Diese begründen neben den verschiedenen Definitionen von  $\alpha$  die voneinander abweichenden Verläufe der in Abb. 7-18 b) dargestellten Ausnutzungsgrade. Als Hauptursache für die Unterschiede wird jedoch die Berechnung anhand von Normalkräften ( $N_{\text{Bruch}}^*$ ) einerseits und von konkreten Bruchlasten ( $F_{\text{Bruch}}$ ) andererseits vermutet. Hier wird in Anbetracht des quantitativen Unterschiedes zudem deutlich, dass auf Basis des in [23] definierten  $\alpha$ , wie bereits angeführt, keine Aussagen zur Größe von Tragreserven möglich sind.

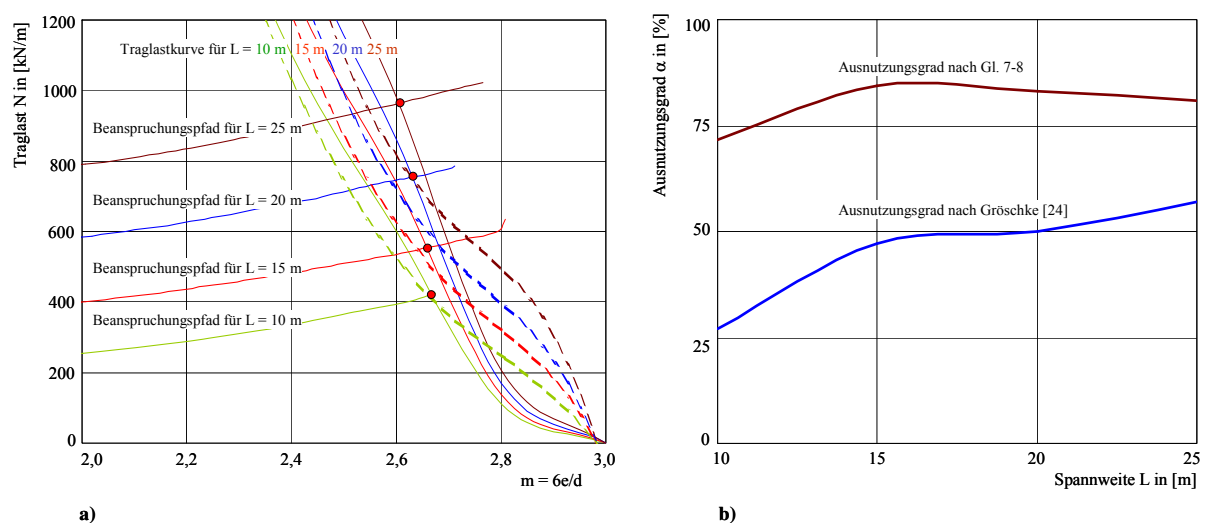


Abb. 7-18: a) Traglastkurven (durchgezogen), deren polynomische Approximation (gestrichelt) und Traglastkurven für das Mauerwerk der Bogenspannweiten von 10, 15, 20 und 30 m  
b) Ausnutzungsgrade nach GRÖSCHKE [23] und nach Gl. 7-8

Die Unterschiede im Verlauf der Ausnutzungsgrade in Abb. 7-19 zu denen in [23] resultieren neben der verschiedenen Definition und Ermittlung von  $\alpha$  auch aus den Unterschieden in den jeweils zugrunde liegenden Material- und Geometriewerten.

### **Korbbogen**

Die Verläufe der Normalkräfte und der bezogenen Ausmitten weisen für die Lastmodelle SLW 60 bzw. 30 und LM 1 eine etwas größere Streuung auf, als dies bei dem Kreisbogen der Fall ist. Fällt bei dem Kreisbogen der Ausnutzungsgrad unter Ansatz des LM 1 über die gesamte Breite der untersuchten Spannweiten, so zeigt er für den Korbbogen einen dem Ausnutzungsgrad des SLW 60 in Art und Größe ähnlichen Verlauf und steigt für  $L = 20$  m an, bevor er bei einer Spannweite von 30 m wiederum nachlässt. Aufgrund des identischen Lastbildes beträgt der Ausnutzungsgrad des SLW 30 für alle Spannweiten 50 % des zum SLW 60 gehörenden Ausnutzungsgrades. Tendenziell gestaltet sich der Verlauf der Normalkräfte und bezogenen Ausmitten im Falle des LM 71 in gleicher Weise wie beim Kreisbogen.

So resultieren im Vergleich zum SLW 60 und LM 1 zwar größere Normalkraftbeträge, zugleich nehmen die bezogenen Ausmitten aber geringere Werte an. Im Gegensatz zum Kreisbogen steigt der Ausnutzungsgrad des LM 71 mit anwachsender Spannweite über das gesamte untersuchte Spektrum stetig an und nähert sich so den Ausnutzungsgraden des SLW 60 und des LM 1. Für  $L = 26$  bis 30 m erreicht er sogar größere Werte als die der letztgenannten Lastmodelle. Generell weist der Korbbogen gegenüber den anderen Bogenformen eine höhere Tragfähigkeit auf. Dies ist mit dem bereits erläuterten Einfluss der im Finite-Elemente-Modell enthaltenen Stampfbetonzwickel erklärbar.

### **Parabelbogen**

Hinsichtlich der Normalkraftverläufe wie auch des Verhaltens der bezogenen Ausmitten aller Lastmodelle im Bruchzustand zeigen sich sowohl qualitative als auch quantitative Analogien zum Kreisbogen. Allerdings werden diese Stützlinienverläufe in den maßgebenden Schnitten der Bögen mit einer schrittweisen Steigerung der Verkehrslast bei wachsender Spannweite viel früher erreicht, als dies beim Kreissegmentbogen der Fall ist. Infolgedessen nehmen die Ausnutzungsgrade aller Lastmodelle im Vergleich zu den anderen untersuchten Bogenformen trotz der an die Spannweite gekoppelten Stein- bzw. Bogendicke stark zu, wobei an dieser Stelle auf die abweichende Skalierung von  $\alpha$  in Abb. 7-19 hingewiesen wird. So zeigt der Parabelbogen bei einer Spannweite von 10 m für alle Lastmodelle dem kreissegmentförmigen Bogen ähnliche Bruchlasten, die für größere Spannweiten jedoch stark abfallen. Ebenso ist ein Annähern der Ausnutzungsgrade mit Zunahme der Spannweite nicht zu beobachten. Das Gegenteil stellt sich stattdessen ein. Unter ansteigender Spannweite driften die Ausnutzungsgrade, entgegen den Beobachtungen bei den anderen beiden Bogenformen, auseinander.

Damit weicht der Parabelbogen in seiner von der Spannweite abhängigen Tragfähigkeit erheblich vom kreissegment- und korbformigen Bogen ab und erweist sich unter asymmetrischer Verkehrsbelastung für Spannweiten über 10 m als nachteilig. Ergänzend bleibt jedoch darauf hinzuweisen, dass für den Parabelbogen aufgrund mangelnder statistischer Anhaltswerte die Bogendicke mit denselben Beziehungen an die Spannweite gekoppelt ist, wie dies auch bei den übrigen Bogenformen erfolgt.



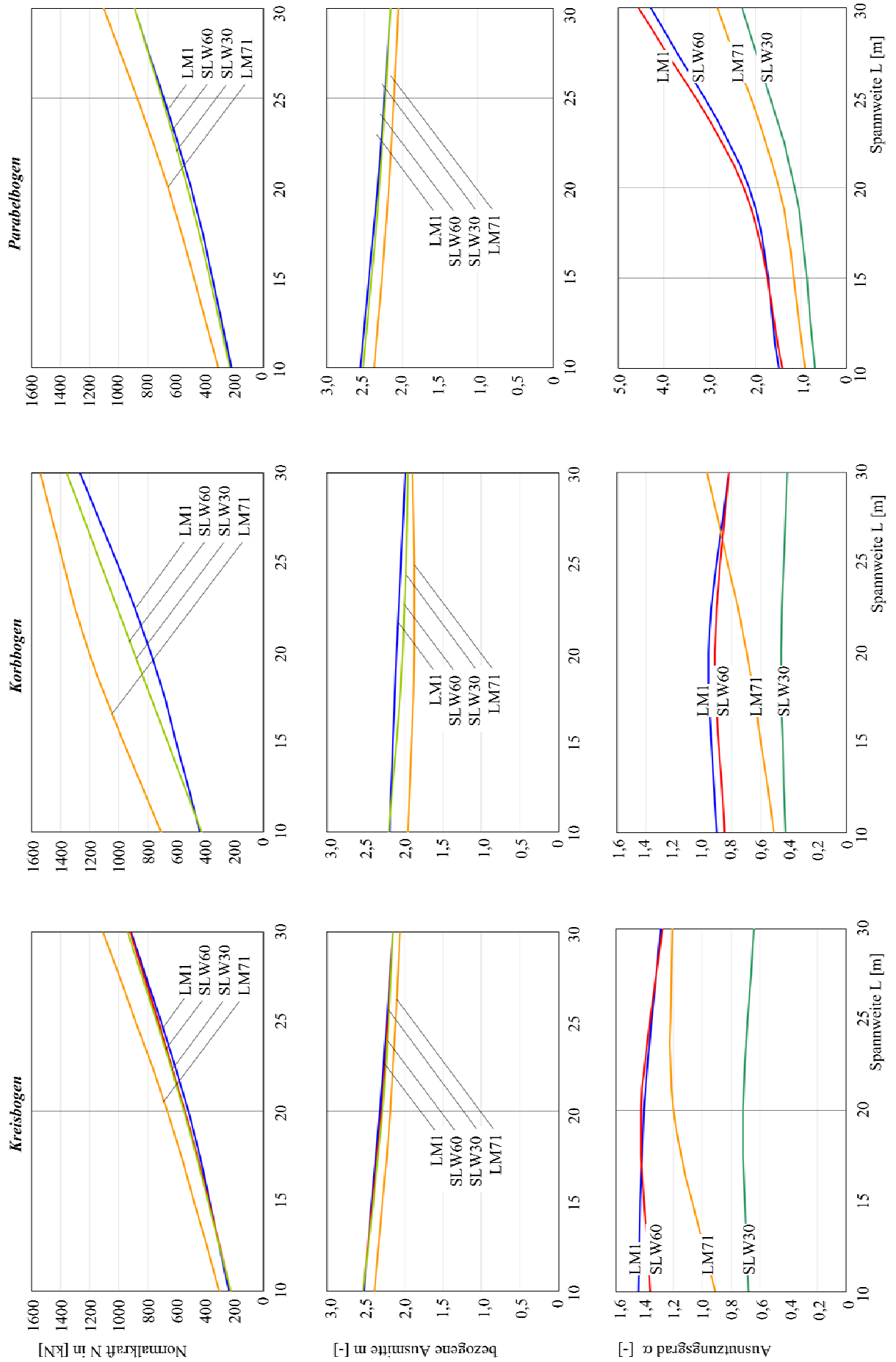


Abb. 7-19: Einfluss der Spannweite bei verschiedenen Lastmodellen und Bogenformen

Abb. 7-20 verdeutlicht anhand der verschiedenen Lastmodelle das Verhalten des Ausnutzungsgrades für die drei untersuchten Bogenformen. Bei dem Kreis- und Korbbogen verhalten sich die Kurvenverläufe für beinahe alle Lastmodelle zueinander ähnlich. Lediglich unter dem Lastmodell 71 nähern sich die Ausnutzungsgrade mit Zunahme der Spannweite an. Wie zuvor bereits bemerkt, steigen die Ausnutzungsgrade des Parabelbogens gegenüber den anderen Bogengeometrien überproportional an, unter dem LM 71 allerdings weniger stark als unter dem SLW 60 und dem LM 1. Der SLW 30 lastet die Bogentragwerke gegenüber dem SLW 60 aufgrund seines geringeren Lastniveaus nur zu 50 % aus. Die Abbildung verdeutlicht zudem die annähernd übereinstimmende Tragfähigkeit des Kreis- und Parabelbogens bei einer Spannweite von 10 m.

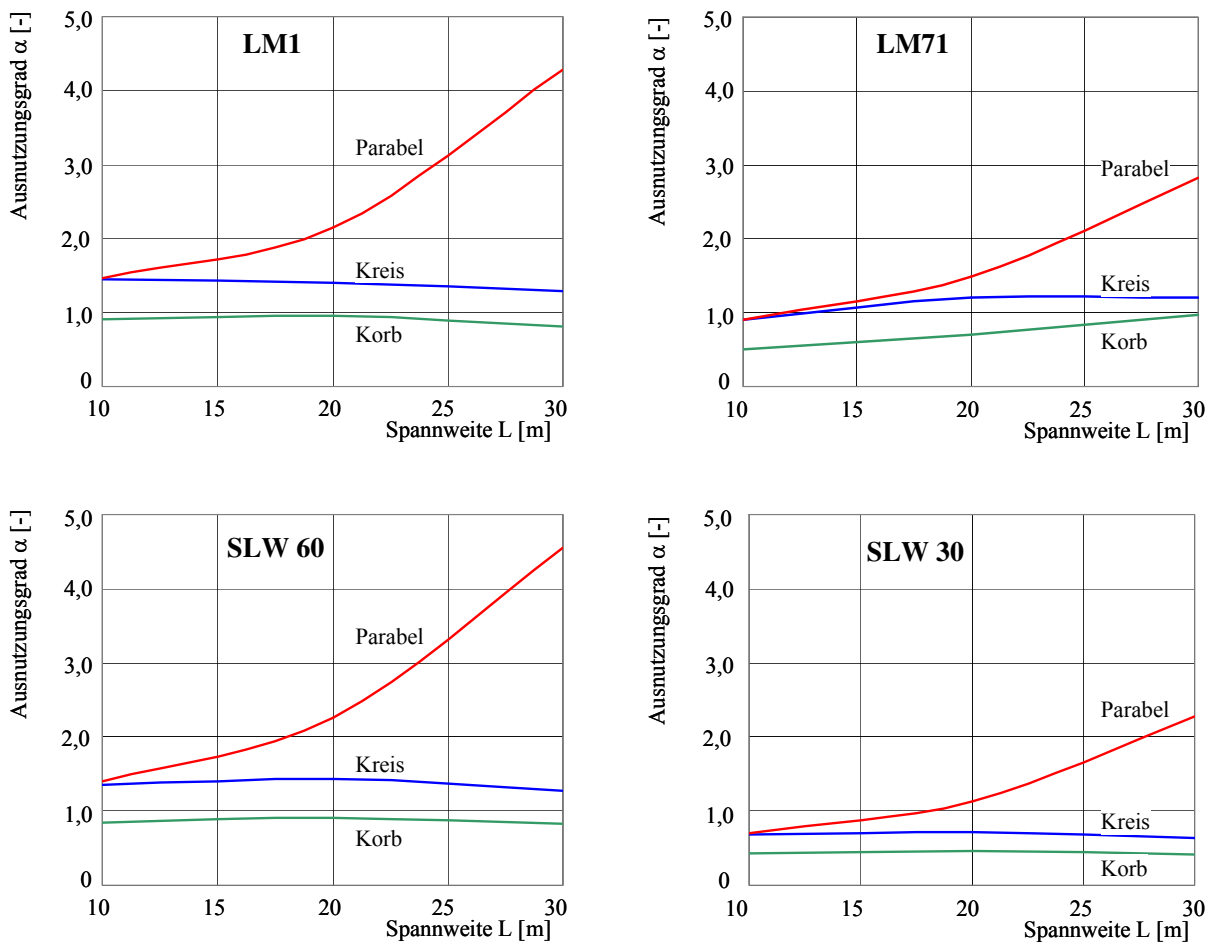


Abb. 7-20: Ausnutzungsgrade  $\alpha$  für die untersuchten Bogenformen und Lastmodelle in Abhängigkeit der Spannweite

#### 7.6.4 Auffüllung

Unter separater Variation der Wichte und Höhe sowie des Lastverteilungswinkels der Auffüllung wurde deren Einfluss auf die Tragfähigkeiten der kreissegment-, korb- und parabelförmigen Bögen unter Ansatz des Lastmodells 1 nach DIN-Fachbericht 101 untersucht. Dabei gilt die Fahrbahn vereinfacht als Teil der Auffüllung.

##### Wichte der Auffüllung

Als üblicher Mittelwert für die Wichte der Auffüllung wird in [29] der Wert von  $\gamma_{\text{Auf}} = 18 \text{ kN/m}^3$  genannt. Je nach Material differiert die Wichte etwa zwischen  $15 \text{ kN/m}^3$  (Ziegelschotter) und  $23 \text{ kN/m}^3$  (unbewehrter Beton). Den folgenden Ergebnissen der Finite-Elemente-Berechnungen liegt eine Variation der Wichte von  $14$  bis  $22 \text{ kN/m}^3$  zugrunde. Die Berechnungen erfolgen für die in den Abb. 7-4 bis Abb. 7-6 illustrierten ungünstigsten Laststellungen des LM 1.

Abb. 7-21 a) zeigt für alle Bogenformen ein Anwachsen der Normalkraft im maßgebenden Schnitt bei Erreichen der Bruchlast. Dagegen nimmt die Größe der bezogenen Ausmitte  $m$  bei gleichzeitiger Zunahme der Normalkraft ab, was auf einen erhöhten Vorspanngrad infolge des wachsenden symmetrischen Lastanteils aus Eigenlast schließen lässt. Hierdurch ist die Stützlinie infolge der asymmetrischen Laststellung des LM 1 zunehmend am Auswandern gehindert, womit die abfallenden Verläufe der Ausnutzungsgrade bei steigender Wichte erklärbar sind.

Betrachtet man die Beanspruchungspfade in Abb. 7-13 und Abb. 7-15, so nehmen die Abstände zwischen den Lastinkrementen mit jedem Lastschritt unter einem überproportionalen Anwachsen der Normalkraft  $N$  bei unterproportional zunehmender bezogener Ausmitte  $m$  ab. Diese Abnahme der Lastinkrementabstände während des nichtlinearen Wachstums der Beanspruchungspfade bedeutet für die konstant bleibende Bogendicke, dass unter Verwendung der erläuterten Traglastkurve die nachlassende bezogene Exzentrizität für die untersuchten Wichten von größerem Einfluss auf die erreichbare Bruchlast ist als der Anstieg der entsprechenden Normalkraft. Hieraus resultieren die nachlassenden Ausnutzungsgrade.

Für den Neubau oder die Sanierung von Natursteinbogenbrücken empfiehlt sich daher die Verwendung von Auffüllungsmaterial mit möglichst hoher Wichte.

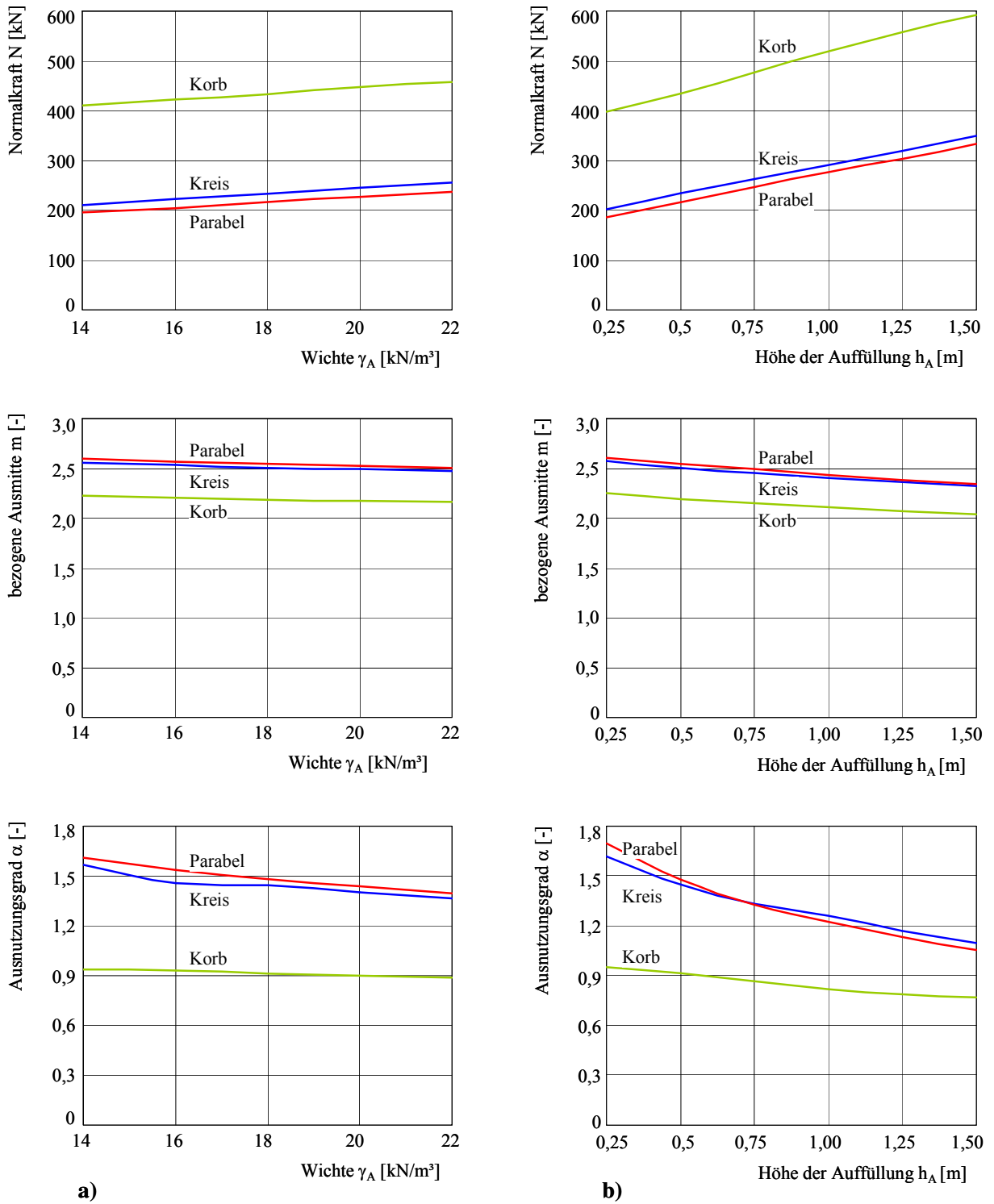


Abb. 7-21: a) Einfluss der Wichte und b) Einfluss der Auffüllungshöhe unter dem LM 1

## Höhe der Auffüllung

Zur Untersuchung des Einflusses der Auffüllungshöhe wurde diese im Bereich von 0,25 m bis 1,50 m in 0,25er-Schritten variiert. Den Berechnungen liegen die in den Abb. 7-4 bis Abb. 7-6 veranschaulichten ungünstigsten Laststellungen des LM 1 zugrunde.

Im Gegensatz zur Wichte der Auffüllung hat deren Höhe nicht nur Einfluss auf den Eigenlastzustand von Bogentragwerken, sondern auch auf die Verteilung der Achslasten des Verkehrslastanteils. So zeigt eine große Auffüllungshöhe die bereits beschriebene Auswirkung auf den Vorspanngrad im Bogen aus Zunahme des günstig wirkenden symmetrischen Lastanteils. Eine große Auffüllungshöhe hat jedoch auch eine größere Verteilungsfläche von Einzellasten auf dem Bogenrücken zur Folge. Dies bedingt gegenüber geringeren Auffüllungshöhen eine weniger konzentrierte Lasteinleitung, was der Tragfähigkeit zugute kommt. Die statistische Erhebung (Abschnitt 7.2.1, Anhang C) lässt in statischer Hinsicht allerdings keinen Zusammenhang zwischen Auffüllungshöhe und Spannweite oder Stich erkennen.

Aus Abb. 7-21 b) ist ersichtlich, dass der Ausnutzungsgrad mit anwachsender Auffüllungshöhe für jede Bogenform stärker abnimmt, als es bei einer bloßen Steigerung der Wichte der Fall ist. Hierin zeigen sich die Auswirkungen aus der größer werdenden Verteilungsfläche der Einzellasten. Der bereits bei der Untersuchung zur Auffüllungswichte herausgestellte Zusammenhang zwischen symmetrischem Lastanteil und Vorspanngrad besitzt auch hier Gültigkeit. Dass die in Abb. 7-21 b) zu erkennende nachlassende bezogene Ausmitte für die untersuchten Auffüllungshöhen von größerem Einfluss auf den Ausnutzungsgrad ist als der Anstieg der entsprechenden Normalkraft, beruht auf dem bereits aufgezeigten nichtlinearen Verhalten des Beanspruchungspfades unter Laststeigerung im Zusammenwirken mit der verwendeten Traglastkurve. Hinzu kommt der günstige Einfluss einer größeren Auffüllungshöhe auf die Lastverteilung.

Bedenkt man, dass sich die Radlasten der Lastmodelle neben der Längs- auch in die Querrichtung verteilen, werden geringere Ausnutzungsgrade als in Abb. 7-21 b) denkbar. Demzufolge ist eine Berücksichtigung der Querverteilung von Verkehrslasten sowohl durch die Auffüllung als auch durch das räumliche Tragverhalten des Bogentragwerkes wünschenswert, um im Rahmen des statischen Nachweises für den Fall einer funktionierenden Quertragfähigkeit mögliche Tragreserven noch wirklichkeitsnäher erfassen zu können. Hierzu ist die Generierung eines räumlichen Diskontinuumsmodells mit implementierten Kontaktelementen unter Berücksichtigung eines Mauerwerksverbandes in Querrichtung vorstellbar. Anhand eines räumlichen Brückenmodells, bei dem das Mauerwerk als Kontinuum mit idealplastischen Materialeigenschaften abgebildet ist, untersuchte bereits FRENZEL in [30] das räumliche Tragverhalten einer einfeldrigen Sandsteingewölbebrücke.

### Lastverteilungswinkel der Auffüllung

In der Literatur wird dem rechnerischen Lastausbreitungswinkel  $\varphi_A$  unter Teilflächenlasten (Radlasten) innerhalb der Auffüllung große Bedeutung beigemessen, wobei dessen Einfluss vom Scheitel zum Kämpfer hin deutlich abnimmt. Die Sensitivität der Tragfähigkeit von Steinbogenbrücken bezüglich des Lastverteilungswinkels ist bei BUSCH [31] erwähnt und wurde dort als außerordentlich hoch eingeschätzt. Der Literatur ist ein Streubereich von  $30^\circ$  bis  $60^\circ$  zu entnehmen, wobei die Mehrzahl der Werte eher gegen den oberen Wert strebt. Einen für die Tragfähigkeit von Bogenbrücken günstigen Einfluss weisen hydraulisch gebundene Auffüllungen, wie beispielsweise Magerbeton, auf. Diese verteilen die Verkehrslasten mit einem Lastverteilungswinkel von ca.  $45^\circ$  über einen größeren Gewölbereich als erdähnliche Baustoffe mit  $\varphi_A = 60^\circ$ .

BUSCH [31] untersucht mit Hilfe eines Dreigelenkbogens den Einfluss des Lastverteilungswinkels auf die Tragfähigkeit und Tragsicherheit von historischen Gewölbebrücken aus Natursteinmauerwerk. Grundlage seiner Untersuchungen bilden wahrscheinlichkeitstheoretische Untersuchungen, in welche die Streuungen der Systemparameter eingehen. Er kommt zu dem Ergebnis, dass die Tragfähigkeit von Gewölbebrücken bei hoher Auslastung sehr empfindlich auf Abweichungen des Lastverteilungswinkels  $\varphi_A$  reagiert. Besonders im Bereich mittlerer und großer Winkel macht sich diese Sensibilität bemerkbar. Abb. 7-22 verdeutlicht den überproportionalen Abfall des Sicherheitsindex  $\beta$  mit größerem Lastverteilungswinkel.

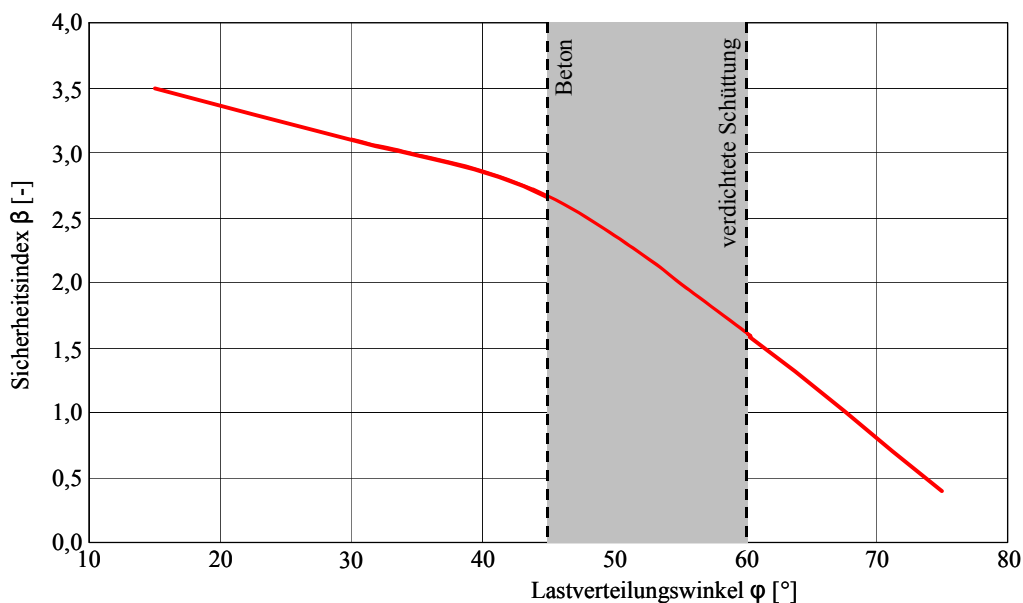
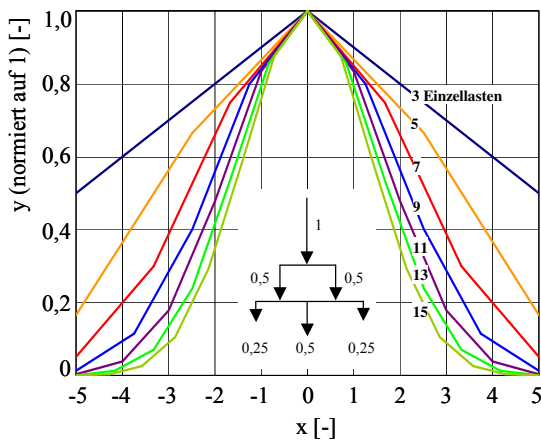


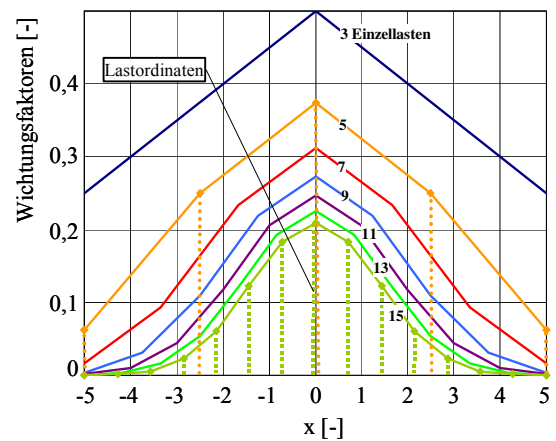
Abb. 7-22: Abhängigkeit des Lastverteilungswinkels der Auffüllung auf die Tragfähigkeit eines Modellbogens nach BUSCH [31] bei einem Variationskoeffizienten (Standardabweichung/Erwartungswert) des Winkels von 20 %

In Abschnitt 6.7 wurde die Modellierung der Auffüllung wie auch der Lastaufprägung von Verkehrslasten auf den Bogen bereits erläutert. Dabei sind die Verkehrslastlamellen zur GAUSS-normalverteilten Aufprägung auf den Bogenrücken in 7 Einzelkräfte aufgeteilt worden, wobei die Wirkungslinien der Resultierenden einer Lastlamelle sowie der maximalen Einzelkraft, welche das Maximum der GAUSS-Verteilung beschreibt, deckungsgleich sind.

Die Anzahl der Einzelkräfte bestimmt hierbei auch Qualität und Quantität der GAUSS-Normalverteilung, wie Abb. 7-23 verdeutlicht.



a) auf 1 normierte GAUSS -Normalverteilungen in Abhängigkeit der Anzahl von Einzelkräften

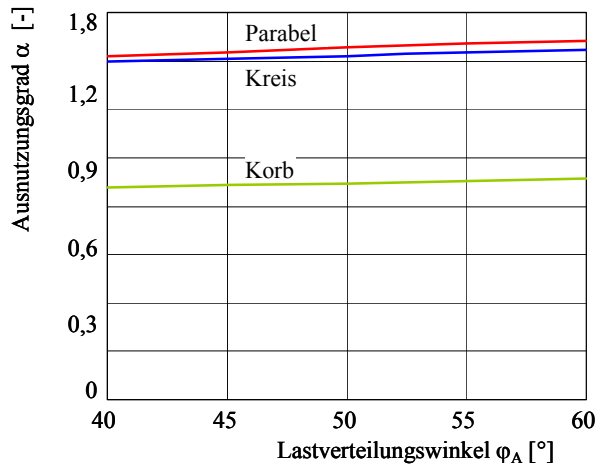


b) Lastordinaten der GAUSS -Normalverteilungen in Abhängigkeit der Anzahl von Einzelkräften

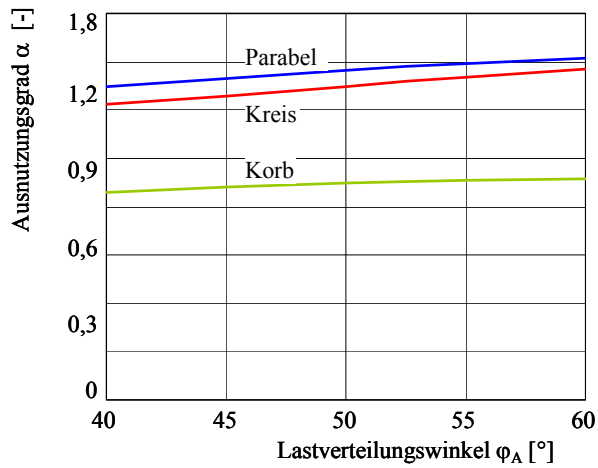
**Abb. 7-23: GAUSS-Normalverteilung in Abhängigkeit der Anzahl von Einzelkräften**

Die in Abb. 7-23 a) dargestellten, auf den Wert 1 normierten Verteilungen geben Auskunft über deren jeweilige Qualität. Abb. 7-23 b) zeigt hingegen die tatsächlichen Verteilungen. Beispielhaft wurden die Ordinaten bzw. Wichtungsfaktoren zu den Normalverteilungen mit 5 und 15 Ebenen hervorgehoben. Es zeigt sich eine erhebliche Differenz zwischen den Maximalordinaten in  $x = 0$ . Die Normalverteilung bei einer Aufteilung in 15 Einzelkräfte weist dagegen im Bereich des Maxima eine größere Dichte an Einzellasten auf, was die erwähnte Differenz zunächst unerheblich erscheinen lässt. Es wird ersichtlich, dass bereits eine Aufteilung in 7 Einzelkräfte eine GAUSS-Normalverteilung ausreichend gut wiedergibt. Im Folgenden soll der Einfluss des Lastverteilungswinkels unter variabler Anzahl der Einzelkräfte von 7, 11 und 15 betrachtet werden.

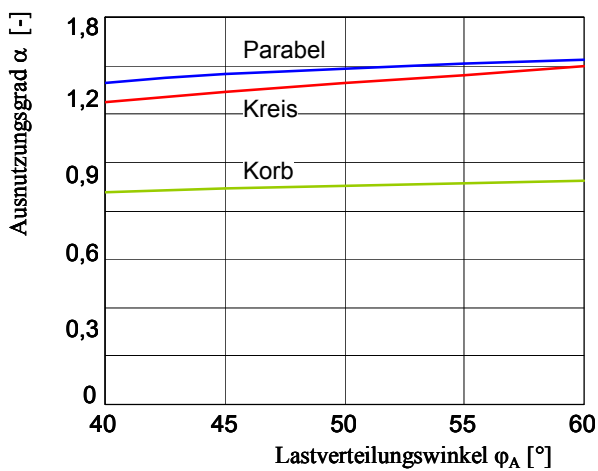
Hierzu wird  $\varphi_A$  im Bereich von  $40^\circ$  bis  $60^\circ$  in  $5^\circ$ -Schritten für jeweils 7, 11 und 15 Einzelkräfte in der GAUSS-normalverteilten Lastaufprägung variiert. Bei den Lastüberfahrten zur Ermittlung der in Abb. 7-4 bis Abb. 7-6 dargestellten ungünstigsten Laststellungen des LM 1 wurde allerdings ein Lastverteilungswinkel von  $60^\circ$  sowie eine Lastaufprägung mit 7 Einzelkräften verwendet. Eine Testüberfahrt ergab, dass bei der Verwendung einer Lastschrittweite von  $\Delta x = 0,20$  m und 15 Einzelkräften keine Abweichungen in der maßgebenden Laststellung resultieren.



a) 7 Einzelkräfte in der GAUSS-Verteilung



b) 11 Einzelkräfte in der GAUSS -Verteilung



c) 15 Einzelkräfte in der GAUSS -Verteilung

Abb. 7-24: Einfluss des Lastverteilungswinkels auf den Ausnutzungsgrad bei verschieden feiner Aufprägung der GAUSS-normalverteilten Verkehrslast



Abb. 7-24 zeigt das Verhalten des Ausnutzungsgrades der untersuchten Bogenformen für verschiedene Lastverteilungswinkel und unterschiedliche Teilungen der Verkehrslastlamellen in Einzelkräfte für die Erzeugung der GAUSS-normalverteilten Lastaufprägung. Bei einer Aufteilung der Lastlamellen in 7 Einzelkräfte (Abb. 7-24 a) nimmt der Ausnutzungsgrad bei einer Steigerung des Verteilungswinkels von  $40^\circ$  auf  $60^\circ$  nur geringfügig zu. Erfolgt die Lastaufprägung auf den Bogenrücken unter Abbildung der GAUSS-Normalverteilung mit 11 oder 15 vertikalen Einzellasten, so stellt sich eine deutlichere Zunahme von  $\alpha$  mit einer Steigerung von  $\varphi_A$  ein. Zudem nehmen die Ausnutzungsgrade unter Verwendung von 11 oder 15 Einzelkräften etwas geringere Werte gegenüber denen bei Gebrauch von 7 Einzelkräften an, wobei die zu beobachtende Abnahme des Ausnutzungsgrades ab dem in Abb. 7-24 b) dargestellten Fall mit 11 Einzellasten stagniert. Die Ursache für die Unterschiede in Qualität und Quantität der Ausnutzungsgrade wird in dem durch mehr Einzelkräfte dichter abgebildeten Maxima der GAUSS-Normalverteilung vermutet.

Die Verwendung von 7 Einzelkräften gewährleistet allerdings eine ausreichend genaue Verkehrslastaufprägung auf den Bogenrücken und liegt zudem gegenüber dem Gebrauch einer größeren Anzahl von Einzelkräften auf der sicheren Seite. Es bleibt festzustellen, dass die von BUSCH [31] herausgestellte hohe Sensitivität der Tragfähigkeit von Steinbogenbrücken bezüglich des Lastverteilungswinkels nicht bestätigt werden kann.

### 7.6.5 Tragverhalten der Bogenformen im Vergleich

Die Ergebnisse in den Abschnitten 7.6.1 bis 7.6.4 weisen teilweise erhebliche Unterschiede in den Ausnutzungsgraden der verschiedenen Bogenformen auf. Besonders deutlich wird dies bei der Untersuchung des Einflusses der Spannweite. Zur Erläuterung dieser Abweichungen wird im Folgenden das Tragverhalten der drei Bogenformen anhand der Stützlinien und überhöhten Verformungsbilder in Abb. 7-25 näher betrachtet.

Der Stützlinienverlauf im Korbbogen wird stark von dem stützenden Stampfbeton beeinflusst. Um dies zu veranschaulichen, wurde in Abb. 7-25 a) der geschätzte Verlauf im Bereich der Kämpfer exemplarisch gestrichelt dargestellt. Hieraus resultiert eine größere Spannweite bei gleich bleibendem Stich, woraus sich wiederum ein kleineres Stichhöhenverhältnis ergibt. Dies hat gemäß Abschnitt 7.6.1 eine größere Bruchlast und damit einen kleineren Ausnutzungsgrad zur Folge. Die in Abb. 7-25 a) im Kämpferbereich durchgezogen dargestellte Stützlinie im Bogen gilt nur für den Bogenquerschnitt selbst und resultiert aus der stützenden Wirkung des Stampfbetonzwickels. Um den tatsächlichen Verlauf im Kämpferbereich angeben zu können, müsste in diesem Bereich die Stützlinie nicht nur aus Integration der Hauptdruckspannungsverteilung im Mauerwerk, sondern im Mauerwerk und im Stampfbetonzwickel zusammen bestimmt werden. Für die Ermittlung des Ausnutzungsgrades im Bogenmauerwerk ist jedoch die bisherige Vorgehensweise korrekt. Die Berücksichtigung des Stampfbetons bedingt zudem eine gegenüber den anderen beiden Bogenformen dem Scheitel nähere Laststellung. Das dem Korbbogen zugehörige Verformungsbild zeigt eine der Stützlinie entsprechende Deformation des Bogens und veranschaulicht die stützende Funktion der Stampfbetonzwickel.

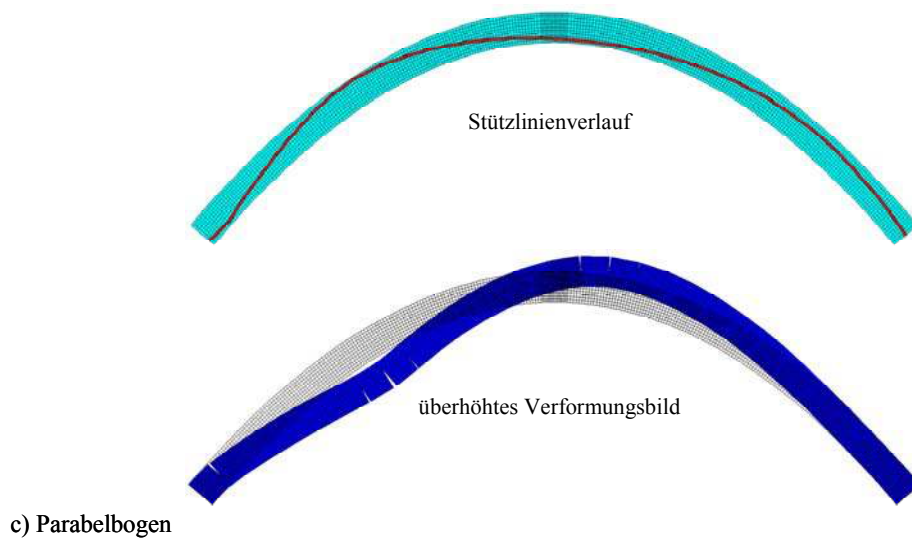
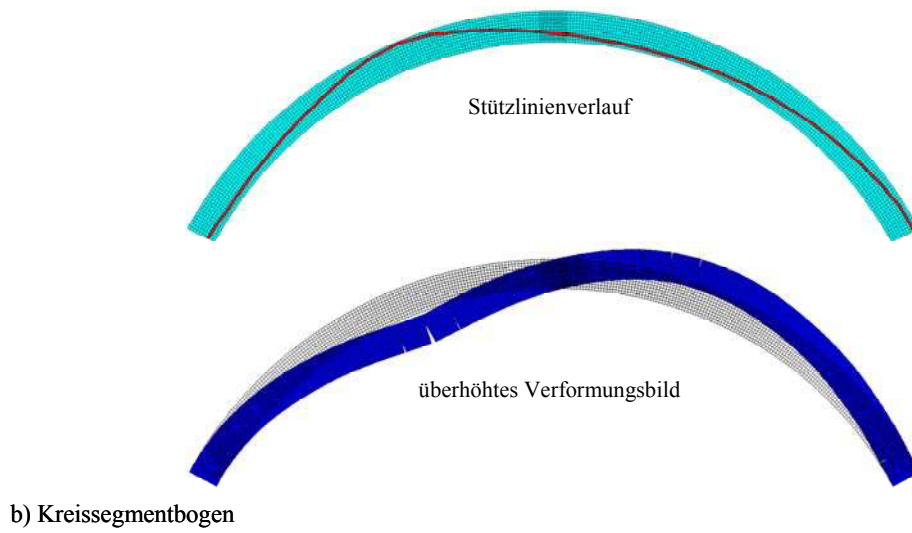
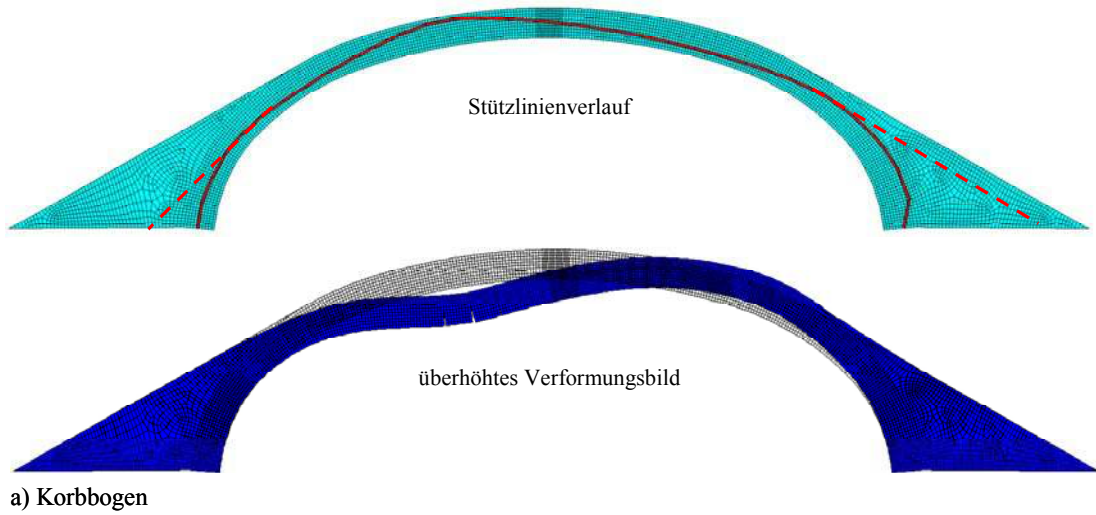
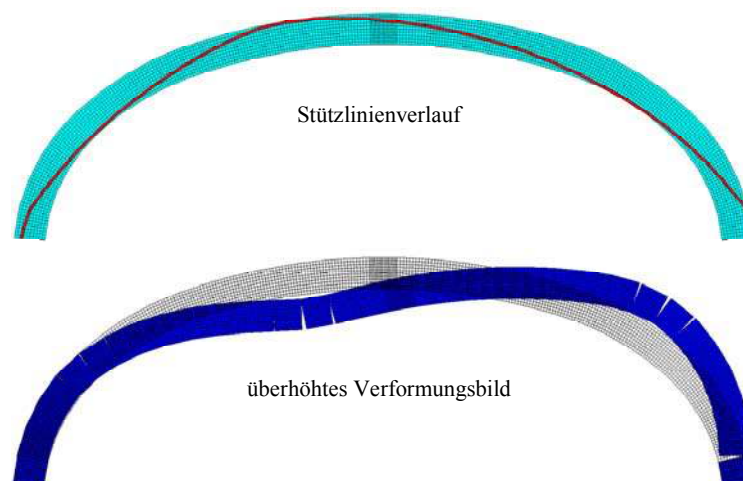


Abb. 7-25: Stützlinien und überhöhte Verformungsbilder im Bruchzustand,  $L = 20$  m,  $F/L = 0,3$ ; zugrunde liegende Stellung des LM 1 nach Anhang A

Auffällig bei den Stützlinienverläufen und Verformungsbildern der anderen Bogenformen ist die variierende Entfernung der maßgebenden Fuge vom linken Kämpfer. So zeigt die am stärksten klaffende Fuge des Parabelbogens den geringsten Abstand. Die Ursache hierfür liegt in der Krümmung des Bogens. Weist die Schwerachse des Kreissegmentbogens in allen Punkten eine konstante Krümmung auf, so nimmt beim Parabelbogen die Krümmung zum Scheitel hin zu und ist in Kämpfernähe im Vergleich zum Kreisbogen nur schwach ausgeprägt. In diesem nur mäßig gekrümmten Bereich kann der Parabelbogen der asymmetrisch angreifenden Verkehrslast nur wenig Widerstand leisten. Zudem muss die Stützlinie im Scheitelbereich wegen der dort stärker ausgebildeten Krümmung im Vergleich zum Kreissegmentbogen deutlicher umgelenkt werden. Hierdurch tangiert die Stützlinie den Scheitel des Parabelbogens an der Bogenunterkante. Aus dem Verformungsbild geht hervor, dass sich somit der Bogen im Scheitelbereich aufwölbt. Die Auffüllungshöhe ist dort jedoch am geringsten. Somit kommen zwei Faktoren zusammen, die den Parabelbogen für die Beanspruchung aus asymmetrisch angreifender Verkehrslast am wenigsten geeignet erscheinen lassen: zum einen die schwache Bogenkrümmung unter der Stellung des LM 1 und zum anderen die geringe Auffüllungshöhe über dem sich aufwölbenden Bogenabschnitt. Die am stärksten klaffende Fuge ist in allen beobachteten Fällen auch die Fuge, in welcher das Steinversagen festzustellen war. Sie liegt stets unter der dem Scheitel nächsten Achslast des LM 1.

Das korbformige Bogentragwerk erweist sich nur dann zur Abtragung von asymmetrisch ansetzenden Verkehrslasten als geeignet, wenn es entweder konisch ausgeführt oder in den Kämpferbereichen mit Stampfbetonzwickeln verzahnt ausgebildet ist. Abb. 7-26 zeigt den Stützlinienverlauf und das überhöhte Verformungsbild für den in Abb. 7-25 abgebildeten Korbbogen ohne Berücksichtigung des Stampfbetonzwickels. Die Stützlinie weist eine deutlich höhere Exzentrizität auf. Des Weiteren zeigt sich auf der lastabgewandten Seite ein erheblich stärkeres Aufwölben des Bogens. Die Ursache hierfür liegt in dem Fehlen der Auflast sowie der stützenden Wirkung des Stampfbetons.



**Abb. 7-26: Stützlinien und überhöhte Verformungsbilder im Bruchzustand des Korbbogens ohne Stampfbetonzwickel,  $L = 20$  m,  $F/L = 0,3$ , Stellung des LM 1 nach Anhang A**

Sehr auffällig sind die Abweichungen im Ausnutzungsgrad zu dem mit Stampfbetonzwickeln modellierten Korbbogen. Besitzt dieser einen Ausnutzungsgrad von  $\alpha = 0,96$ , so ergibt sich unter einem Weglassen des Stampfbetonzwickels ein Ausnutzungsgrad von  $\alpha = 3,7$  und ist damit beinahe viermal so groß. Die Tragfähigkeit eines Korbbogens läge somit sogar weit unter der des Parabelbogens.

Dem Verfasser erscheint in Anbetracht der unter den gewählten Parameterkombinationen durchgeführten Finite-Elemente-Berechnungen die kreissegmentförmige Bogengeometrie als die zur Aufnahme und Abtragung asymmetrischer Verkehrslasten geeignetste. Die im Anhang C dargestellte statistische Erhebung gibt dieser Aussage insofern Recht, als dass der überwiegende Anteil der Bogenbrücken eine kreissegmentförmige Geometrie aufweist.

## 8 Sicherheitskonzept

Bauwerke zählen zu den wenigen, wenn nicht zu den einzigen technischen Erzeugnissen, deren Nutzungsdauer die Lebensdauer eines Menschen in der Regel übersteigt [35]. Diese Aussage gilt insbesondere für historische Bogenbrücken aus Natursteinmauerwerk. Aufgrund dieser außerordentlich hohen Lebensdauer besteht die Möglichkeit, dass sich die Rahmenbedingungen während dieser Zeit ändern. So führen beispielsweise Materialalterung, Schädigung durch außergewöhnliche Einwirkungen und Erhöhung der Verkehrslasten heute zu der Anforderung einer statischen Nachrechnung historischer Bogenbrücken. Primäre Zielstellung ist die Sicherheit der Bauwerke. Im Bauwesen ist Sicherheit die qualitative Fähigkeit eines Tragwerkes, Einwirkungen zu widerstehen [32]. Natürlich kann ein Bauwerk nicht allen theoretisch möglichen Einwirkungen entgegenwirken, aber es muss den meisten in einem ausreichendem Maß widerstehen [33]. Daher ist es bei den außergewöhnlichen Einwirkungen gestattet, ein sogenanntes Restrisiko zu akzeptieren. Die Entscheidung, ob ein Bauwerk sicher ist oder nicht, muss mit einem quantitativen Maß erbracht werden. Die Zuverlässigkeit, welche in den gegenwärtigen Bauvorschriften als Wahrscheinlichkeit interpretiert wird, ist ein solches Maß. Anhand des Vergleiches von Wahrscheinlichkeiten ist somit eine Aussage bezüglich der Bauwerkssicherheit möglich.

Wahrscheinlichkeitstheoretische Grundlagen sind heute fester Bestandteil moderner Vorschriften im Bauwesen. Ziel ist die Ermittlung der Wahrscheinlichkeit bzw. eines äquivalenten Ersatzmaßes des Strukturverhaltens. Dies geschieht durch sogenannte wahrscheinlichkeitstheoretische bzw. probabilistische Berechnungen.

Die vorliegende Arbeit stützt sich hinsichtlich des Sicherheitskonzeptes auf [29]. In diesem Abschlussbericht wird ein Sicherheitskonzept für eine Belastung durch Straßenverkehr hergeleitet. Es ist nicht Ziel dieser Arbeit, die Ermittlung des Sicherheitskonzeptes, insbesondere der Bestimmung der Teilsicherheitsbeiwerte mit den in [29] verwendeten Verfahren in all deren Tiefen aufzuarbeiten und darzulegen. Vor der Diskussion der in [29] durchgeführten Zuverlässigkeitsanalyse sowie deren Ergebnisse sollen jedoch des Verständnisses wegen zunächst einige Grundbegriffe der Zuverlässigkeitstheorie erläutert werden. Danach erfolgt eine grobe Darstellung der in [29] verwendeten Verfahren, wobei sich hier auf die jeweiligen Grundprinzipien beschränkt wird.

Die folgenden Ausführungen beruhen weitestgehend auf [29, 34, 35, 36, 37, 38, 32, 33].

## 8.1 Grundlagen der Zuverlässigkeitstheorie für Tragwerke

### 8.1.1 Verteilungsfunktion, Verteilungsdichte und Momente [37, 38]

In der Statistik heißt eine Gesamtheit von Beobachtungen oder Versuchen unter gleichen Bedingungen Grundgesamtheit. Jeder einzelne Versuch oder jede einzelne Beobachtung ist ein Element dieser Grundgesamtheit. Ein solches Element kann hinsichtlich verschiedener Merkmale, die als Zufallsgrößen oder Zufallsvariablen zu verstehen sind, untersucht werden. Im Rahmen von statistischen Untersuchungen betrachtet man immer nur eine Teilmenge von Elementen einer Grundgesamtheit. Eine solche Teilmenge wird als Stichprobe und die Anzahl  $n$  der in ihr enthaltenen Elemente als Umfang der Stichprobe bezeichnet. Beispielsweise bilden die Sandstein-Quadersteine einer Bogenbrücke eine Grundgesamtheit. Jede beliebig herausgegriffene Zone ist ein Element dieser Grundgesamtheit. Dies kann z.B. ein entnommener Bohrkern sein. Entnimmt man am bestehenden Tragwerk eine bestimmte Menge von Bohrkernen, bilden diese die Stichprobe. Als zu beobachtendes Merkmal kommt beispielsweise die Spaltzugfestigkeit in Betracht. Diese stellt somit eine zu untersuchende Zufalls- bzw. Basisvariable dar. Die Ergebnisse solcher Stichproben lassen sich als Histogramme gut veranschaulichen. Hierbei werden über festgelegte Intervalle des betrachteten Merkmals die dazugehörigen relativen Häufigkeiten aufgetragen. Ebenso lässt sich eine Stichprobe mit Hilfe der Darstellung als Summenhäufigkeit veranschaulichen, welche nichts anderes als die Integration des Histogramms ist. Abb. 8-1 zeigt exemplarisch ein Histogramm und dessen zugehörige Summenhäufigkeit am Beispiel von Betondruckfestigkeiten.

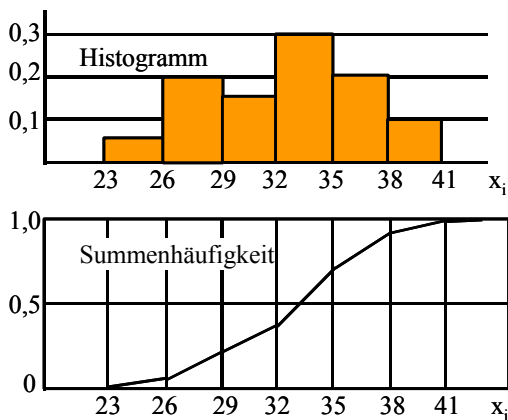


Abb. 8-1: Histogramm und Summenhäufigkeit am Beispiel von Betondruckfestigkeiten [37]

Ein Histogramm kann durch wenige charakteristische Parameter beschrieben werden. Solche Parameter werden auch als Momente bezeichnet. Diese wären: Mittelwert, Varianz, Standardabweichung, Schiefe, Exzess usw. In der Regel genügen die beiden erstgenannten Parameter.

Das arithmetische Mittel berechnet sich wie folgt:

$$\text{Gl. 8-1} \quad m_X = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$$

Als Maß für die Streuung ermittelt sich die Varianz zu:

$$\text{Gl. 8-2} \quad V_X = s_X^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - m_X)^2$$

Die sogenannte Standardabweichung ermittelt man aus der Wurzel der Varianz, also:

$$\text{Gl. 8-3} \quad s_X = \sqrt{V_X}$$

Die Standardabweichung hat hierbei dieselbe Dimension wie das Merkmal selbst.

Der Variationskoeffizient beträgt:

$$\text{Gl. 8-4} \quad v_X = \frac{s_X}{m_X}$$

Er ist im Gegensatz zur Standardabweichung und zur Varianz eine dimensionslose Größe. Zur Berechnung von Schiefe und Exzess wird auf die Literatur verwiesen [z.B. 37].

Histogramme und Summenkurven verlieren mit steigendem Umfang der Stichprobe immer mehr ihren treppenförmigen bzw. polygonförmigen Charakter und sind zunehmend stetige Funktionen des Merkmals  $x$ . Es ist daher nahe liegend, diese Funktionen durch Verteilungen zu ersetzen, da mit diesen wesentlich einfacher gerechnet werden kann. Man spricht dann von der Verteilungsdichte  $f_X(x)$ , die ihre Entsprechung im Histogramm hat, und von der Verteilungsfunktion  $F_X(x)$ , welche der Summenkurve gleichkommt. Verschiedene Arten von Verteilungsdichten und -funktionen sind in Abb. 8-2 dargestellt.

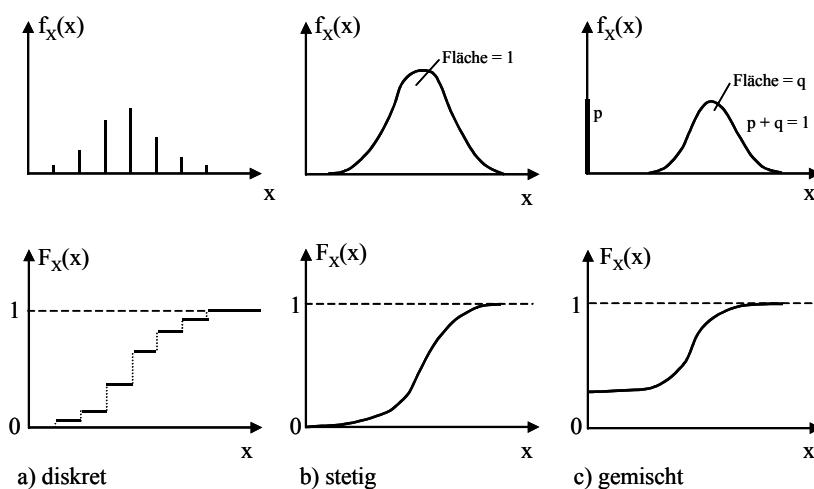


Abb. 8-2: Beispiele für versch. Arten von Verteilungsdichten  $f_X(x)$  und -funktionen  $F_X(x)$  [38]

Der Wert der Verteilungsfunktion  $F_X(x)$  an der Stelle  $x$  ist gleich der Wahrscheinlichkeit, dass die Zufallsgröße  $X$  einen Wert annimmt, der kleiner oder gleich  $x$  ist. Durch die Verteilungsfunktion  $F_X(x)$  ist die Zufallsgröße  $X$  vollständig charakterisiert.

Zur vereinfachten Beschreibung einer Zufallsgröße dienen die bereits erwähnten Momente. Für kontinuierliche Verteilungen sind Mittelwert und Standardabweichung mathematisch folgendermaßen definiert:

$$\text{Gl. 8-5} \quad \mu_X = E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f_X(x) dx$$

$$\text{Gl. 8-6} \quad \sigma_X^2 = V(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x_i - \mu_X)^2 \cdot f_X(x) dx$$

Hinsichtlich der Momente höherer Ordnung wird auch hier auf die Literatur verwiesen. Weiterhin können die Standardabweichung  $\sigma_X$  und der dimensionslose Variationskoeffizient  $v_X$  abgeleitet werden:

$$\text{Gl. 8-7} \quad \sigma_X = \sqrt{\sigma_X^2}$$

$$\text{Gl. 8-8} \quad v_X = \frac{\sigma_X}{\mu_X}$$

Im Bauwesen verwendet man innerhalb der angewandten Sicherheitskonzepte heutiger Normengenerationen charakteristische Werte der Zufallsvariablen, den Quantil- bzw. Fraktilwert. Auf der Widerstandsseite werden untere Werte mit geringer Unterschreitungswahrscheinlichkeit und auf der Einwirkungsseite obere Werte mit einer kleinen Überschreitungs- bzw. hoher Unterschreitungswahrscheinlichkeit vorgesehen. Ist  $F(x)$  die Verteilungsfunktion der Variablen und  $p$  die Wahrscheinlichkeit, mit der der Quantilwert unterschritten wird, so berechnet sich dieser aus:

$$\text{Gl. 8-9} \quad F(X_p) = P(X \leq x_p) = p$$

$$\text{Gl. 8-10} \quad x_p = F^{-1}(p) = \mu_X + k_X \cdot \sigma_X = \mu_X \cdot (1 + k_X \cdot v_X)$$

Hierbei ist  $k_X$  ein vom Verteilungstyp abhängiger Faktor, der angibt, um welches Vielfache der Standardabweichung sich der gewählte Quantilwert vom Mittelwert entfernt befindet. In [38] sind für verschiedene Typen von Verteilungsfunktionen die Funktionen für  $k_X$  angegeben. Das 50%-Fraktil wird auch als Median (Mittelwert) bezeichnet. Als Modalwert wird der Maximalwert der Verteilungsdichte ausgedrückt.

### Wichtige Verteilungstypen [37]

Es ist zunächst zwischen symmetrischen und asymmetrischen (schiefen) Verteilungstypen zu unterscheiden. Die wichtigste symmetrische Verteilung ist die GAUSS'sche Normalverteilung. Sie gibt viele Sachverhalte aus Natur und Technik mit guter Näherung wieder. Die Verteilungsdichte der Normalverteilung ist:

$$\text{Gl. 8-11} \quad f_X(x) = \frac{1}{\sigma_X \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-0,5 \cdot ((x-\mu_X)/\sigma_X)^2} \quad -\infty \leq x \leq +\infty$$

Viele Merkmale der Natur, so insbesondere Extremwerte, haben allerdings auch schiefe Verteilungen. Von praktischer Bedeutung sind beispielsweise die mathematisch definierten Verteilungen Log-Normalverteilung, GUMBEL-Verteilung und die WEIBULL-Verteilung. Die GUMBEL-Verteilung gilt für Größtwerte (z.B. Verkehrslasten). Sind Kleinstwerte, wie Materialfestigkeitskennwerte, von Bedeutung, so eignen sich zur Beschreibung dieser die Log-Normalverteilung und die WEIBULL-Verteilung. Die entsprechenden Formeln finden sich in der Literatur [z.B. 37, 38].

## Korrelation und Regression

Betrachtet man beispielsweise die Steindruck- und die Steinzugfestigkeit, so stellt sich die Frage einer Abhängigkeit zwischen beiden Zufallsvariablen. Dies kann mit Hilfe des dimensionslosen Korrelationskoeffizienten  $\rho$ , der sich aus der Kovarianz  $\sigma_{X,Y}$  ermittelt, geprüft werden [37]:

$$\text{Gl. 8-12} \quad \sigma_{X,Y} = \frac{1}{n-1} \sum (x_i \cdot y_i) - (m_X \cdot m_Y)$$

$$\text{Gl. 8-13} \quad \rho = \frac{\sigma_{X,Y}}{\sigma_X \cdot \sigma_Y} \quad -1 \leq \rho \leq +1$$

Von vollständig positiver Korrelation spricht man im Falle  $\rho = 1$ . Für  $\rho = -1$  ist von vollständig negativer Korrelation die Rede. Ergibt sich  $\rho = 0$ , so sind die Variablen unkorreliert, daher unabhängig voneinander. In dem dazwischen liegenden Bereich liegt eine teilweise Korrelation vor. Der beschriebene Korrelationskoeffizient gibt nur über eine mögliche lineare Korrelation Auskunft. Korrelationen höherer Ordnung lassen sich mit dem Auge anhand eines Histogramms in der Draufsicht erkennen.

Liegt eine Korrelation vor, so kann man mittels Regression die eine Variable durch die andere ausdrücken. So sind beispielsweise die lineare Regression nach der Methode der Minimierung der Fehlerquadrate und die Regression höherer Ordnung zu nennen. Exemplarische Beispiele für Korrelation und Regression zeigt Abb. 8-3.

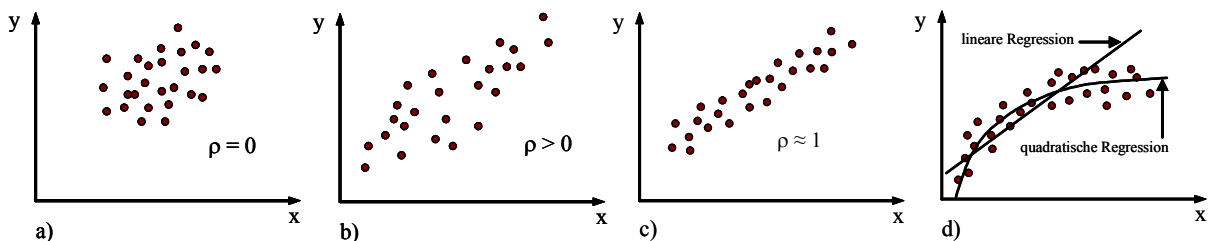


Abb. 8-3: a) keine Korrelation, b) teilweise pos. Korrelation, c) annähernd volle pos. Korrelation und d) lineare und quadratische Regression



## 8.2 Probabilistische Näherungsverfahren

Bei der Sicherheitsbewertung von Tragwerken nach einem bestimmten Kriterium geht man davon aus, dass grundsätzlich nur zwei Zustände möglich sind: Versagen und Überleben. Unter dem Versagen versteht man die Überschreitung definierter Grenzzustände der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit. Die Einhaltung entsprechender Kriterien wird hingegen als Überleben interpretiert. Als Vergleichsmaß hat sich im Bauingenieurwesen die Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$  etabliert. Das Komplement zur Versagenswahrscheinlichkeit ist die Überlebenswahrscheinlichkeit:  $P_s = 1 - P_f$ . Grundaufgabe der Zuverlässigkeitstheorie ist die Berechnung der Versagens- oder Überlebenswahrscheinlichkeit. Die folgenden Ausführungen orientieren sich weitestgehend an [29, 35, 36, 37].

Zunächst soll auf den Sonderfall normalverteilter Zufallsvariablen und linearer Grenzzustandsgleichung eingegangen werden. Abb. 8-4 zeigt die Beanspruchung  $S$  (stress) und den Widerstand  $R$  (resistance) unter Berücksichtigung ihrer jeweiligen statistischen Streuung. Die Darstellung der Variablen erfolgt über die Modellierung ihrer Wahrscheinlichkeitsdichten  $f_S(s)$  und  $f_R(r)$ .

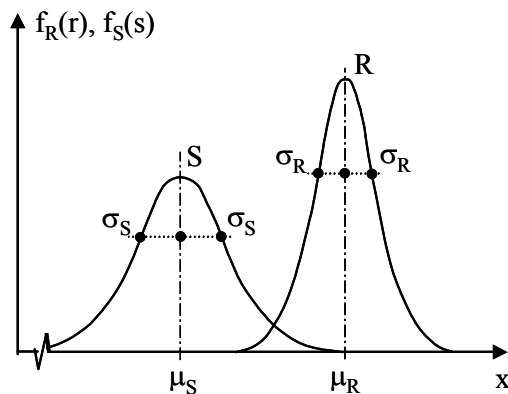


Abb. 8-4: Wahrscheinlichkeitsdichten von R und S

Die zu erkennende Überschneidung beider Wahrscheinlichkeitsdichten lässt den Schluss zu, dass eine bestimmte Wahrscheinlichkeit existiert, bei der die Beanspruchung den Widerstand übertrifft. Beim Nachweis der Tragsicherheit ist daher zu prüfen, ob die Beanspruchung  $S$  kleiner als der Widerstand  $R$  ist:  $S < R$ . Hieraus ergibt sich die sogenannte Grenzzustandsgleichung:

$$\text{Gl. 8-14} \quad G = R - S \geq 0$$

Sie trennt den akzeptierten Bereich von dem Versagensbereich. Versagen ist durch die Versagensbedingung definiert als:  $G < 0$ . Wie bereits erwähnt, ist im Rahmen der Zuverlässigkeitstheorie die Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$  von Interesse. Nach den Regeln der Wahrscheinlichkeitsberechnung ist die Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f = P(g(x) < 0)$  gleich dem Integral der Verbundwahrscheinlichkeitsdichte  $f_X^{(n)}(x)$ :

$$\text{Gl. 8-15} \quad P_f = \int_{x|g(x)<0} f_n(x) dx$$

Dieses Integral lässt sich für den Spezialfall lösen, dass alle Zufallsvariablen normalverteilt sind und die Grenzzustandsfunktion  $g(x)$  linear ist. Diese Integration kann daher nicht als universell anwendbares Verfahren zur Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit angesehen werden. Aus diesem Grund gab es in der Vergangenheit Bemühungen, die Zuverlässigkeit von Tragwerken mit einfachen, aber genügend genauen Näherungsverfahren zu bestimmen.

Nachfolgend soll die Methode nach CORNELL (entnommen aus [37]) vorgestellt werden. Dieses Verfahren geht von der Grenzzustandsgleichung  $G = R - S$  aus und führt beide Variablen mit Mittelwert und Standardabweichung in die Berechnung ein. Die Versagenswahrscheinlichkeit lässt sich bestimmen, indem zur Beschreibung des Problems die sogenannte Sicherheitsmarge eingeführt wird:

$$\text{Gl. 8-16} \quad M = R - S$$

Diese Marge ist gemäß dem Zentralen Grenzwertsatz als Summe von zwei normalverteilten Variablen  $R$  und  $S$  wieder eine normalverteilte Variable und stellt die Grenzzustandsfunktion dar ( Abb. 8-5).

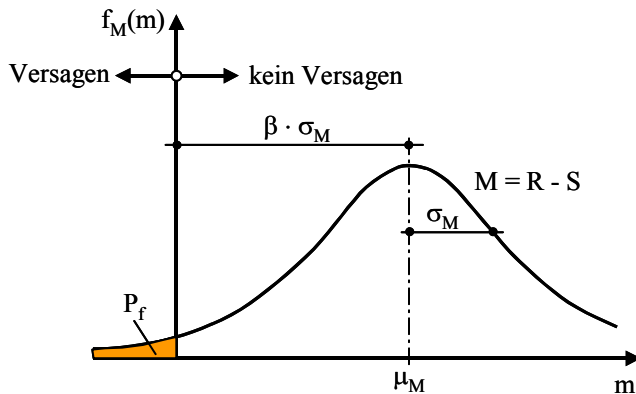


Abb. 8-5: Verteilungsfunktion der Sicherheitsmarge  $M$ , Zuverlässigkeitsindex  $\beta$

Die Versagenswahrscheinlichkeit ist damit gleich der Wahrscheinlichkeit, dass  $M < 0$  wird:

$$\text{Gl. 8-17} \quad P_f = P(M = R - S < 0)$$

Unter der Voraussetzung, dass  $R$  und  $S$  unkorrelierte Parameter sind, ergeben sich Mittelwert und Standardabweichung von  $M$  zu:

$$\text{Gl. 8-18} \quad \mu_M = \mu_R - \mu_S$$

$$\text{Gl. 8-19} \quad \sigma_M = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}$$

Aus diesen beiden Momenten der Sicherheitsmarge ist der in Abb. 8-5 dargestellte sogenannte Sicherheits- oder auch Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  ermittelbar:

$$\text{Gl. 8-20} \quad \beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M}$$

Dieser gibt Auskunft darüber, wie oft die Standardabweichung zwischen Nullpunkt und Mittelwert eingefügt werden kann. Der Sicherheitsindex  $\beta$  hat sich als alternative Vergleichsgröße gegenüber der Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$ , mit deren außerordentlich kleinen Zahlenwerten, etabliert, da  $\beta$  den Vorteil besserer Handhabbarkeit und weniger empfindlicher Zahlenwerte bietet. Der Zusammenhang zwischen  $\beta$  und der Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$  lautet:

$$\text{Gl. 8-21} \quad p_f = \Phi(-\beta)$$

$\Phi$  symbolisiert hierbei die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung mit  $\mu = 0$  und  $\sigma = 1$ .

Aus in der Literatur [z.B. 37] verfügbaren Tabellen für die Standardnormalverteilungen kann in Abhängigkeit von  $\beta$  die Versagenswahrscheinlichkeit entnommen werden. Zur rechnerischen Bewertung der Tragwerkssicherheit sind, um die Wahrscheinlichkeit eines Versagens zu begrenzen, in der neuen Normengeneration konkrete  $\beta$ -Zielwerte vorgegeben. Diese quantifizieren ein von der Gesellschaft akzeptiertes Risiko in Abhängigkeit von der Entwurfslebensdauer. Auf diese  $\beta$ -Zielwerte wird später noch eingegangen (vgl. DIN 1055-100).

Auskunft darüber, welches Gewicht eine bestimmte Zufallsvariable am Wert der Versagenswahrscheinlichkeit hat, geben die sogenannten Wichtungsfaktoren  $\alpha_i$ :

$$\text{Gl. 8-22} \quad \alpha_R = \frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}$$

$$\text{Gl. 8-23} \quad \alpha_S = \frac{\sigma_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}$$

Es gilt:

$$\text{Gl. 8-24} \quad \alpha_R^2 + \alpha_S^2 = 1$$

Aus der vorgestellten Methode lässt sich eine Bemessungsgleichung gewinnen, aus der wiederum Teilsicherheitsfaktoren ermittelbar sind. Hierbei gilt es, den in der jeweiligen Norm geforderten  $\beta$ -Zielwert  $\beta_0$  einzuhalten, also:

$$\begin{aligned} \beta &\geq \beta_0 \\ \mu_R - \mu_S &\geq \beta_0 \cdot \sigma_M \\ &\geq \beta_0 \cdot \frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \cdot \sigma_R + \beta_0 \cdot \frac{\sigma_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \cdot \sigma_S \\ &\geq \beta_0 \cdot \alpha_R \cdot \sigma_R + \beta_0 \cdot \alpha_S \cdot \sigma_S \end{aligned}$$

Ordnet man die Terme nach R und S, erhält man:

$$\mu_R - \alpha_R \cdot \beta_0 \cdot \sigma_R \geq \mu_S + \alpha_S \cdot \beta_0 \cdot \sigma_S$$

$$\text{Gl. 8-25} \quad \mu_R \cdot (1 - \alpha_R \cdot \beta_0 \cdot v_R) \geq \mu_S \cdot (1 + \alpha_S \cdot \beta_0 \cdot v_S)$$

Diese Bedingung lässt sich folgendermaßen abkürzen:

$$\text{Gl. 8-26} \quad r^* \geq s^*$$

Der Bemessungswert des Widerstandes  $r^*$  muss demnach größer sein, als der Bemessungswert der Einwirkung  $s^*$ . Die Bemessungswerte geben Auskunft über die Koordinaten des Bemessungspunktes. Aus Gl. 8-25 lassen sich Teilsicherheitsbeiwerte auf Basis der Mittelwerte  $\mu_R$  und  $\mu_S$  berechnen. Da die jeweiligen Bemessungswerte die gleichen sein müssen, können über einfache Verhältnissgleichungen auf Fraktilwerte beruhende Teilsicherheitsbeiwerte bestimmt werden. Das Vorgehen sei für den Teilsicherheitsbeiwert auf der Widerstandsseite exemplarisch gezeigt.

Der Teilsicherheitsbeiwert auf Basis des Mittelwertes  $\mu_R$  ergibt sich zu:

$$\gamma_{R,\mu} = \frac{1}{1 - \alpha_R \cdot \beta_0 \cdot v_R}$$

Die Forderung gleicher Bemessungswerte führt zu der Verhältnisgleichung:

$$\frac{\mu_R}{\gamma_{R,\mu}} = \frac{R_p}{\gamma_R} \quad \text{mit } R_p \text{ als Fraktilwert des Widerstands}$$

Der auf den Fraktilwert beruhende Teilsicherheitsbeiwert ist damit:

$$\gamma_R = \frac{\gamma_{R,\mu} \cdot R_p}{\mu_R}$$

$$\gamma_R = \frac{\mu_R \cdot (1 + k_R \cdot v_R)}{(1 - \alpha_R \cdot \beta_0 \cdot v_R) \cdot \mu_R}$$

**Gl. 8-27** 
$$\gamma_R = \frac{1 + k_R \cdot v_R}{1 - \alpha_R \cdot \beta_0 \cdot v_R}$$

Bei entsprechender Vorgehensweise für die Einwirkungsseite ergibt sich der Teilsicherheitsbeiwert zu:

**Gl. 8-28** 
$$\gamma_S = \frac{1 + \alpha_R \cdot \beta_0 \cdot v_R}{1 + k_R \cdot v_R}$$

Die Teilsicherheitsfaktoren sind damit eine Funktion des angestrebten Sicherheitsniveaus  $\beta_0$  und reagieren auf die Größe der Standardabweichung bzw. des Variationskoeffizienten  $v$ . Den Einfluss der Variablen berücksichtigen sie anhand des Wichtungsfaktors  $\alpha$ .

### Räumliche Visualisierung der Verbundwahrscheinlichkeitsdichte für zwei Zufallsvariablen

Abb. 8-6 a) zeigt für das zweidimensionale Problem die Aufteilung des sogenannten Originalraumes ( $x$ -Raum) der Zufallsvariablen  $R$  und  $S$  durch die  $n$ -dimensionale Grenzzustandsgleichung  $g(x) = 0$  in einen sicheren Überlebens- und einen unsicheren Versagensbereich. Im Überlebensbereich gilt  $g(x) > 0$ , außerhalb  $g(x) < 0$ . Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der einzelnen Zufallsvariablen kann man multiplikativ verknüpfen, um daraus die Verbundwahrscheinlichkeitsdichte zu erhalten. Diesem Sachverhalt wurde bereits mit Gl. 8-15 vorgegriffen. Sie bildet in Abhängigkeit von der Anzahl der Zufallsvariablen und dem Verhalten der Verteilungsdichtefunktionen ein mehrdimensionales Volumen. Das Volumen selbst, daher das Integral über alle Zufallsvariablen von  $-\infty$  bis  $+\infty$ , hat stets den Wert 1. Im probabilistischen Sinne werden demnach alle möglichen Tragwerkszustände abgedeckt, die nach der Modellvorstellung probabilistisch fassbar sind. Durch die Grenzzustandsfunktion, welche in dieser Arbeit die Tragfähigkeit von Bogenbrücken beschreibt, wird das Volumen in zwei Teile geschnitten. Der eine Teil des Volumens ist die Überlebenswahrscheinlichkeit, der andere, im Bauwesen bedeutend kleinere, die Versagenswahrscheinlichkeit (Gl. 8-15). Der Bemessungspunkt liegt auf der Grenzzustandsfunktion im Bereich des Maximums der Verteilungsdichte, welche entlang der Grenzzustandsgleichung verläuft. Dort tritt am ehesten Versagen ein. Abb. 8-6 b) kann die räumliche Darstellung der Verbundwahrscheinlichkeitsdichte für zwei Zufallsvariablen entnommen werden.

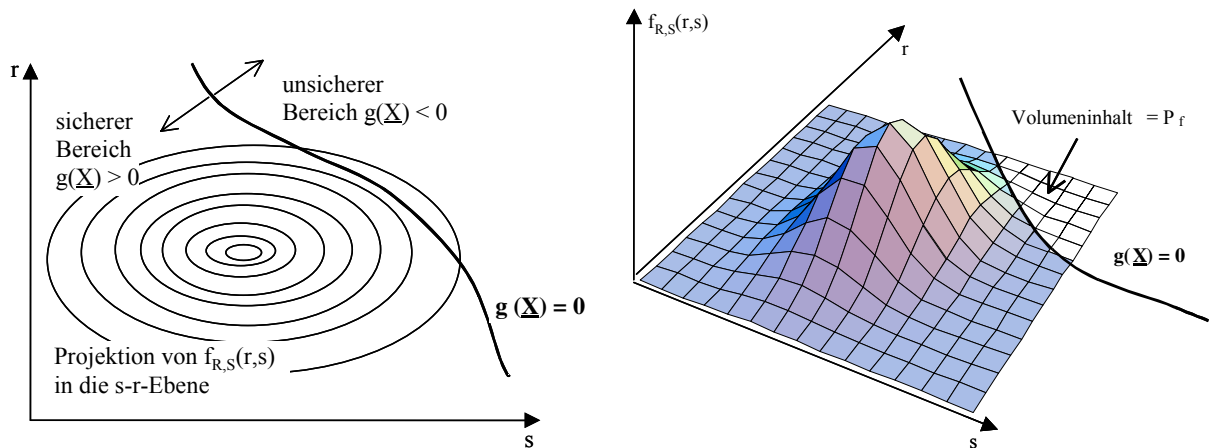


Abb. 8-6: a) Zweidimensionale und b) räumliche Darstellung der Wahrscheinlichkeit des Überschreitens eines Grenzzustandes, welcher eine Funktion der Einwirkung  $S$  und des Widerstandes  $R$  eines Tragwerkes ist [29]

### FORM [29, 36, 37, 35]

Ein wesentlicher Nachteil der vorgestellten Methode nach CORNELL ist das Invarianzproblem. Dieses besteht darin, dass das Ergebnis der Berechnung nach CORNELL von der Schreibweise der Grenzzustandsgleichung abhängt. Weiterhin gilt dieses Verfahren ausschließlich für zwei normalverteilte Zufallsvariablen und eine lineare Grenzzustandsgleichung. Wählt man jedoch für die Widerstandseite beispielsweise die Log-Normalverteilung und für die Einwirkungsseite die GUMBEL-Verteilung, so muss man sich anderer Verfahren bedienen. Ein solches ist das Lösungsverfahren nach Zuverlässigkeitstheorie I. Ordnung (FORM = First Order Reliability Method), welches bei der Ermittlung der Teilsicherheitsbeiwerte in [29] Anwendung fand und im Folgenden in seinen Grundzügen beschrieben wird. Auf eine formelmäßige Beschreibung der Teilschritte wird an dieser Stelle bewusst verzichtet. Der Berechnungsalgorithmus kann unter anderem SPAETHE [38] entnommen werden.

Ziel des probabilistischen Näherungsverfahrens FORM ist nicht mehr die Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit an sich, sondern des Sicherheitsindex  $\beta$ . Dieser ist, wie bereits im Rahmen des Vorgehens nach CORNELL erläutert, ein repräsentatives Längenmaß für die Versagenswahrscheinlichkeit bzw. das von der Grenzzustandsgleichung abgetrennte Volumen gemäß  $P_f = \Phi(-\beta)$ . Im Vordergrund steht daher nicht die mehrdimensionale Integration, sondern die Lösung der Extremwertaufgabe, den geringsten Abstand zwischen der Grenzzustandsgleichung  $g(x)$  und dem Koordinatenursprung im GAUSS-Raum zu finden, d.h. den Sicherheitsindex  $\beta$ . In dem besagten GAUSS-Raum folgt jede Basisvariable einer standardisierten GAUSS-Normalverteilungsdichtefunktion. Eine standardisierte Dichtefunktion hat den Mittelwert Null und die Standardabweichung Eins [34]. Hierdurch ist das oben genannte Invarianzproblem gelöst [37]. Die Methode der Standardisierung von Basisvariablen in dem GAUSS-Raum wurde von HASOFER und LIND [39] entwickelt. Weiterhin geht FORM davon aus, dass die Grenzzustandsfunktion vernachlässigbare kleine Krümmungen aufweist und deswegen punktwise linearisiert werden kann. Nicht normalverteilte Basisvariablen werden vor der Überführung in den GAUSS-Raum an der Stelle des Bemessungspunktes  $x_i^*$  durch eine äquivalente normalverteilte Zufallsvariable ersetzt, welche im Bemessungspunkt gleiche Funktionswerte der Wahrscheinlichkeitsdichte und Wahrscheinlichkeitsverteilung aufweist (Abb. 8-7). Nicht identisch sind hingegen Mittelwert und Standardabweichung von Originalverteilung und deren äquivalente Normalverteilung. Diese beiden Parameter gilt es daher zuerst zu bestimmen.

Anschließend beginnt, basierend auf einem zunächst geschätzten Bemessungswert, die iterative Suche nach dem anhand eines festgelegten Konvergenzkriteriums definierten endgültigen Bemessungspunkt. Von RACKWITZ und FIEBLER wurde ein anschaulicher Algorithmus angegeben, welcher heute weite Verbreitung in der Zuverlässigkeitsbestimmung von Tragwerken gefunden hat.

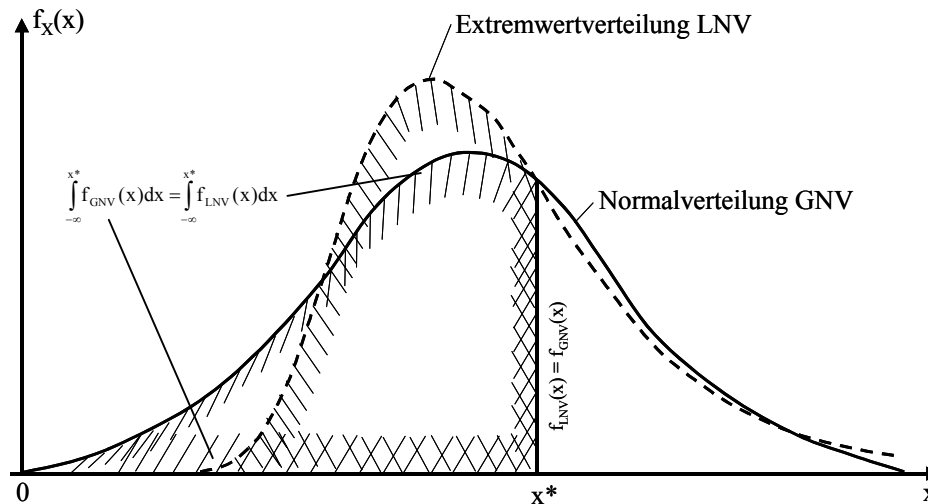


Abb. 8-7: Annäherung einer Extremwertverteilung durch eine Normalverteilung dergestalt, dass im Bemessungspunkt  $x_i^*$  Verteilungsdichten und -funktionen übereinstimmen [in Anlehnung an 38]

Verfahren von RACKWITZ-FIEBLER [38]:

1. Setze den Iterationszähler auf Null und wähle einen vorläufigen Bemessungspunkt.
2. Rechne alle nicht normalverteilten Zufallsvariablen näherungsweise in normalverteilte Variablen anhand von Mittelwert und Standardabweichung auf Basis des geschätzten Bemessungspunktes um.
3. Berechne anhand des in Schritt 2 ermittelten, dem GAUSS-Raum zugehörigen Mittelwertes und der dazugehörigen Standardabweichung den zugehörigen Wert des geschätzten Bemessungspunktes im GAUSS-Raum.
4. Transformiere die Grenzzustandsgleichung des  $x$ -Raumes (Originalraum)  $g(x)$  in den  $y$ -Raum (GAUSS-Raum)  $h(y)$  und berechne deren Ableitung im in Schritt 3 ermittelten Bemessungspunkt des GAUSS-Raumes.
5. Ersetze die in 4. bestimmte, infolge Transformation nichtlineare Grenzzustandsgleichung des GAUSS-Raumes  $h(y)$  durch die Tangentialhyperebene im Bemessungspunkt des  $y$ -Raumes anhand der Berechnung deren Koeffizienten.
6. Mit den Koeffizienten der Tangentialhyperebene kann ein neuer Näherungswert für den Bemessungspunkt im Originalraum geschätzt werden.
7. Prüfe, ob ein festgelegtes Konvergenzkriterium erfüllt ist und der gefundene Näherungswert des Bemessungspunktes im Originalraum dem in Schritt 1 geschätzten weitestgehend gleicht. Wird das Kriterium nicht erfüllt, so führe die Iteration mit Schritt 2 fort.

Die ausführliche mathematische Beschreibung des RACKWITZ-FIEBLER-Verfahrens kann [38] entnommen werden. Das Ergebnis dieser Berechnung sind nicht nur der Sicherheitsindex  $\beta$ , sondern auch die Werte der Zufallsvariablen im GAUSS-Raum  $y_1^*$  und  $y_2^*$  (Abb. 8-8), unter denen der geringste Abstand zwischen Koordinatenursprung und Grenzzustandsgleichung erreicht wird.

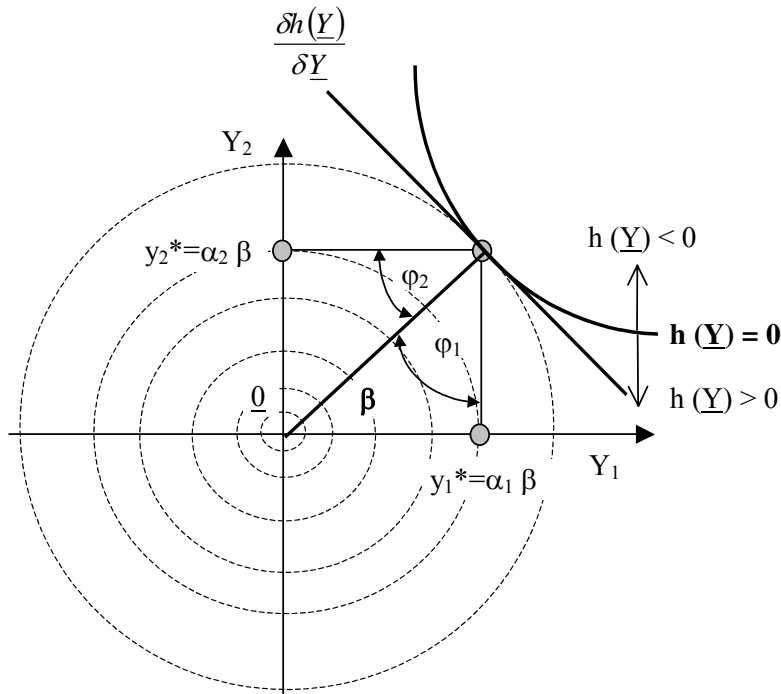


Abb. 8-8: Definitionen im Standardraum,  $y$  steht für die transformierten und normierten Zufallsgrößen,  $h(y)$  ist die Grenzzustandsgleichung im Normalraum [36]

Zurück in die Originalfunktion transformiert entsprechen sie denjenigen Werten der Zufallsvariablen, bei denen die Versagenswahrscheinlichkeit ihr Maximum erreicht. Sie beschreiben im  $x$ -Raum den Punkt des wahrscheinlichsten Versagens, den sogenannten Bemessungspunkt. Aus diesem Grund bezeichnet man diese Werte als Bemessungswerte. Dem Bauingenieur ist der Begriff des Bemessungswertes aus heutigen Normen bekannt. Eine wesentliche Eigenschaft des Bemessungspunktes ist, dass man aus Division durch den charakteristischen Wert der Zufallsvariable, welcher einem normativ gegebenen oder statistisch bestimmten Fraktile entspricht, den zugehörigen Teilsicherheitsfaktor  $\gamma$  ermitteln kann:

$$\text{Gl. 8-29} \quad \gamma_s = \frac{x^*}{x_k}$$

Ein bekanntes Kernproblem normativer Sicherheitskonzepte besteht darin, die Teilsicherheitsfaktoren dergestalt festzulegen, dass in der Praxis mit den auftretenden Schwankungen von  $x^*$  und  $\alpha$  der geforderte  $\beta$ -Wert mindestens erreicht wird. Es gilt, Tragwerke so sicher wie nötig zu bemessen, jedoch unter Einbezug wirtschaftlicher Gesichtspunkte Übersicherheiten zu begrenzen. Insbesondere hinsichtlich der Tragsicherheitsbewertung historischer Bogentragwerke. Hieraus ergibt sich ein wesentlicher Zusammenhang bei der Sicherheitsbewertung bestehender Steinbogenbrücken. Der Teilsicherheitsbeiwert für Festigkeitsgrößen wird bei einer Betrachtung mehrerer Brücken und der damit resultierenden großen Streubreite innerhalb der Festigkeitswerte entsprechend groß ausfallen. Durch eine solide Materialprüfung am Einzelbauwerk aber lassen sich die vorhandene Streuung eingrenzen, der Bemessungswert entsprechend sichern und der Teilsicherheitsbeiwert erheblich absenken.

Ein Problem bei der Bestimmung der Versagenswahrscheinlichkeit ist die Ermittlung der Grenzzustandsgleichung. Diese ist für Bogenbrücken nur implizit, punktweise und nicht in geschlossener Form bestimmbar. In [29] wurde für die FORM-Berechnung ein Antwortflächenverfahren zur Approximation der Grenzzustandsgleichung verwendet, welches aus einzelnen Stützstellen eine differenzierbare Fläche entwickelt. Derartige Stützstellen sind bei der Betrachtung von Bogenbrücken die aus einer Finite-Elemente-Berechnung ermittelten Bruch- oder Traglasten. Sie liegen genau auf der Grenzzustandsgleichung, d.h., für jede Berechnung ist  $g(\underline{x}) = 0$  erfüllt. Gesucht ist eine möglichst gute deterministische Approximation der Systemantwort mit dem Ziel, für weitere Argumente anstelle der numerischen Finite-Elemente-Lösung die Näherungsfunktion zu verwenden. Für Zuverlässigkeitsprobleme ersetzt die Antwortfunktion  $\tilde{g}(\underline{x})$  die unbekannte Grenzzustandsfläche. Sie verknüpft also die Eingangs- mit den Ergebnisgrößen [29]. Dies bedeutet nichts anderes, als dass man unter jeweils variablen Parameterkombinationen (beispielsweise diskrete Steindruck- und -zugfestigkeit, Auffüllungsichte und Verkehrslast) die Systemantworten des Bogens (Standardbogen) mittels Finite-Elemente-Berechnungen ermittelt, um Bruchlasten zu erhalten. Aus einer Vielzahl derartig gefundener Stützstellen lässt sich die Antwortfläche approximativ bestimmen. Die Antwortfläche  $\tilde{g}(\underline{x})$  soll die Hyperfläche  $g(\underline{x})$  besonders in dem Bereich gut approximieren, der den größten Anteil der Versagenswahrscheinlichkeit liefert, so dass gilt [36]:

$$\text{Gl. 8-30} \quad \int_{g(\underline{x}) < 0} f(\underline{x}) d\underline{x} \approx \int_{\tilde{g}(\underline{x}) < 0} f(\underline{x}) d\underline{x}$$

Bei der Verwendung von FORM kann hierbei der Bemessungspunkt als Kriterium dienen. Eine übliche Variante ermittelt eine vorläufige Lage von  $\underline{x}^*$  und sucht in einem nächsten Durchlauf gezielt noch einmal in der näheren Umgebung des Bemessungspunktes nach Stützstellen. Verschiedene Anwender [40] zeigen, dass sich so für "normale" Problemstellungen  $\tilde{g}(\underline{x})$  in 2-3 Iterationsschritten recht gut an  $g(\underline{x})$  anpassen. Als Näherungsansatz kam in [29] ein Polynom 2. Grades zur Anwendung. Ziel-funktion ist die Minimierung der Fehlerquadratsummen zwischen der Ansatzfunktion und den Stützstellen. Weiteres zum Antwortflächenverfahren ist beispielsweise LIEBERWIRTH [36] und SCHNEIDER [40] zu entnehmen.

Generell gilt es zu beachten, dass die mit den vorgestellten Methoden mathematisch berechneten Größen für  $P_f$  operative Versagenswahrscheinlichkeiten darstellen. Dies bedeutet, dass man nur einen Anteil an der Gesamtversagenswahrscheinlichkeit erhält, und zwar den, der durch die rechnerisch berücksichtigten Basisvariablen erfasst ist. Die Gesamtheit aller möglichen streuenden Eingangsparameter und deren möglichen Korrelationen untereinander lückenlos realistisch zu erfassen, ist in baupraktischen Fällen im Grunde genommen unmöglich. So sind unter anderem Anteile aus menschlichen Fehlhandlungen in dem theoretischen Wert der ermittelten Versagenswahrscheinlichkeit nicht enthalten. Somit ist die operative Versagenswahrscheinlichkeit eine theoretische, welche dem Ingenieur als Vergleichgröße und Entscheidungshilfe zur Quantifizierung von Aussagen über Sicherheit und Zuverlässigkeit dienen kann [38]. Aus diesem Grund wurde auch der Sicherheitsindex  $\beta$  als baupraktisches, aber statistisch und wahrscheinlichkeitstheoretisch begründetes Maß für die Bauwerkssicherheit eingeführt. Bei der Berechnung der operativen Versagenswahrscheinlichkeit bzw. des Sicherheitsindex konzentriert man sich vor allem auf die Basisvariablen, deren Ausgangsstreuung besonders wesentlich für das Gesamtproblem ist. Man identifiziert derartige Eingangsgrößen mittels Sensitivitätsuntersuchungen über den Vergleich der jeweiligen Wichtungsfaktoren und die Auswirkungen auf den Sicherheitsindex  $\beta$  beispielsweise in Abhängigkeit der Streuung dieser Basisvariablen.



### 8.3 Grenzzustände und geforderte Sicherheitsindizes

Der Begriff des Grenzzustandes beschreibt nach [32] den Zustand eines Tragwerkes, bei dessen Überschreitung die der Tragwerksplanung zugrunde gelegten Anforderungen nicht mehr erfüllt sind. Im behandelten Fall der statischen Nachrechnung historischer Bogenbrücken sind sie zur Zeit unserer Altvorderen geltenden Anforderungen sind in Anbetracht der Größe heutiger Einwirkungen nicht mehr in einem der Nachrechnung gerecht werdenden Maße relevant. Aus diesem Grunde werden die einer zu Nachrechnungszwecken aufgestellten Statik zugrunde liegenden Anforderungen an heutigen normativ festgelegten Einwirkungsdefinitionen und Sicherheitsniveaus ausgerichtet.

#### Grenzzustand der Tragfähigkeit

Wie bereits im Abschnitt 7.5 angesprochen, kann es sich beim Erreichen des Grenzzustandes der Tragfähigkeit einerseits um Querschnittsversagen (Erreichen der Bruchkriterien in einem Schnitt des Natursteinbogens) und andererseits um Systemversagen (Tragfähigkeitsgrenze der Brücke infolge Gelenkkettenbildung) handeln. Führt eine bestimmte Parameterkombination zu dem Fall, dass kein Querschnittsversagen auftritt, sondern Systemversagen, so ist die Systemtragfähigkeit durch das Zustandekommen der Gelenkbildung definiert. Die zulässigen Zahlenwerte für  $P_f$  sind entsprechend klein und in Abhängigkeit von der Entwurfslebensdauer des Tragwerks geregelt. Abb. 8-9 enthält Umrechnungswerte für den Fall normalverteilter Zufallsvariablen und auszugsweise die Vorgaben nach DIN 1055-100 [32].

$\beta$	$P_f = \Phi(-\beta)$	$P_f = \Phi(-\beta)$	$\beta$
0	0,5	0,5	0
1	$1,587 \times 10^{-1}$	$10^{-1}$	1,282
2	$2,275 \times 10^{-2}$	$10^{-2}$	2,327
3	$1,350 \times 10^{-3}$	$10^{-3}$	3,091
4	$3,169 \times 10^{-5}$	$10^{-4}$	3,719
5	$2,871 \times 10^{-7}$	$10^{-5}$	4,265
6	$9,901 \times 10^{-10}$	$10^{-6}$	4,753
7	$1,288 \times 10^{-12}$	$10^{-7}$	5,199
8	$6,285 \times 10^{-16}$	$10^{-8}$	5,612
9	$1,145 \times 10^{-19}$	$10^{-9}$	5,997
10	$7,770 \times 10^{-24}$	$10^{-10}$	6,361

Bezugszeitraum	1 Jahr	50 Jahre
Zielwert $\beta$	4,7	3,8
$P_f$	$1,3 \cdot 10^{-6}$	$7,23 \cdot 10^{-5}$

Abb. 8-9: Zielwert des Zuverlässigkeitsindex für Bauteile im GZT nach [32]

## Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit

Dieser Bereich umfasst Einschränkungskriterien der Gebrauchstauglichkeit, wie nicht umkehrbare Verformungen, große Rissweiten und dergleichen. Im Allgemeinen stellen diesbezügliche Überschreitungen am Tragwerk keine unmittelbare Gefahr für Leib und Leben dar, was sich im Vergleich zum GZT in entsprechend niedrigen  $\beta$ -Zielwerten widerspiegelt (Abb. 8-10).

Bezugszeitraum	1 Jahr	50 Jahre
Zielwert $\beta$	3,0	1,5
$P_f$	$1,35 \cdot 10^{-3}$	$6,68 \cdot 10^{-2}$

Abb. 8-10: Zielwert des Zuverlässigkeitsindex für Bauteile im GZG nach [32]

### 8.4 Zuverlässigkeitsanalyse für Belastung durch Straßenverkehr [29]

PURTAKE und GEIBLER leiten in [29] auf Basis des vorgestellten Entkoppelten Diskontinuumsmodells für den Kreisbogen ein Sicherheitskonzept für die Belastung durch Straßenverkehr her, wobei ausschließlich der Grenzzustand der Tragfähigkeit untersucht wird. Das verwendete Entkoppelte Diskontinuumsmodell liefert, unter Auswertung von Traglastkurvenscharen für verschiedene Kombinationen von Steindruck- und -zugfestigkeiten, hierbei die zur Beschreibung der Grenzzustandsfläche mittels Antwortflächenverfahren benötigten Stützstellen. Die Qualität der Traglastkurvenscharen ist durch Traglastversuche an Drei-Stein-Körpern mit definierter Ausmitte der Druckresultierenden punktuell an der Realität überprüft worden (Anhang D).

#### 8.4.1 Gültigkeitsgrenzen der Zuverlässigkeitsanalyse [29]

Die Berechnungen gehen von einem trockenen Mauerwerk in dem dem jeweiligen Brückenalter entsprechend einwandfreien Zustand aus. Durchfeuchtetes Mauerwerk führt zu einer starken Erhöhung des Variationskoeffizienten der Steindruck- und -spaltzugfestigkeit. Dies wäre bei der Bestimmung der Rechenwerte zu berücksichtigen. Es wird vorausgesetzt, dass maßgebliche bauliche Schäden, wie Dichtungsdefekte, Schäden an der Stirnformauerung, Längsrisse im Bogen etc., vor einer weiteren Nutzung abgestellt werden.

Diese Herangehensweise geht konform mit den Prinzipien des MEXE-Näherungsverfahrens (UIC-Kodex 778-3 [41]) zur Bewertung von Bahngewölben, den Bauwerkszustand durch einen "Zustandsfaktor"  $f_c \leq 1$  zu berücksichtigen. Dabei ist dieser Faktor durch den Bauingenieur anhand objektiver Kriterien für die auftretenden Schäden festzulegen. Ein "Zustandsfaktor"  $f_c \leq 0,4$  würde sofortige Instandsetzungsmaßnahmen erfordern. Bei mehreren Schäden ist derjenige Faktor ausschlaggebend, der zur größten Abminderung der Bogentragfähigkeit führt. Folgende Schadensbilder sind besonders kritisch:

- ausgeprägte Längsrisse in der Gewölbeleibung (z.B. infolge von Setzungsdifferenzen im Widerlager);
- sichtbare Gewölbeverformungen (z.B. infolge von Widerlagerverschiebungen);
- diagonal verlaufende Risse im Gewölbe (z.B. infolge von Widerlager-setzungen).

Bei markanter Vorschädigung in oben genannter Weise kann die Standsicherheit rechnerisch erst nachgewiesen werden, wenn die Ursachen für das Schadensbild erkannt und abgestellt worden sind. Für die Ingenieurpraxis ist an dieser Stelle folgende Vorgehensweise sinnvoll:

1. Aufnahme der Rissbilder vor Ort, ggf. Rissweitenmessung;
2. Eintragen der aktuellen Rissbilder in den Bauwerksbestandsplan;
3. Einholung eines Baugrundgutachtens;
4. Nachvollziehen der Belastungsgeschichte (z.B. Gleisverlegung, Kriegsschäden etc.) ;
5. Modellgenerierung zur numerischen Simulation der Schadensbilder und Unterstützung zur Klärung der Schadensursachen (ggf. nichtlineare Modelle);
6. Entscheidungsfindung, ob eine Instandsetzung wirtschaftlich ist.

Die Empfindlichkeit von Natursteinbogenbrücken gegenüber Kämpferverschiebungen wurde beispielsweise von GRÖSCHKE in [23] erläutert. Fehlen typische Setzungsschäden, sollte bei Standzeiten von meist über 100 Jahren von ausreichender Gründung ausgegangen werden.

#### 8.4.2 Auswahl der Basisvariablen [29]

Der in [29] gewählte Standardbogen wird als Straßenbrücke mit deterministisch angesetzter Geometrie betrachtet, wobei ein Lastausbreitungswinkel der Auffüllung mit  $\varphi_A = 60^\circ$  zur Anwendung kommt. Da die Wichte des Steinmaterials aufgrund der Vorauswahl der Steine beim Bogenbrückenbau erfahrungsgemäß relativ wenig streut, gilt hier ein Festwert von  $\gamma_{St} = 20 \text{ kN/m}^3$ .

Als stochastische Basisvariablen des Zuverlässigkeitsproblems verbleiben die Einwirkungs- und Widerstandsgrößen mit den größten Streuungen bzw. den höchsten Sensitivitäten auf die Tragsicherheit des Steinbogens:

- Eigengewicht der Hinterfüllung;
- Normlastbild LM 1 nach DIN-FB 101;
- Statistische Beschreibung der Radlast;
- Steindruckfestigkeit  $\beta_{D,St}$ ;
- Steinzugfestigkeit  $\beta_{Z,St}$ .

Der Absolutwert der einaxialen Mörteldruckfestigkeit ist für die Mauerwerksfestigkeit unter exzentrischer Druckbeanspruchung weniger wesentlich, da im GZT die Fugenränder ausgeplatzt sind und der Mörtel im Inneren der Fuge einem dreiaxialen Spannungszustand unterliegt. Hinsichtlich der Beschreibung der aufgeführten Basisvariablen soll an dieser Stelle auf PURTAK/GEIBLER [29] verwiesen werden.

### 8.4.3 Auswertung der Zuverlässigkeitsanalyse [29]

Die Auswertung der FORM-Berechnungen wurde unter folgenden Randbedingungen vorgenommen:

- Der Zielsicherheitsindex ist mit  $\beta_{\text{Ziel}} = 3,80$  angenommen (GZT bei einem Bezugszeitraum von 50 Jahren).
- Steindruck- und Steinzugfestigkeit sind bei ordnungsgemäßer Bauwerksunterhaltung zeitinvariante Größen. Jahrelange Durchfeuchtungen des Steingewölbes (besonders das Durchfrieren im Winter!) werden ausgeschlossen. Abminderungen der Sandsteinfestigkeit durch Umwelteinflüsse, die vor der Bewertung wirksam waren, sind durch ein Materialgutachten zu erfassen. Erfahrungsgemäß nimmt die Streuung der Festigkeitswerte gegenüber neuen Steinen bei langen Expositionszeiträumen zu.
- Es werden praxisrelevante Parameterkombinationen von  $\beta_{D,St}$  und  $\beta_{Z,St}$  mit typischen Werten für Sandstein berechnet. Andere Natursteine mit wesentlich höheren Druckfestigkeiten und anderem Verhältnis von Steindruck- zu Steinspaltzugfestigkeit (z.B. Granit) stehen nicht im Vordergrund der Untersuchung. Die charakteristischen Werte der Steinfestigkeitswerte entsprechen dem theoretischen 5%-Fraktile.
- Der Variationskoeffizient der Verkehrsbelastung (Doppelachse und Flächenlast) wird zur Prüfung der Sensitivität der FORM-Ergebnisse geändert.
- Die Rückrechnung der FORM-Ergebnisse auf das Konzept der Teilsicherheitsfaktoren (bezüglich der  $\gamma_i$ ) erfolgt ausschließlich an Bemessungspunkten, für die  $\beta_{\text{vorh}} \approx \beta_{\text{Ziel}}$  erfüllt ist.

#### 8.4.4 Ergebnisse bei streuender Steindruckfestigkeit [29]

Abb. 8-11 zeigt ausgewählte Ergebnisse der Untersuchung bei streuender Steindruckfestigkeit  $\beta_{D,St}$ . Die Steinzugfestigkeit ist mit  $\beta_{Z,St} = 0,1 \cdot \beta_{D,St}$  an die Steindruckfestigkeit gekoppelt.

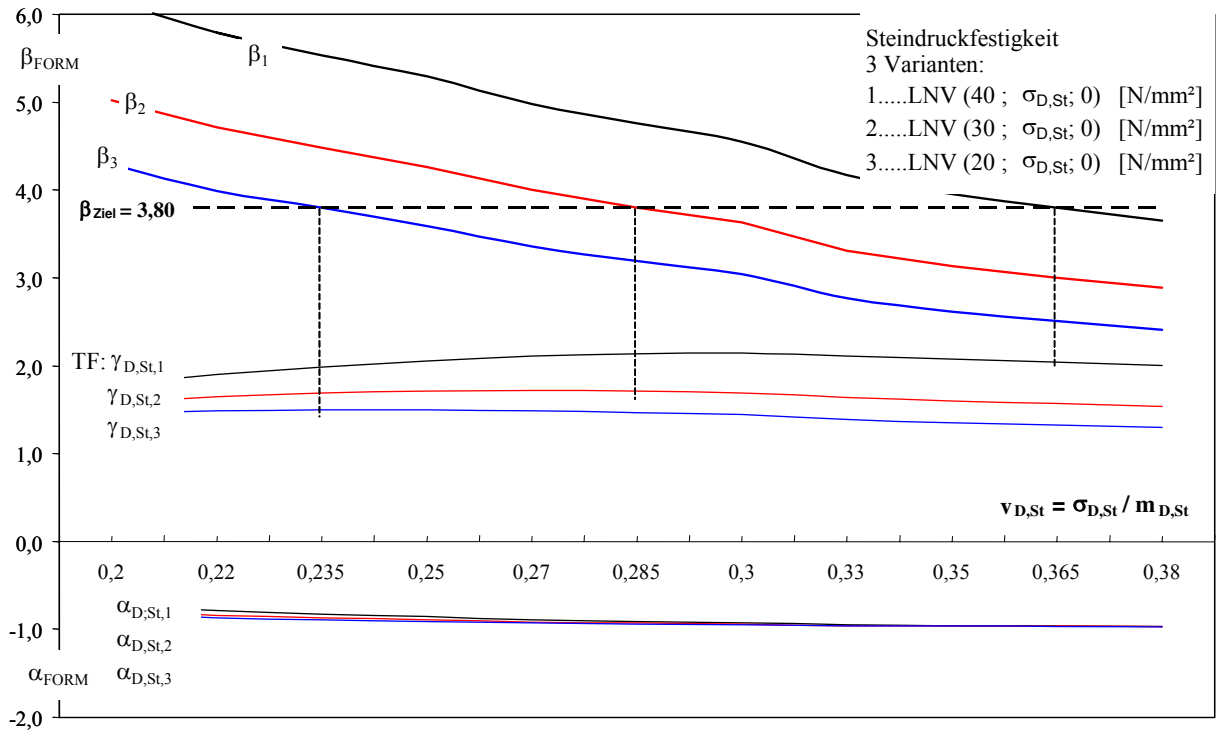


Abb. 8-11: Abhängigkeit von  $\beta_{FORM}$ ,  $\alpha_{FORM}$  sowie dem Teilsicherheitsfaktor  $\gamma_{D,St}$  im GZT ( $\beta_{Ziel} = 3,80$ ) von den statistischen Eigenschaften der Steindruckfestigkeit am Beispielbogen (charakterist. Wert der Steindruckfestigkeit ist das 5%-Fraktile der zugehörigen LNV);  $v_Q = 5\%$  [29]

Die hochgerechnete Jahresextremwertverteilung der Radlasten wird mit einer GUMBEL-Verteilung  $\{q_{98\%} = 120 \text{ kN}; m = 106,231; v = 0,05\}$  dargestellt. Drei unterschiedliche Steifigkeitsniveaus sind angesetzt:

- LNV ( $m_{D,St} = 40$ ;  $\beta_{D,St,0} = 0$ ) [N/mm<sup>2</sup>] mit  $v_{D,St} = 0,19 \dots 0,38$ ;
- LNV ( $m_{D,St} = 30$ ;  $\beta_{D,St,0} = 0$ ) [N/mm<sup>2</sup>] mit  $v_{D,St} = 0,19 \dots 0,38$ ;
- LNV ( $m_{D,St} = 20$ ;  $\beta_{D,St,0} = 0$ ) [N/mm<sup>2</sup>] mit  $v_{D,St} = 0,19 \dots 0,38$ .

Es zeigt sich eine etwa lineare Abhängigkeit zwischen der Steindruckfestigkeit und der absoluten Bogen Tragfähigkeit (definiert durch den Abstand der  $\beta_i$ -Linien). Die Tragsicherheit nimmt mit steigendem  $v_{D,St}$  leicht unterproportional ab. Der Wichtungsfaktor  $\alpha_{D,St}$  ist im untersuchten Bereich nahezu unabhängig von der mittleren Steindruckfestigkeit, da die Streuung von  $\beta_{D,St}$  das Zuverlässigkeitsproblem dominiert. Hingegen nimmt der Einfluss der Laststreuung erheblich zu, wenn  $v_{D,St}$  deutlich unter 20 % liegt. Als charakteristische Werte der drei BV werden definiert:

- Verkehrslast: 98%-Fraktile der Grundgesamtheit (= theoretischer 50-Jahres-Extremwert);
- Steindruckfestigkeit: 5%-Fraktile der Grundgesamtheit am Bauwerk (Ansatz: LNV);
- Eigengewicht von Auffüllung und Steinbogen: Erwartungswert.



### 8.4.5 Ergebnisse bei streuender Steinzugfestigkeit [29]

Wie HIRSCH in [24] herausstellt, besitzt die Steinzugfestigkeit gegenüber der Steindruckfestigkeit einen erheblich größeren Einfluss auf die Tragfähigkeit von quaderförmigem Natursteinmauerwerk. Um diesem Umstand im Rahmen der Zuverlässigkeitsanalyse gerecht zu werden, zeigt die zu Abb. 8-11 äquivalente Darstellung Abb. 8-12 deshalb die Abhängigkeit des Zuverlässigkeitsindex  $\beta_i$ , des Teilsicherheitsbeiwertes  $\gamma_i$  sowie des Wichtungsfaktors  $\alpha_i$  von der Streuung der Steinzugfestigkeit bei konstanten statistischen Parametern der Steindruckfestigkeit. Hierzu wurden drei verschiedene Steinzugfestigkeitsniveaus untersucht:

- LNV ( $m_{Z,St} = 2,0$  ;  $\beta_{Z,St,0} = 0$ ) [N/mm<sup>2</sup>] mit  $v_{D,St} = 0,10 \dots 0,40$ ;
- LNV ( $m_{Z,St} = 1,5$  ;  $\beta_{Z,St,0} = 0$ ) [N/mm<sup>2</sup>] mit  $v_{D,St} = 0,10 \dots 0,40$ ;
- LNV ( $m_{Z,St} = 1,2$  ;  $\beta_{Z,St,0} = 0$ ) [N/mm<sup>2</sup>] mit  $v_{D,St} = 0,05 \dots 0,40$ .

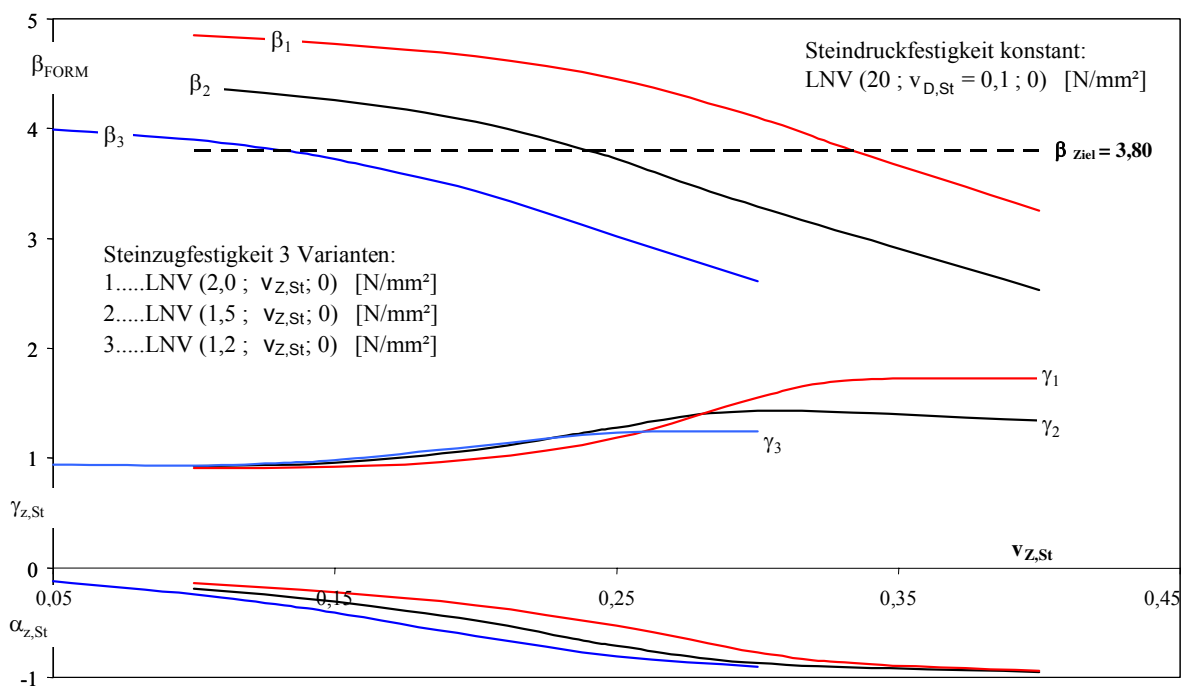


Abb. 8-12: Abhängigkeit von  $\beta_{FORM}$ ,  $\alpha_{FORM}$  sowie dem Teilsicherheitsfaktor  $\gamma_{D,St}$  im GZT ( $\beta_{Ziel} = 3,80$ ) von den statistischen Eigenschaften der Steinzugfestigkeit am Beispielbogen (charakterist. Wert der Steinzugfestigkeit ist das 5%-Fraktile der zugehörigen LNV) – die Steindruckfestigkeit hat konstante statistische Eigenschaften;  $v_Q = 5\%$  [29]

Bei Sandstein können schädigende Umwelteinflüsse, wie beispielsweise Durchfeuchtung, zu einem Herauslösen der Bindemittel aus dem Sandstein und damit zu einer überproportionalen Abminderung der Steinzugfestigkeit gegenüber der Steindruckfestigkeit führen. Des Weiteren streut nach [29] die Steinzugfestigkeit am Bauwerksbestand oft wesentlich stärker als die Steindruckfestigkeit. Aber auch bei neuen Natursteinen sind bei  $\beta_{Z,St}$  größere Streuungen zu verzeichnen als bei  $\beta_{D,St}$ . Abb. 8-13 zeigt die Ergebnisse für die Verkehrslast mit  $\gamma_Q$  und  $\alpha_Q$ . Das berechnete Vorzeichen von  $\alpha_Q$  wurde der besseren Darstellbarkeit wegen umgekehrt. Wegen  $\sum(\alpha_i)^2 = 1$  gilt eine Basisvariable mit  $|\alpha_i| > 0,70$  als dominierend.

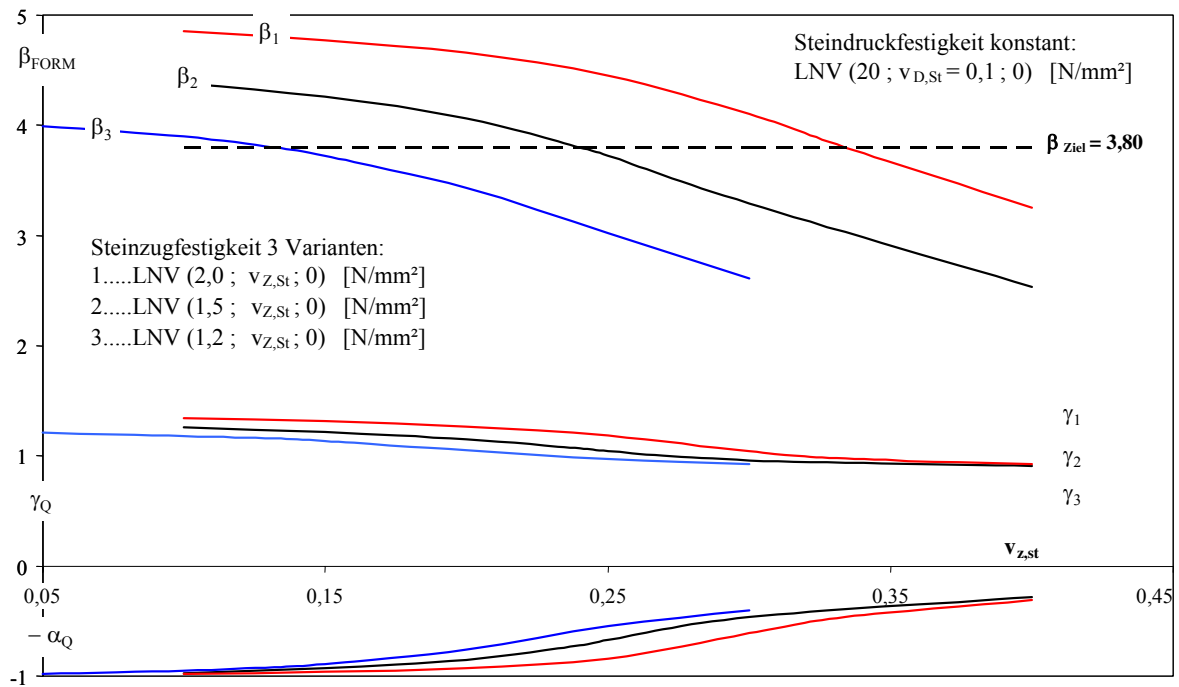


Abb. 8-13: Abhängigkeit von  $\beta_{\text{FORM}}$ ,  $\alpha_{\text{FORM}}$  sowie dem Teilsicherheitsfaktor  $\gamma_Q$  im GZT ( $\beta_{\text{Ziel}} = 3,80$ ) von den statistischen Eigenschaften der Steinzugfestigkeit am Beispielbogen (charakterist. Wert der Steinzugfestigkeit ist das 5%-Fraktile der zugehörigen LNV) – die Steindruckfestigkeit hat konstante statistische Eigenschaften;  $v_Q = 5\%$  [29]

Abb. 8-12 und Abb. 8-13 kann Nachfolgendes entnommen werden:

- Je größer die Steinzugfestigkeit  $\beta_{z,\text{St}}$  ist, desto größere Streuungen sind zulässig, um  $\beta_{\text{Ziel}} = 3,80$  einzuhalten. Allerdings steigt mit wachsender Steinzugfestigkeit auch der Teilsicherheitsfaktor  $\gamma_{z,\text{St}}$  an.
- Wie man den Wichtungsfaktoren entnehmen kann, wird die Dominanz zwischen den beiden Basisvariablen  $\beta_{z,\text{St}}$  und  $Q_i$  am Punkt  $\beta_{\text{Ziel}} = \beta_{\text{FORM}}$  von dem Verhältnis  $v_{\text{St}}/v_Q$  maßgeblich beeinflusst, wobei in der Beispielrechnung  $v_Q$  mit 5% einging.
- Unterschreitet im betrachteten Fall die Steinzugfestigkeit ein Niveau von 1,2 N/mm<sup>2</sup>, ist nach [29] unabhängig von  $\beta_{D,\text{St}}$  und  $v_{z,\text{St}}$  für die angesetzte Verkehrslast am behandelten Beispielbogen  $\beta_{\text{Ziel}} = 3,80$  nicht mehr erreichbar.
- Bei dominierender Steinzugfestigkeit ergibt sich  $\gamma_{z,\text{St}} = 1,30 \dots 1,75$ .
- Bei nicht dominierender Steinzugfestigkeit ergibt sich  $\gamma_{z,\text{St}} = 1,00 \dots 1,30$ .
- $\gamma_Q$  liegt bei dominierendem  $v_{z,\text{St}}$  (d.h.  $|\alpha_{z,\text{St}}| \geq 0,7$ ) in der Nähe von 1,0 und steigt bei dominierendem  $v_Q$  (d.h.  $|\alpha_Q| \geq 0,7$ ) auf ca. 1,30 an.

In [29] ergaben sich folgende Schlussfolgerungen:

- $v_{z,\text{St}}$  liegt bei bestehenden Natursteinbogenbrücken im Regelfall bei mindestens 20%, wodurch die Steinzugfestigkeit die dominierende Basisvariable ist.
- Die rückgerechneten Teilsicherheitsfaktoren  $\gamma_Q$  und  $\gamma_{z,\text{St}}$  sind abhängig von den statistischen Parametern der Steinzugfestigkeit am Bauwerk.



### 8.4.6 Höherer Variationskoeffizient der Verkehrslast [29]

In einer ergänzenden Untersuchung wird in [29] der Variationskoeffizient der Extremwerte aus Straßenbelastung erhöht. Der theoretische 50-Jahres-Größtwert der Radlast bleibt weiterhin bei 120 kN. Die Verteilung der Radlasten wird ebenso mit einer GUMBEL-Verteilung ( $m_Q = 97,71$ ;  $\sigma_Q = 8,60$  [kN] mit  $v_Q = 0,088$ ) dargestellt.

Der Zielsicherheitsindex ist unverändert für einen Bezugszeitraum von 50 Jahren mit  $\beta_{\text{Ziel}} = 3,80$  definiert. Aufgrund des geringen Einflusses von  $\beta_{D,St}$  auf  $\beta_{\text{FORM}}$  im GZT werden die Steindruckfestigkeitsparameter beibehalten. Zur Erfüllung von  $\beta_{\text{Ziel}}$  ist im Vergleich zu Abb. 8-12 nunmehr eine höhere Zugfestigkeit erforderlich. Es werden drei repräsentative Verhältnisse untersucht:

- LNV ( $m_{Z,St} = 2,3$  ;  $\beta_{Z,St,0} = 0$ ) [N/mm<sup>2</sup>] mit  $v_{Z,St} = 0,05 \dots 0,40$ ;
- LNV ( $m_{Z,St} = 2,0$  ;  $\beta_{Z,St,0} = 0$ ) [N/mm<sup>2</sup>] mit  $v_{Z,St} = 0,05 \dots 0,40$ ;
- LNV ( $m_{Z,St} = 1,7$  ;  $\beta_{Z,St,0} = 0$ ) [N/mm<sup>2</sup>] mit  $v_{Z,St} = 0,05 \dots 0,40$ .

Aus Abb. 8-14 und Abb. 8-15 folgt, dass mit steigendem  $v_Q$  entweder höhere mittlere Zugfestigkeiten  $\beta_{Z,St}$  oder kleinere Streuungen  $v_{Z,St}$  nachgewiesen werden müssen, um das geforderte Sicherheitsniveau im GZT zu gewährleisten. Andererseits kann bei dominierender Verkehrslaststreuung mit semiprobabilistischer Herangehensweise der Sicherheitsabstand nahezu ausschließlich über den Teilsicherheitsfaktor der Verkehrslast  $\gamma_Q > 1,0$  realisiert werden, während für die Festigkeitsgrößen ( $\gamma_{Z,St}$ ;  $\gamma_{D,St}$ )  $\approx 1,0$  erhalten wird.

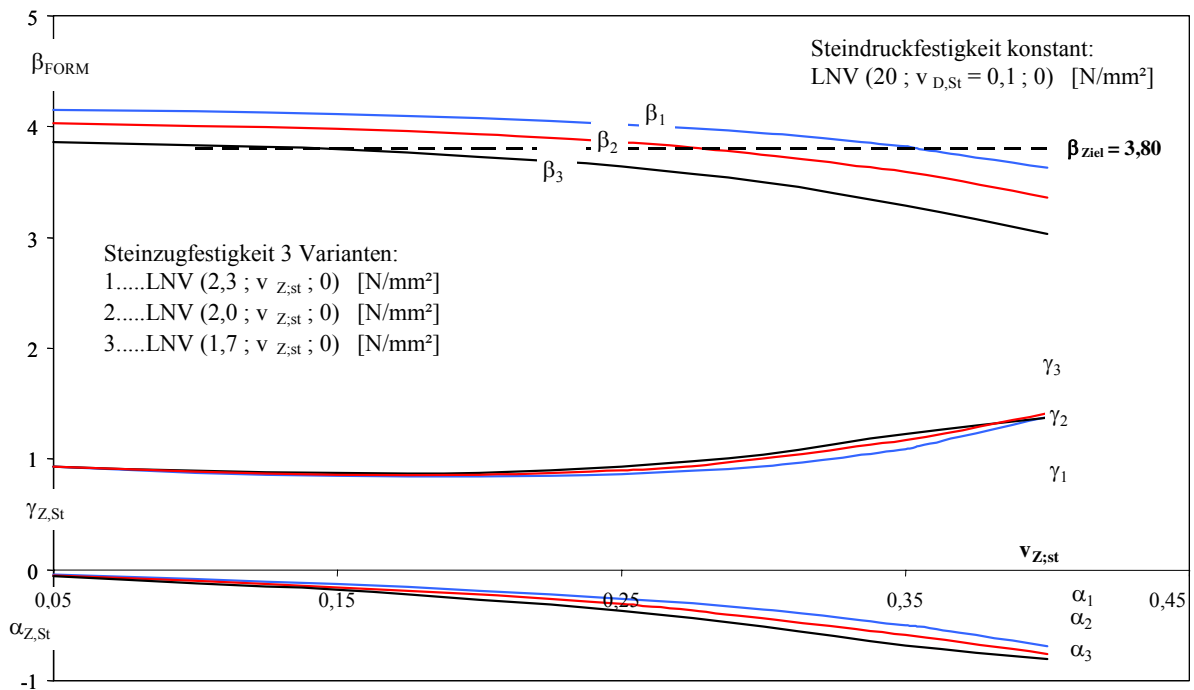


Abb. 8-14: Abhängigkeit von  $\beta_{\text{FORM}}$ ,  $\alpha_{\text{FORM}}$  sowie dem Teilsicherheitsfaktor  $\gamma_{Z,St}$  im GZT ( $\beta_{\text{Ziel}} = 3,80$ ) von den statistischen Eigenschaften der Steinzugfestigkeit am Beispielbogen (charakterist. Wert der Steinzugfestigkeit ist das 5%-Fraktile der zugehörigen LNV) – die Steindruckfestigkeit hat konstante statistische Eigenschaften;  $v_Q = 8,8$  % [29]

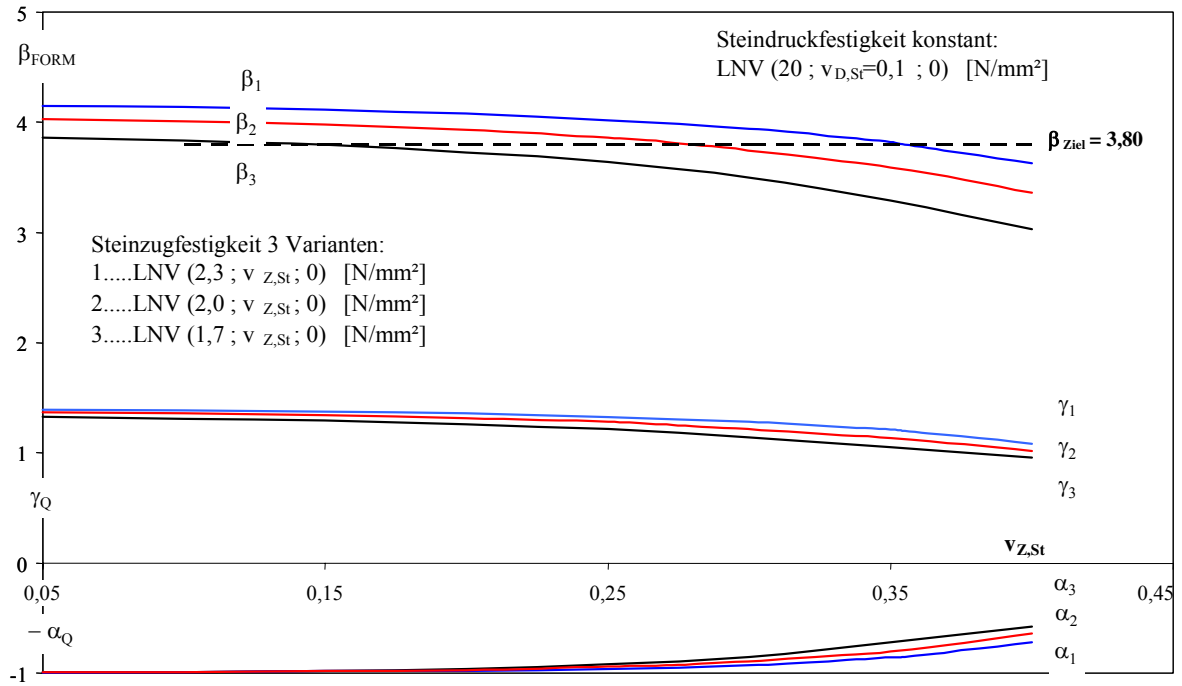


Abb. 8-15: Abhängigkeit von  $\beta_{FORM}$ ,  $\alpha_{FORM}$  sowie dem Teilsicherheitsfaktor  $\gamma_Q$  im GZT ( $\beta_{Ziel} = 3,80$ ) von den statistischen Eigenschaften der Steinzugfestigkeit am Beispielbogen (charakterist. Wert der Steinzugfestigkeit ist das 5%-Fraktile der zugehörigen LNV) – die Steindruckfestigkeit hat konstante statistische Eigenschaften;  $v_Q = 8,8\%$  [29]

## 9 Nachweisführung [29]

PURTAK und GEIBLER entwickeln in [29], aufbauend auf einer Zuverlässigkeitsanalyse, Empfehlungen für die Nachweisführung von Natursteinbogenbrücken aus Naturstein-Quadermauerwerk und stellen sowohl ein Teilsicherheitskonzept als auch ein globales Sicherheitskonzept vor. Unter Verwendung der im Abschnitt 6 beschriebenen Diskontinuumsmodelle lässt sich die Nachweisführung zur Tragsicherheit von Natursteinbogenbrücken bewältigen. Nachfolgend seien die in [29] erarbeiteten Empfehlungen für die Nachweisführung kurz dargelegt.

### 9.1 Statische Modelle

Für eine realitätsnahe statische Berechnung von Bogenbrücken aus Natursteinmauerwerk sind die geometrisch und physikalisch nichtlinearen Eigenschaften des Tragwerks zu berücksichtigen. Mit den in [29] entwickelten Diskontinuumsmodellen lassen sich häufig vorkommende Bogenbrücken durch Eingabe der Geometrie- und Materialparameter rechentechnisch aufbereiten.

### 9.1.1 Allgemeines Diskontinuumsmodell

Das Allgemeine Diskontinuumsmodell basiert auf einem Micromodell, bestehend aus Steinen und Mörtel, so dass die zum Gesamtversagen des Tragwerks führenden lokalen Versagensarten, Steinversagen und Gelenkbildung, im Berechnungsmodell bereits berücksichtigt sind. Äußere Beanspruchungen aus Verkehrslasten werden als Wanderlasten über die Brücke geführt. Für jede Laststellung wird überprüft, ob im Bogenmauerwerk Steinversagen oder Gelenkbildung in der Lagerfuge zum rechnerischen Systemversagen führt. Diese Versagensarten sind mit Hilfe zweiparametrischer Materialmodelle im mehrachsigen Hauptspannungsraum nachweisbar. Die plastischen Eigenschaften des Mörtels sind mit der Fließfläche nach DRUCKER-PRAGER und das Steinversagen mit der Bruchfläche nach MOHR-COULOMB berücksichtigt. Der Tragsicherheitsnachweis der Bogenkonstruktion wird für jede Beanspruchungssituation mit den versuchstechnisch ermittelten Materialkennwerten durchgeführt. Traglastreserven lassen sich somit gezielt ermitteln. Allerdings lässt sich dieses genauere Modell mit heutiger Computertechnik (wegen der erheblichen Rechenzeit) noch nicht praxistauglich einsetzen.

### 9.1.2 Entkoppeltes Diskontinuumsmodell

Für die praktische Nutzung wurde aus Gründen geringerer Rechenzeiten das Allgemeine Diskontinuumsmodell in zwei unabhängige Berechnungsmodelle entkoppelt. Die Brückenkonstruktion wird mit einem Diskontinuumsmodell berechnet, wobei die Steine in realer Geometrie und die klaffende Fuge, allerdings nicht der darin enthaltende Fugenmörtel integriert sind. Es lässt sich für jede Laststellung die zugehörige Stützlinie ermitteln, wobei sich die klaffenden Fugen bei Laststeigerung „automatisch“ ausbilden können. Der Vergleich der ermittelten ausmittigen Normalkräfte in der Stützlinie wird mit den bereitgestellten Traglastkurven vollzogen. Die Traglasten basieren auf Finite-Elemente-Berechnungen mit den wesentlichen Geometrie- und Materialparametern, wobei der Mörtel in den Lagerfugen mit seinen plastischen Eigenschaften berücksichtigt wird. Somit werden die beiden Themen – Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Bogenbrücken – in zwei getrennten FE-Modellen untersucht. Die Beanspruchungen im Querschnitt, welche aus der ungünstigsten Laststellung resultieren, sind mit der entsprechenden Bemessungstraglastkurve zu vergleichen.

## 9.2 Nachweiskonzepte

Wichtige Voraussetzung für die Auswahl eines geeigneten Sicherheitskonzeptes beim statischen Nachweis einer historischen Steinbogenbrücke sollte eine intensive Auseinandersetzung des Ingenieurs mit dem Bauwerksbestand sein. Hierzu zählen Recherchen zu relevanten Bestandsunterlagen, eine gründliche Vor-Ort-Besichtigung sowie das Einholen von Informationen zur Bauwerksgeschichte. Materialgutachten, die idealerweise in enger Abstimmung zwischen Tragwerksingenieur und Materialgutachter angefertigt werden, grenzen Unsicherheiten in den Bauwerkseigenschaften ein und sind daher von wesentlicher Bedeutung für die Anwendbarkeit des gewählten Sicherheitskonzeptes. Erhebliche tragfähigkeitseinschränkende Bauwerksschäden (vgl. Rissbildinterpretation nach UIC-Kodex 778-3 [41]) sind vor der rechnerischen Sicherheitsbewertung in einer Voruntersuchung zu bewerten. Derartige Mängel sind durch ein Sicherheitskonzept nicht abgedeckt.

Sowohl ein globales als auch ein semiprobabilistisches Sicherheitskonzept sind für den Nachweis bestehender Steinbögen denkbar. Es wird empfohlen, möglichst frühzeitig eine bauwerksspezifische Festlegung zum Nachweiskonzept in Abstimmung mit Auftraggeber und Prüfenieur zu treffen. Dabei ist zu beachten, dass für eine über die Regelungen der DB-RiL 805 [42] hinausgehende Nachweisführung (z.B. Einsatz nichtlinearer FE-Modelle) an Bahnbrücken nach wie vor eine Zustimmung im Einzelfall einzuholen ist.

### 9.2.1 Teilsicherheitskonzept

Ein Teilsicherheitskonzept sollte grundsätzlich nur dann eingesetzt werden, wenn relativ genaue und detaillierte Informationen zu den wesentlichen Einwirkungs- und Widerstandsgrößen vorliegen. Im Unterschied z.B. zu Stahlbrücken dominiert bei Sandsteinbrücken i.d.R. die (verhältnismäßig große) Streuung der Mauerwerksfestigkeit die Systemsicherheit. Im Folgenden sind einige wichtige Voraussetzungen genannt, die nach [29] beim Einsatz von Teilsicherheitsfaktoren zu erfüllen sind:

- Aus dem Materialgutachten muss die Spaltzugfestigkeit der Sandsteine statistisch beprobt werden. Für die Stein- und Mörteldruckfestigkeit reichen normalerweise der Erwartungswert und eine Abschätzung der Streuung aus. Es sind je Bauwerksteil (Steinbogen und Pfeiler bzw. Widerlager) mindestens 12 unabhängige Proben zu entnehmen. Der charakteristische Wert sollte in Form eines abgeschätzten 5%-Fraktils der Festigkeit angegeben werden.
- Liegt der ermittelte Variationskoeffizient der Druck- und Zugfestigkeitswerte im Steinmaterial deutlich über 30 %, ist das Teilsicherheitskonzept nicht mehr ohne weiteres anwendbar. Das Bauwerk ist dann auf verschiedene Steinchargen oder aber auf Ursachen für lokale Festigkeitsverluste zu untersuchen. Die Möglichkeit einer langjährig defekten Brückenabdichtung ist insbesondere bei Sandstein-Mauerwerk zu berücksichtigen.
- Die Tragwerksgeschichte muss in den wesentlichen Punkten lückenlos nachvollziehbar sein. Diese Forderung ist z.B. bei kriegsgeschädigten Gewölben (beachte mögliche Systemmodifikationen!) und/oder teilinstand gesetzten Bauwerken unter Umständen nicht erfüllbar.
- Mit dem Teilsicherheitskonzept sollte nur Quadermauerwerk mit gutem Fugenzustand nachgerechnet werden. Fugenverpressungen sind innerhalb eines Bauwerkes meist von sehr unterschiedlichem Erfolg. Infolgedessen können erhebliche Spannungumlagerungen in Stein und Fuge stattfinden, die eine selektive Berücksichtigung einzelner Mauerwerkskenngrößen als nicht sinnvoll erscheinen lassen.

### Empfohlene Zahlenwerte für Sicherheitsfaktoren

Im Folgenden werden Zahlenwerte für Teilsicherheitsfaktoren genannt, die sich aus den Berechnungen in [29] ergeben haben. Es wurden dabei nur die wesentlichen Einflussgrößen auf die Tragsicherheit bestehender Bögen untersucht.

Einwirkungsgrößen	$\gamma_f$	Kommentar
Straßenverkehr (charakt. Wert)	1,30 1,20	Nachrechnungsklassen gemäß DIN 1072; LM1 nach DIN-FB 101; Sonderfahrzeuge nach spezieller Vorgabe
Schienenverkehr (charakt. Wert)	1,30 1,20	UIC 71 gemäß DB-RiL 805; Sonderfahrzeuge, Streckenklasse nach spezieller Vorgabe; Lastbild deckt tatsächliche Bahnbetrieblasten voll ab; alle Zusatzlasten und Sonderlasten gemäß RiL 805
Eigenlasten (Mittelwert)	1,10 0,90	bei ungünstiger Wirkung auf die Tragsicherheit; bei günstiger Wirkung auf die Tragsicherheit
Temperatur (Mittelwert)	1,00	
Widerlagersetzungen (Mittelwert)	1,00	gemäß Baugrundgutachten; bei schadensfreien Bögen mit langer Standzeit ohne Erhöhung setzungsrelevanter Lasten nicht notwendig

Bauwerkskenngrößen <sup>*)</sup>	$\gamma_M$	Kommentar
Bauwerksgeometrie (Mittelwert)	1,00	aus Bestandplan oder Vor-Ort-Aufmaß
Elastizitätsmodul der Baustoffe (Mittelwert)	0,90...1,10	Berechnung für oberen und unteren Grenzwert; im Mittel 1,0-fach ansetzen
Geometrie von Fuge und Stein (Mittelwerte)	1,10	Kontrolle vor Ort immer notwendig; Fugendicke konservativ abschätzen
Steindruckfestigkeit <sup>**)</sup>	1,80 1,30	bezogen auf den <b>Mittelwert</b> ; bezogen auf das 5 %-Fraktil ( <b>charakt. Wert</b> ) Gültigkeitsgrenze: $v = \sigma/m < 30 \%$ (Variationskoeffizient)
Steinzugfestigkeit <sup>**)</sup>	1,80	bezogen auf das 5 %-Fraktil ( <b>charakt. Wert</b> ) Gültigkeitsgrenze: $v = \sigma/m < 30 \%$ (Variationskoeffizient)
Mörteldruckfestigkeit	1,00	einaxiale Druckfestigkeit
Druckfestigkeit Übermauerung; Aufbeton (Mittelwert)	1,80	bezogen auf das 5 %-Fraktil ( <b>charakt. Wert</b> ); ist nur bedeutsam, wenn der Steinbogen planmäßig "gestützt" gerechnet wird (Aufnahme von Anfahr- und Bremslasten aus Verkehr)

\*) Die Bezeichnung "Bauwerkskenngrößen" ist bewusst gewählt, da einige Parameter gemäß probabilistischer Definition sowohl dem "Widerstand" als auch der "Einwirkung" zugeordnet werden können.

\*\*\*) Bei Sandstein wird empfohlen, mit dem Materialgutachten nachzuweisen, dass die Steinspaltzugfestigkeit im Mittel bei mindestens 5 % der Druckfestigkeit liegt. Kleinere Verhältnisse bei trockenem Stein deuten darauf hin, dass der Sandstein einem Entfestigungsprozess unterliegt (z.B. infolge jahrelanger Durchfeuchtung).

Abb. 9-1: Sicherheitsfaktoren [29]

Die genannten Teilsicherheitsfaktoren basieren auf dem schnittgrößenorientierten Nachweisprinzip. Für das Entkoppelte Diskontinuumsmodell bedeutet dies, dass die Beanspruchungen aus den  $\gamma$ -fachen Einwirkungen (Bemessungsschnittgrößen:  $N$ ,  $m$ ) am ebenen Finite-Elemente-Modell berechnet werden. Daneben erfolgt die Ermittlung der Bemessungstraglastkurve mit den durch den jeweiligen Teilsicherheitsfaktor geteilten "Normwerten" der Festigkeitsparameter. Der Vergleich der Beanspruchung mit der Beanspruchbarkeit liefert dann den Nachweis zur Tragsicherheit der betrachteten Natursteinbogenbrücke. Es wird empfohlen, die Lastkombinationsbeiwerte nach DB-RiL 805 [42] anzusetzen.

Die vorgenannten Sicherheitsfaktoren sind nicht auf Spannungsnachweise übertragbar, da die Schnittgrößen die Spannungsverteilung als Integral über den Querschnitt implizieren.

### 9.2.2 Globales Sicherheitskonzept

Ein globaler Sicherheitsfaktor besitzt den Vorteil, dass die Unsicherheit der Eingangsinformationen im integralen Mittel gefasst werden kann. Dieses Prinzip ist beispielsweise dann nützlich, wenn die charakteristischen Festigkeitswerte des Natursteinmauerwerks grob geschätzt werden müssen, weil eine statistische Beprobung einen inakzeptabel hohen Aufwand verursacht. Hier ist naturgemäß ein Handlungsspielraum für den Ingenieur gegeben, der auch subjektive Informationen (Erfahrungswerte, Eindruck des Bauwerkes etc.) einfließen lässt.

Ein globales Sicherheitskonzept mit charakteristischen Einwirkungsgrößen und summarischem Sicherheitsfaktor auf der Widerstandsseite wird vor allem für folgende Anwendungsfälle empfohlen:

- Bei numerisch nichtlinearer Bestimmung der Systemtraglast, wobei für Einwirkungen charakteristische Werte und für das Bauwerk „rechnerische Mittelwerte“ anzusetzen sind. Die dabei notwendigen deterministischen Variantenuntersuchungen am Rechenmodell sind mindestens genauso wichtig wie der richtige Sicherheitsfaktor.
- Bei kriegsgeschädigten Bögen, die nach der Zerstörung instand gesetzt worden sind. Infolge Sprengwirkung und Teileinstürzen muss in Bauwerken mit (versteckten) Rissen und Deformationen (z.B. „Verschieben“ von Steinlagen gegeneinander) gerechnet werden, die sich auch durch kostspielige Voruntersuchungen nicht sämtlich auffinden und erklären lassen. Steifigkeitsänderungen (infolge Rissbildung, Versteifung durch Verpressen) im System gegenüber dem Urzustand bewirken erhebliche Modellunsicherheiten bei der praktischen Nachrechnung, auch wenn man Variantenuntersuchungen durchführt. Der Sicherheitsfaktor sollte höher gesetzt werden.
- Bogenreihen (Viadukte) stellen sich in vielen Fällen als „Konglomeratbauwerk“ dar. Bei vertretbarem Aufwand für ein Materialgutachten reicht die Information zu den einzelnen Baustoffen meist nicht aus, um das Teilsicherheitskonzept für das gesamte Bauwerk anwenden zu können.
- Sind die Mauerwerksfestigkeiten lediglich größenordnungsmäßig bekannt (nicht-statistische Beprobung) und werden charakteristische Festigkeiten gestützt auf Erfahrungswerte und wenige Proben abgeschätzt, wird ein globaler Sicherheitsfaktor empfohlen.

---

Als „globaler Sicherheitsfaktor“ wird  $\gamma_M = 3,0$  auf der Materialseite empfohlen, wenn der Bauwerkszustand mindestens gut ist. Bei Bogenbrücken mit größeren Modellunsicherheiten wird empfohlen, den Sicherheitsfaktor entsprechend anzuheben. Dies kann erforderlich werden bei:

- Möglicher Vorschädigung (z.B. sanierte Kriegsschäden) mit versteckten Mikrorissen im Stein;
- Nachträglich verpresstem Mauerwerk mit unterschiedlichem Verpresserfolg; es kann dann allerdings die bessere Mörtelfestigkeit angesetzt werden;
- Mauerwerk mit Feuchtigkeits- bzw. Frostschäden im Stein;
- Vorliegen eines Materialgutachtens, das lediglich Größenordnungen für die Mauerwerksfestigkeiten liefert.

Die charakteristischen Materialkennwerte Steindruck- und Steinzugfestigkeit (5%-Fraktilwerte) werden durch den genannten „globalen Sicherheitsfaktor“ geteilt, so dass Bemessungsfestigkeiten dem Nachweis zugrunde liegen. Die Verkehrslast wird mit  $\gamma_f = 1,0$  angesetzt. Es ist analog zum Verfahren mit Teilsicherheitsbeiwerten nachzuweisen, dass die charakteristische Einwirkung unterhalb der zulässigen Bemessungstraglast liegt. Der genannte Sicherheitsfaktor ist quantitativ nicht ohne weiteres auf Spannungswerte übertragbar.

## 10 Vergleichsrechnungen an einer Beispielbrücke

Im Folgenden sollen an einem praktischen Beispiel die vorgestellten Nachweiskonzepte angewendet werden. Des Weiteren erfolgen zum Zwecke eines Vergleichs Berechnungen der betrachteten Beispielbrücke nach DIN 1053-1 [28] und DIN 1053-100 [43]. Die verwendete Lastkombination besteht aus der Brückeneigenlast und dem LM 1 des DIN-FB 101 [44]. Die Geometrie der gewählten Beispielbrücke ist Abb. 10-2 zu entnehmen. Der darin dargestellten Laststellung ging eine Lastüberfahrten mit einer Lastschrittweite von 25 cm voraus.

### 10.1 Materialkennwerte

Als Grundlage für die Materialkennwerte gelten die Werte aus [45]. Die Verteilungen der Materialkennwerte sind näherungsweise mit Hilfe von Normalverteilungen beschrieben. Folgende statistische Mittelwerte und Standardabweichungen sind hierfür angegeben:

- $\bar{\beta}_{D,St} = 58,05 \text{ N/mm}^2$                        $\bar{\beta}_{SZ,St} = 4,8 \text{ N/mm}^2$ ;
- $\sigma_{D,St} = 10,32$                                        $\sigma_{Z,St} = 0,764$                       (Standardabweichung);
- $v_{D,St} = 17,78 \%$                                        $v_{Z,St} = 15,92 \%$                       (Variationskoeffizient < 30 %).

Aus der mittleren Spaltzugfestigkeit errechnet sich der Mittelwert der Zugfestigkeit des Steins zu:

$$\text{Gl. 10-1} \quad \bar{\beta}_{Z,St} \cong 0,9 \cdot \bar{\beta}_{SZ,St} \cong 0,9 \cdot 4,803 = 4,323 \text{ N/mm}^2$$

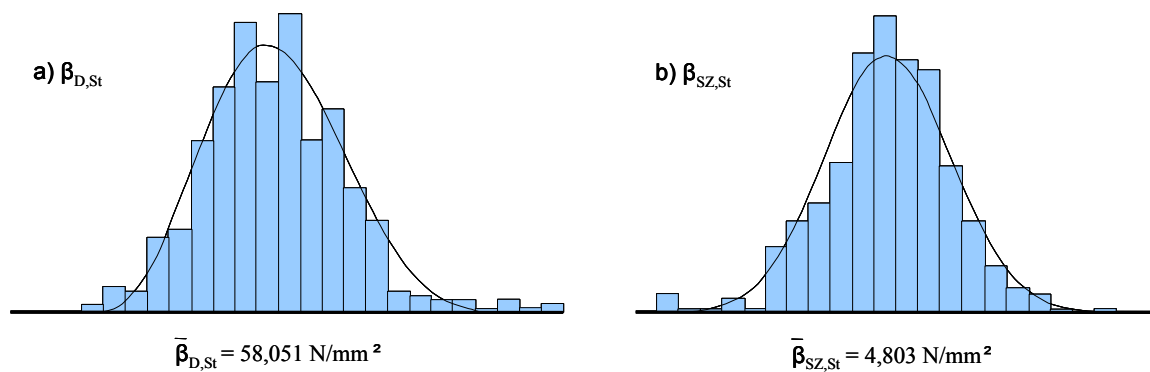


Abb. 10-1: Histogramme der Steindruckfestigkeit  $\beta_{D,St}$  und der Steinspaltzugfestigkeit  $\beta_{SZ,St}$ , Steinbruch Lohmen (Pirna, Sachsen) [45]

Die Berechnung der 5%-Fraktile erfolgt mit der „t-Verteilung nach Student“ für 505 Proben [46]:

$$\text{Gl. 10-2} \quad \beta_{5\%} = \bar{\beta} - 1,648 \cdot \sigma_x$$

$$\beta_{D,St,5\%} = 58,051 - 1,648 \cdot 10,320 = 41,07 \text{ N/mm}^2$$

$$\beta_{Z,St,5\%} = 4,323 - 1,648 \cdot 0,764 = 3,07 \text{ N/mm}^2$$



## 10.2 Entkoppeltes Diskontinuumsmodell

In den im Abschnitt 9.2 angegebenen Empfehlungen für die Nachweisführung werden sowohl Teilsicherheitsfaktoren als auch ein globaler Sicherheitsfaktor vorgeschlagen. Auf Basis dieser Empfehlungen wird im Folgenden je ein Nachweis am Beispiel des Kreissegmentbogens mit  $F/L = 0,2$  unter Verwendung des Teilsicherheitskonzeptes und des globalen Sicherheitsfaktors geführt.

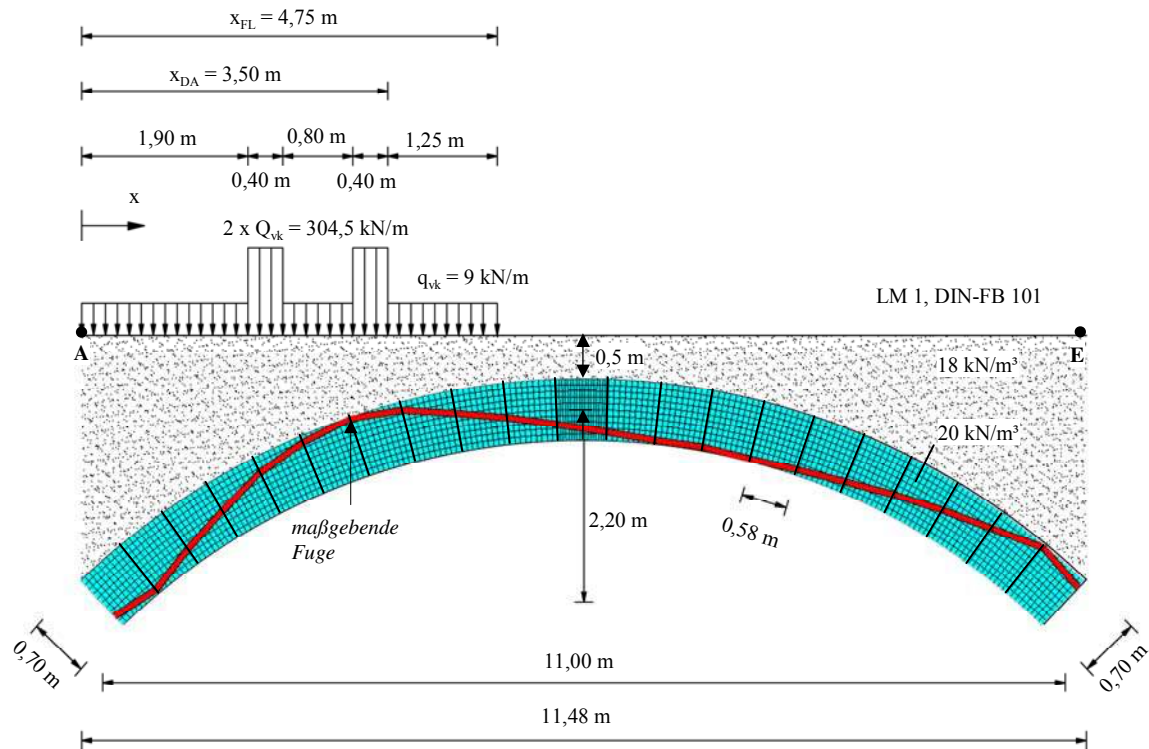


Abb. 10-2: Laststellung LM1 [44] am Standardbogen mit Stützlinie im Moment der Gelenkkettenbildung

Unter Anwendung des Teilsicherheitskonzeptes wird die ermittelte Beanspruchung ( $N, m$ ) im maßgebenden Schnitt des Bogens mit der Bemessungstraglastkurve verglichen. Hierbei ergibt sich diese Bemessungstraglastkurve unter Anwendung der mittels Teilsicherheitsbeiwerte abgeminderten Festigkeitswerte (5%-Fraktilwerte) des Steins. Dabei muss die aufnehmbare Last des Bogens mindestens den  $\gamma_{LM1}$ -fachen Wert (mit  $\gamma_{LM1} = 1,3$ ) der charakteristischen Last des LM 1 erreichen.

Bei Gebrauch des globalen Sicherheitsfaktors erfolgt hingegen der Vergleich der ermittelten Beanspruchung ( $N, m$ ) im maßgebenden Schnitt mit der Bemessungstraglastkurve, welche unter Anwendung der mittels des globalen Sicherheitsfaktors abgeminderten Festigkeitswerte (5%-Fraktilwerte) des Steins bestimmt wurde. Die aufnehmbare Last muss somit mindestens der charakteristischen Last des LM 1 entsprechen.

Die Teilsicherheitsbeiwerte werden für die Steinzug- und Steindruckfestigkeit mit  $\gamma_{Z,St} = 1,8$  und  $\gamma_{D,St} = 1,3$  angesetzt. Der globale Sicherheitsfaktor beträgt  $\gamma = 3,0$ . Die Bemessungswerte der Steinfestigkeit zur Bestimmung der Bemessungstraglastkurve ergeben sich durch die Berücksichtigung der Sicherheiten folglich zu:

$$\text{Gl. 10-3} \quad \beta_d = \beta_{5\%} / \gamma_1$$

Unter Anwendung der Teilsicherheitsbeiwerte:

$$\beta_{D,St,d} = 41,07/1,3 = 31,60 \text{ N/mm}^2$$

$$\beta_{Z,St,d} = 3,07/1,8 = 1,70 \text{ N/mm}^2$$

Unter Anwendung des globalen Sicherheitsfaktors:

$$\beta_{D,St,d} = 41,07/3,0 = 13,69 \text{ N/mm}^2$$

$$\beta_{Z,St,d} = 3,07/3,0 = 1,02 \text{ N/mm}^2$$

Zusammenfassend gelten für das Beispiel folgende Parameter:

	Geometrie			Material						
	$d_{St}$ [cm]	$h_{St}$ [cm]	$t$ [cm]	$\beta_{D,St}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\beta_{Z,St}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\beta_{D,M0}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_{St}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_{M0}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\mu_{St}$	$\mu_{M0}$
1.	60	50	1,5	31,60	1,70	2,00	15.000	1250	0,2	0,2
2.	60	50	1,5	41,04	3,06	2,00	15.000	1250	0,2	0,2

**Tab. 10-1: Geometrie- und Materialparameter für die Anwendung**  
**1. des Teilsicherheitskonzeptes und**  
**2. des globalen Sicherheitsfaktors auf der Materialseite**

Für die in Abb. 10-2 gezeigte Laststellung wird die Belastung schrittweise gesteigert und die zugehörige Stützlinie (Ausmitte  $m$  und Normalkraft  $N$ ) ermittelt. Die berechneten ausmittigen Normalkräfte werden mit den Bemessungstraglastkurven verglichen. Schneidet der Normalkraftpfad des meist beanspruchten Bogenschnittes diese Kurve, so ist die Traglast der Brücke erreicht.

### 10.3 Nachweis unter Verwendung des Teilsicherheitskonzeptes

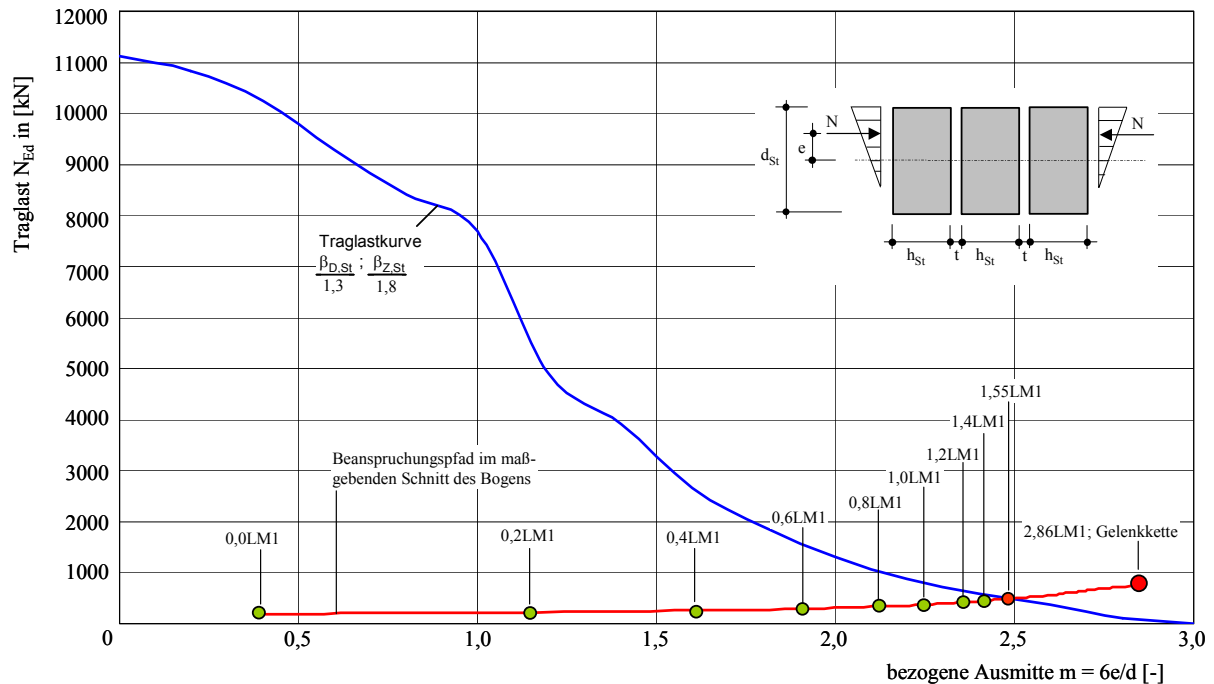


Abb. 10-3: Bemessungstraglastkurve und Beanspruchungspfad des maßgebenden Schnittes der untersuchten Bogenbrücke

Aus diesem Verfahren geht folgende Brückentragfähigkeit hervor:

#### Lastmodell 1 nach DIN-Fachbericht 101:

charakteristische Radlast:	120 kN	Bruch-Radlast:	186 kN
zugehörige Flächenlast:	9 kN/m <sup>2</sup>	zugehörige Flächenlast:	13,95 kN/m <sup>2</sup>

Es ist ersichtlich, dass die charakteristische Last des Lastmodells 1 bis zum Versagen noch um rechnerisch 55 % gesteigert werden kann. Die Tragfähigkeit beträgt demnach mit dem verwendeten Sicherheitskonzept:

$$Q_{\max} = \gamma_{\text{vorh}} \cdot \text{LM 1} = 1,55 \cdot \text{LM 1}$$

$$\gamma_{\text{vorh}}/\gamma_{\text{LM1}} = 1,55/1,3 = 1,19 > 1,0$$

Nachweis erfüllt!

Der geforderte Teilsicherheitsbeiwert von mit  $\gamma_{\text{LM1}} = 1,3$  ist somit eingehalten. Die Tragreserve beträgt demnach 19 %. Das bedeutet, dass die  $\gamma_{\text{LM1},0}$ -fache charakteristische Last des Lastmodells 1 noch um 19 % gesteigert werden könnte, bevor die Versagenslast der betrachteten Bogenbrücke erreicht wäre.

Die maximal zulässige Ausmitte von  $m = 2,5$  (UIC-Kodex 778-3 [41]) wird an der Standardbrücke mit  $m = 2,49$  unter 1,55-facher Bruchlast des LM 1 nicht überschritten.

### 10.3.1 Nachweis unter Anwendung des globalen Sicherheitsfaktors

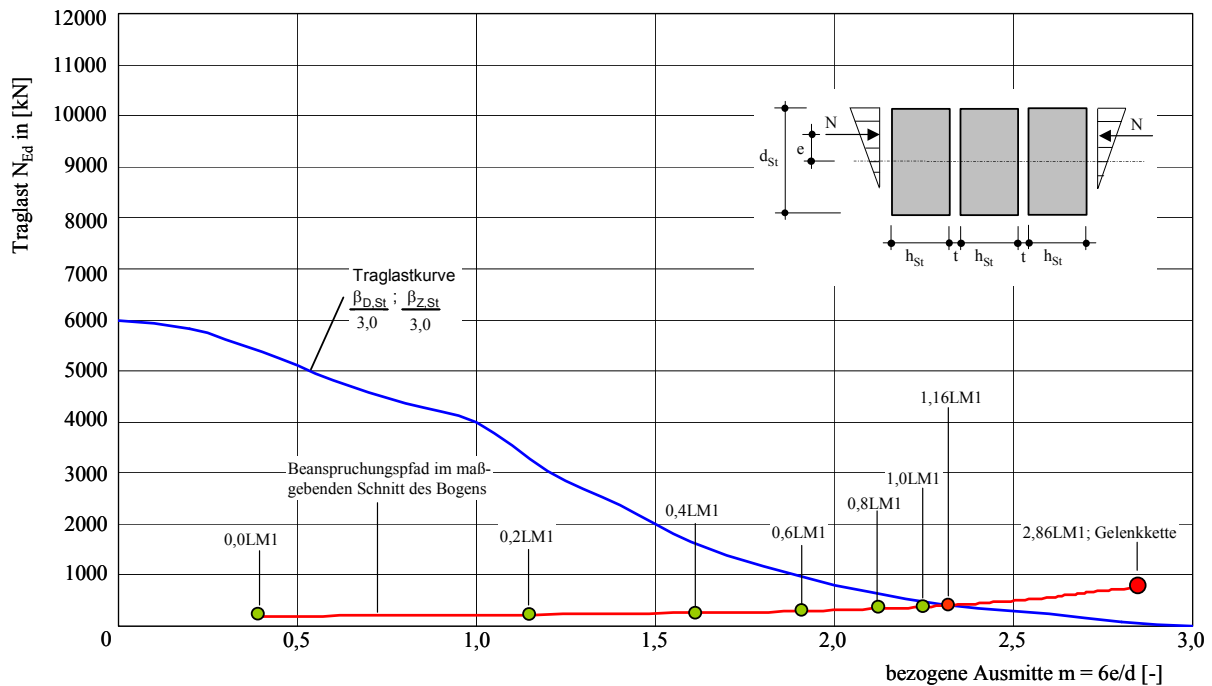


Abb. 10-4: Bemessungstraglastkurve und Beanspruchungspfad des maßgebenden Schnittes der untersuchten Bogenbrücke

Aus diesem Verfahren geht folgende Brückentragfähigkeit hervor:

#### Lastmodell 1 nach DIN-Fachbericht 101:

charakteristische Radlast:	120 kN	Bruch-Radlast:	139 kN
zugehörige Flächenlast:	9 kN/m <sup>2</sup>	zugehörige Flächenlast:	10,44 kN/m <sup>2</sup>

Es ist ersichtlich, dass die charakteristische Last des Lastmodells 1 bis zum Versagen noch um rechnerisch 16 % gesteigert werden kann. Die Tragfähigkeit beträgt demnach mit dem verwendeten Sicherheitskonzept:

$$Q_{\max} = \gamma_{\text{vorh}} \cdot \text{LM 1} = 1,16 \cdot \text{LM 1}$$

$$\gamma_{\text{vorh}}/\gamma = 1,16/1,0 = 1,16 > 1,0$$

Nachweis erfüllt!

Die somit aufnehmbare Last liegt 16 % über der einzuhaltenden charakteristischen Last des LM 1. Die Tragreserve beträgt demnach 16 %. Das bedeutet, dass die 1,0-fache charakteristische Last des Lastmodells 1 noch um 16 % gesteigert werden könnte, bevor die Versagenslast der betrachteten Bogenbrücke erreicht wäre.

Die maximal zulässige Ausmitte von  $m = 2,5$  (UIC-Kodex 778-3 [41]) wird an der Standardbrücke mit  $m = 2,34$  unter 1,16-facher Bruchlast des LM 1 nicht überschritten.

## 10.4 Allgemeines Diskontinuumsmodell

Nachfolgend wird der Nachweis mit dem numerisch sehr aufwändigen Allgemeinen Diskontinuumsmodell unter Berücksichtigung der Mörtelfugen im Bogensystem durchgeführt. Hierbei werden wie im vorhergehenden Abschnitt sowohl das Teilsicherheitskonzept als auch der globale Sicherheitsfaktor angewendet. Es sind daher zwei Berechnungen durchzuführen. Zum einen unter Anwendung der mittels Teilsicherheitsbeiwerte abgeminderten Festigkeitswerte (5%-Fraktilwerte) des Steins. Dabei muss die ermittelte Versagenslast des Bogens infolge Steinversagen mindestens den  $\gamma_{LM1}$ -fachen Wert (mit  $\gamma_{LM1} = 1,3$ ) der charakteristischen Last des LM 1 erreichen. Zum anderen erfolgt die Berechnung unter Anwendung der mit dem globalen Sicherheitsbeiwertes von  $\gamma = 3,0$  abgeminderten Festigkeitswerte (5%-Fraktilwerte) des Steins. Die so bestimmte Versagenslast des Bogens muss mindestens der charakteristischen Last des LM 1 entsprechen. Die verwendeten Materialparameter entsprechen denen in Tab. 10-1. Der Querkraftereinfluss geht, im Gegensatz zu den Berechnungen mit dem Entkoppelten Diskontinuumsmodell, automatisch in das Bruchkriterium ein. Die Laststellung des LM 1 wird gleichermaßen angesetzt (Abschnitt Abb. 10-2). Die Verkehrslast wird in 52 Schritten gesteigert und über das Newton-Raphson-Verfahren iterativ in das Bogentragwerk eingetragen. Die Rechenzeit beträgt, bei sechs Elementen über die Fugenhöhe, mit aktueller Rechentechnik ca. 21 Stunden.

### 10.4.1 Nachweis unter Verwendung des Teilsicherheitskonzeptes

Die Nachweisführung ist in Abb. 10-5 qualitativ dargestellt. Aus diesem Bemessungsverfahren geht die folgende Brückentragfähigkeit hervor:

#### Lastmodell 1 nach DIN Fachbericht 101:

charakteristische Radlast:	120 kN	Bruch-Radlast:	197 kN
vorh. Flächenlast:	9 kN/m <sup>2</sup>	zugehörige Flächenlast:	14,78 kN/m <sup>2</sup>

Die Tragfähigkeit beträgt demnach mit dem verwendeten Sicherheitskonzept:

$$Q_{\max} = \gamma_{\text{vorh}} \cdot LM\ 1 = 1,64 \cdot LM\ 1$$

$$\gamma_{\text{vorh}}/\gamma_{LM1} = 1,64/1,3 = 1,26 > 1 \quad \text{Nachweis erfüllt!}$$

Der geforderte Teilsicherheitsbeiwert von mit  $\gamma_{LM1} = 1,3$  ist somit eingehalten. Die Tragreserve beträgt demnach 26 %. Das bedeutet, dass die  $\gamma_{LM1,0}$ -fache charakteristische Last des Lastmodells 1 noch um 26 % gesteigert werden könnte, bevor die Versagenslast der betrachteten Bogenbrücke erreicht wäre.

Die maximal zulässige Ausmitte von  $m = 2,5$  (UIC-Kodex 778-3 [41]) wird an der Standardbrücke mit  $m = 2,20$  nicht überschritten.

#### 10.4.2 Nachweis unter Anwendung des globalen Sicherheitsfaktors

Die Nachweisführung ist in Abb. 10-5 qualitativ dargestellt. Aus diesem Bemessungsverfahren geht die folgende Brückentragfähigkeit hervor:

##### Lastmodell 1 nach DIN-Fachbericht 101:

charakteristische Radlast:	120 kN	Bruch-Radlast:	150 kN
vorh. Flächenlast:	9 kN/m <sup>2</sup>	zugehörige Flächenlast:	11,25 kN/m <sup>2</sup>

Die Tragfähigkeit beträgt demnach mit dem verwendeten Sicherheitskonzept:

$$Q_{\max} = \gamma_{\text{vorh}} \cdot \text{LM 1} = 1,25 \cdot \text{LM 1}$$

$$\gamma_{\text{vorh}}/\gamma = 1,25/1,0 = 1,25 > 1 \quad \text{Nachweis erfüllt!}$$

Die somit aufnehmbare Last liegt ca. 25 % über der einzuhaltenden charakteristischen Last des Lastmodells 1. Die Tragreserve beträgt demnach ca. 25 %. Das bedeutet, dass die 1,0-fache charakteristische Last des Lastmodells 1 noch um 25 % gesteigert werden könnte, bevor die Versagenslast der betrachteten Bogenbrücke erreicht wäre.

Die maximal zulässige Ausmitte von  $m = 2,5$  (UIC-Kodex 778-3 [41]) wird an der Standardbrücke mit  $m = 2,02$  nicht überschritten.

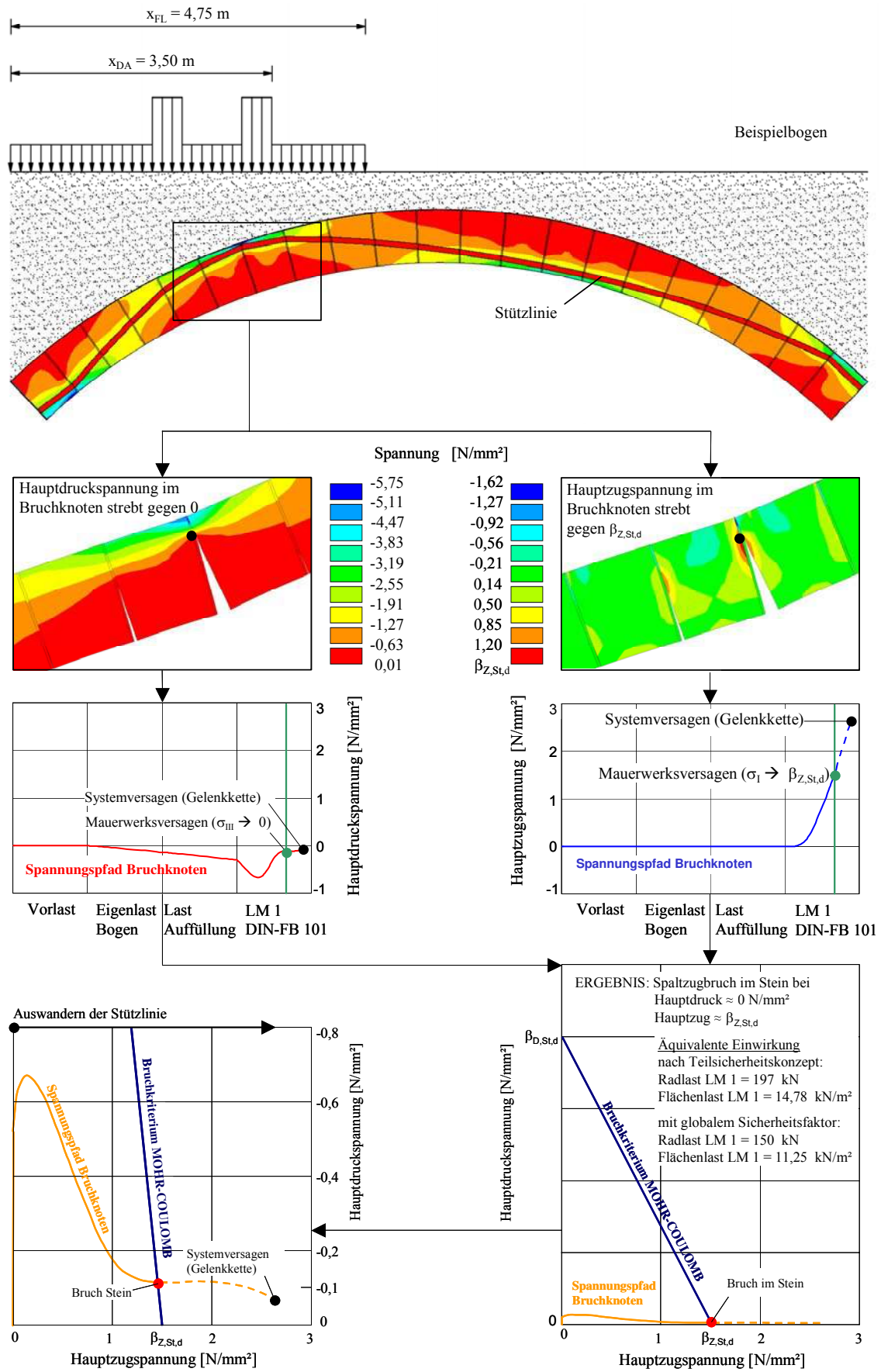


Abb. 10-5: Nachweisführung im Allgemeinen Diskontinuumsmodell

### 10.5 Nachweis nach DIN 1053-1 [28]

Der Abschnitt 12 der DIN 1053-1 [28] behandelt Konstruktions- und Bemessungsregeln für neu zu errichtendes Natursteinmauerwerk. Aus Mangel an Alternativen werden diese als anerkannte Regeln der Technik für die Nachrechnung von bestehendem Natursteinmauerwerk herangezogen. Das Mauerwerk wird nach seiner Ausführung in die Güteklassen N1 (Bruchsteinmauerwerk) bis N4 (Quadermauerwerk) eingestuft. Die Einordnung erfolgt nach bestimmten Kriterien zu Steinform, Verband und Fugenausbildung. Anhaltswerte zur Klassifizierung bieten das Verhältnis von Fugenhöhe zu Steinlänge, die Neigung der Lagerfuge und der sogenannte Übertragungsfaktor. Dieser beschreibt das Verhältnis von Überlappungsflächen der übereinander liegenden Steine zum Wandquerschnitt im Grundriss. Am bestehenden Mauerwerk ist dieser praktisch nicht zu ermitteln. In Abhängigkeit von der Güteklasse, der Steinfestigkeit und der Mörtelgruppe ergeben sich nach [28] die Grundwerte der zulässigen Spannungen  $\sigma_0$  (Tab. 10-2).

Güteklasse	Grundeinstufung	Fugenhöhe/ Steinlänge	Neigung der Lagerfuge	Übertragungs- faktor	charakteristische Steindruck- festigkeit	Grundwerte $\sigma_0$ [MN/m <sup>2</sup> ]			
						für Mörtelgruppe			
						MG I	MG II	MG IIa	MG III
		$t/l$	$\tan \alpha$	$\eta$	$\beta_{D,St}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\beta_{D,Ma} < 2,5$	2,5...5,0	5...10	10...20
N1	Bruchstein- mauerwerk	< 0,25	< 0,3	> 0,5	> 20 ≥ 50	0,2 0,3	0,5 0,6	0,8 0,9	1,2 1,4
N2	Hammerrechtes Schichten- mauerwerk	≤ 0,2	≤ 0,15	≥ 0,65	≥ 20 ≥ 50	0,4 0,6	0,9 1,1	1,4 1,6	1,8 2,0
N3	Schichten- mauerwerk	≤ 0,13	≤ 0,1	≥ 0,75	≥ 20 ≥ 50 ≥ 100	0,5 0,7 1,0	1,5 2,0 2,5	2,0 2,5 3,0	2,5 3,5 4,0
N4	Quader- mauerwerk	≤ 0,07	≤ 0,05	≥ 0,85	≥ 5 ≥ 10 > 20 ≥ 50 ≥ 100	0,4 0,6 1,2 2,0 3,0	0,7 1,0 2,0 3,5 4,5	0,8 1,2 2,5 4,0 5,5	1,0 1,5 3,0 5,0 7,0

Tab. 10-2: Grundwerte der zulässigen Druckspannung für Natursteinmauerwerk nach DIN 1053-1

Die Randspannungen für den Nachweis mit dem genaueren Verfahren nach DIN 1053-1 werden mit Hilfe des Entkoppelten Diskontinuumsmodells berechnet. Die so ermittelten Spannungen sind dann mit dem zulässigen Wert nach DIN 1053-1 zu vergleichen.

Das der Beispielbrücke zugrunde liegende Quadermauerwerk aus Sandstein des Steinbruchs Lohmen (Pirna, Sachsen) entspricht den Anforderungen der Güteklasse N4 nach Tabelle 13 der DIN 1053-1. Die Steinfestigkeit  $\beta_{D,St}$  entspricht der charakteristischen Druckfestigkeit (5%-Fraktile) von Natursteinen und liegt mit  $\beta_{D,St} = 41,07$  N/mm<sup>2</sup> zwischen 20 N/mm<sup>2</sup> und 50 N/mm<sup>2</sup>. Der Mörtel ist in diesem Beispiel der Mörtelgruppe I zuzuordnen. Hieraus ergibt sich der Grundwert der zulässigen Druckspannung zu  $\sigma_0 = 1,2$  N/mm<sup>2</sup>. Bei exzentrischer Beanspruchung ist sicherzustellen, dass die Kantenpressung den 1,33-fachen Wert des Rechenwertes der Druckfestigkeit nicht überschreitet. Es ist ein materialeitiger globaler Sicherheitsbeiwert von  $\gamma = 2,0$  anzusetzen.



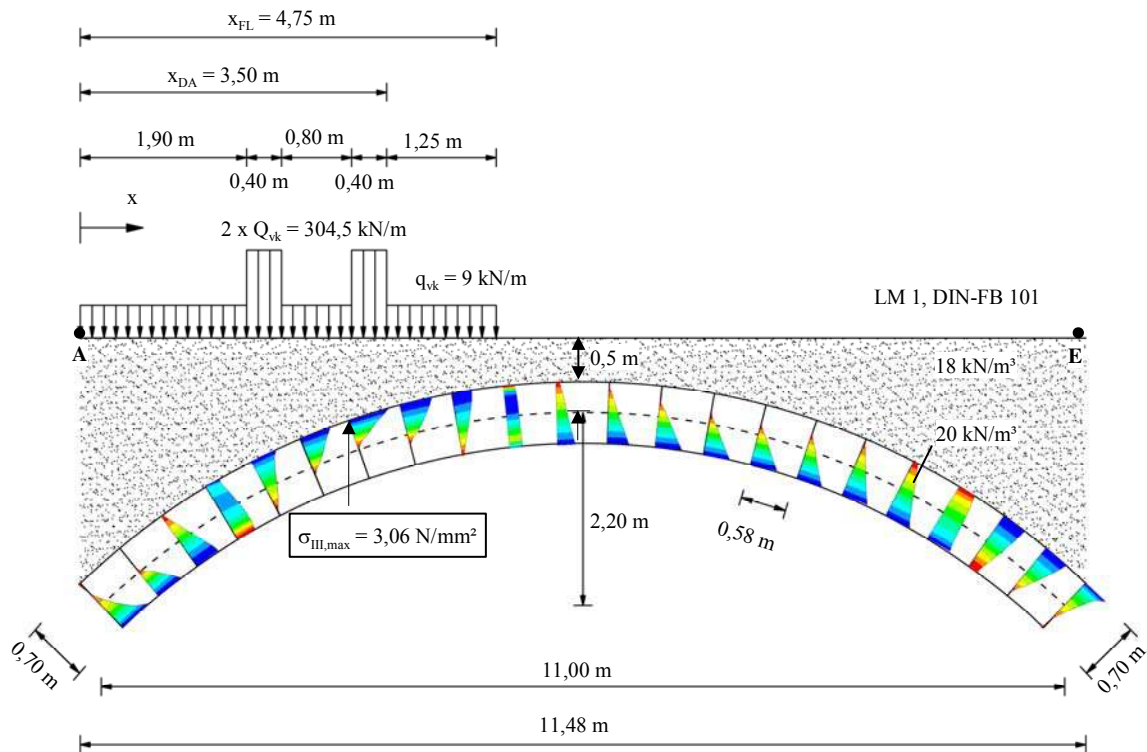


Abb. 10-6: Spannungsverläufe der Hauptdruckspannungen  $\sigma_{III}$  in den Fugenbereichen der Steine

Die Größe der Hauptdruckspannung im maßgebenden Schnitt der Beispielbrücke unter  $\gamma = 1,0$ -facher charakteristischer Last des LM 1 ist Abb. 10-6 zu entnehmen. Der Tragfähigkeitsnachweis nach DIN 1053-1 ergibt damit:

$$\text{Gl. 10-4} \quad \beta_R = 2,67 \cdot \beta_0 = 2,67 \cdot 1,2 = 3,20 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Gl. 10-5} \quad 1,33 \cdot \beta_R / \gamma \geq \sigma_{III,max}$$

$$1,33 \cdot 3,20 / 2,00 = \underline{2,13 \text{ N/mm}^2} < 3,06 \text{ N/mm}^2$$

**Nachweis nicht erfüllt!**

Der Nachweis zur Begrenzung der klaffenden Fuge ist somit hinfällig. Die DIN 1053-1 sieht die Tragfähigkeit der betrachteten Beispielbrücke zu ca. 44 % überschritten.

## 10.6 Nachweis nach DIN 1053-100 [43]

Beim Nachweis des Mauerwerks im Grenzzustand der Tragfähigkeit muss gewährleistet sein, dass der Bemessungswert der Beanspruchung  $E_d$  in einem Querschnitt den Bemessungswert des Tragwiderstandes  $R_d$  dieses Querschnitts nicht überschreitet:

$$\text{Gl. 10-6} \quad R_d \geq E_d$$

Die Bemessungswerte des Tragwiderstandes  $R_d$  sind die durch den Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_M$  dividierten und ggf. mit einem Abminderungswert zur Berücksichtigung der Lastdauer und weiterer Einflüsse multiplizierten charakteristischen Festigkeitswerte. Die Bemessungswerte der Beanspruchungen  $E_d$  ergeben sich aus den charakteristischen Werten  $E_k$ , multipliziert mit dem Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_F$ .

Der Teilsicherheitsbeiwert für den Tragwiderstand beträgt nach [43]  $\gamma_M = 1,5 \cdot k_0$ , wobei  $k_0$  im gegebenen Fall mit dem Wert 1,0 eingeht. Der Teilsicherheitsbeiwert für den Straßenverkehr geht nach DIN-FB 101 [44] mit  $\gamma_F = 1,5$  in die Berechnung der Beanspruchung ein.

Tabelle B.3 der DIN 1053-100 gibt analog zur DIN 1053-1 charakteristische Werte der Druckfestigkeit von Natursteinmauerwerk in Abhängigkeit der Güteklasse, Gesteinsfestigkeit und der Mörtelgruppe an (Tab. 10-3).

Güteklasse	Grundeinstufung	Fugenhöhe/ Steinlänge	Neigung der Lagerfuge	Übertragungsfaktor	charakteristische Steindruckfestigkeit	Grundwerte $\sigma_0$ [MN/m <sup>2</sup> ]			
						für Mörtelgruppe			
		$t/l$	$\tan \alpha$	$\eta$	$\beta_{D,St}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	MG I	MG II	MG IIa	MG III
						$\beta_{D,Ma} < 2,5$	2,5...5,0	5...10	10...20
N1	Bruchsteinmauerwerk	< 0,25	< 0,3	> 0,5	> 20	0,6	1,5	2,4	3,6
					$\geq 50$	0,9	1,8	2,7	4,2
N2	Hammerrechtes Schichtenmauerwerk	$\leq 0,2$	$\leq 0,15$	$\geq 0,65$	$\geq 20$	1,2	2,7	4,2	5,4
					$\geq 50$	1,8	3,3	4,8	6,0
N3	Schichtenmauerwerk	$\leq 0,13$	$\leq 0,1$	$\geq 0,75$	$\geq 20$	1,5	4,5	6,0	7,5
					$\geq 50$	2,1	6,0	7,5	10,5
					$\geq 100$	3,0	7,5	9,0	12,0
N4	Quadermauerwerk	$\leq 0,07$	$\leq 0,05$	$\geq 0,85$	$\geq 5$	1,2	2,0	2,5	3,0
					$\geq 10$	1,8	3,0	3,6	4,5
					> 20	3,6	6,0	7,5	9,0
					$\geq 50$	6,0	10,5	12,0	15,0
					$\geq 100$	9,0	13,5	16,5	21,0

Tab. 10-3: Charakteristische Werte der Druckfestigkeit von Natursteinmauerwerk nach DIN 1053-100

Basierend auf der charakteristischen Druckfestigkeit des Mauerwerks wird unter Berücksichtigung der Lastexzentrizität, der Langzeitwirkung und anderer Einflüsse sowie des Teilsicherheitsbeiwertes  $\gamma_M$  in Abhängigkeit der Gesamtfläche des betrachteten Mauerwerksquerschnitts der Bemessungswert der aufnehmbaren Normalkraft berechnet. Dieser wird in der Nachweisführung mit dem Bemessungswert der einwirkenden Normalkraft verglichen.

Die Lastexzentrizität  $e$  und die Bemessungsnormalkraft werden mit Hilfe des Entkoppelten Diskontinuumsmodells unter  $\gamma_F = 1,5$ -facher charakteristischer Last des LM 1 ermittelt. Die Eigenlasten gingen mit einem Teilsicherheitsfaktor von 1,0 ein. Hieraus ergibt sich gegenüber einem Faktor von 1,35 die ungünstigere Kombination aus Normalkraft und Lastausmitte. Es ergaben sich:

$$e = 0,286 \text{ m}$$

$$N_{Ed} = 493 \text{ kN}$$

In zum Nachweis nach DIN 1053-1 analoger Vorgehensweise ergibt sich die charakteristische Druckfestigkeit des Sandstein-Quadermauerwerks zu  $f_k = 3,6 \text{ N/mm}^2$ . Der Bemessungswert der Druckfestigkeit ergibt sich zu:

$$f_d = \eta \cdot f_k / \gamma_M \quad \text{mit:} \quad \eta = 0,85$$

$$\gamma_M = 1,5$$

$$f_d = 0,85 \cdot 3,6 / 1,5$$

$$f_d = 2,04 \text{ N/mm}^2$$

Der Bemessungswert der aufnehmbaren Normalkraft lässt sich nun wie folgt ermitteln:

$$N_{Rd} = \Phi \cdot A \cdot f_d \quad \text{mit:} \quad A \dots \text{ Gesamtfläche des Querschnitts}$$

$$\Phi \dots \text{ Abminderungsfaktor für Lastexzentrizität}$$

$$\Phi = 1 - 2e/d \quad \text{mit:} \quad d \dots \text{ Bogendicke}$$

$$\Phi = 1 - 2 \cdot 0,286 / 0,70$$

$$\Phi = 0,183$$

$$N_{Rd} = 0,183 \cdot 0,70 \text{ m} \cdot 1,00 \text{ m} \cdot 2,04 \text{ MN/m}^2$$

$$N_{Rd} = 0,264 \text{ MN} = 264 \text{ kN}$$

Nachweis:

$$\underline{N_{Rd} = 264 \text{ kN} < N_{Ed} = 493 \text{ kN}} \quad \text{Nachweis nicht erfüllt!}$$

Die DIN 1053-100 sieht die Tragfähigkeit der betrachteten Beispielbrücke zu ca. 54 % überschritten.

## 10.7 Schlussfolgerungen zur Beispielrechnung

Die Qualität und Realitätsnähe der verwendeten Finite-Elemente-Modelle wurden anhand praktischer Versuche im Maßstab 1:1 geprüft (Anhang D und E). Die durchgeführten Versuche an Drei-Stein-Körpern und an zwei Bogenbrücken offenbaren eine gute Beurteilung der Querschnittstragfähigkeit bzw. der Bogentragfähigkeit mit den verwendeten FE-Modellen. Die dargestellten Beispielrechnungen an dem deterministisch festgelegten Bogen zeigen, dass bei einer Nachweisführung unter Zugrundelegung der DIN 1053-1 oder der DIN 1053-100 die Tragfähigkeit des betrachteten Bogentragwerks erheblich unterschätzt wird. Dagegen bestätigen die Nachweisverfahren mit dem Entkoppeltem und dem Allgemeinen Diskontinuumsmodell bei Anwendung des entwickelten Sicherheitskonzeptes die Tragfähigkeit des Beispielbogens sogar unter Ausweis von Tragreserven. Auf eine kostenintensive Sanierung, eine Begrenzung der Verkehrslast oder gar einen Ersatzneubau könnte nach diesen Ergebnissen verzichtet werden.

## 11 Materialgutachten

Um mit den vorgestellten Finite-Elemente-Modellen die Tragfähigkeit von Natursteinmauerwerk bzw. Bogenbrücken berechnen zu können, sind im Vorfeld der statischen Berechnungen materialtechnische Untersuchungen zur Bestimmung der entsprechenden Festigkeitsparameter von Stein und Mörtel erforderlich.

In der praktischen Durchführung zeigen sich erhebliche Schwierigkeiten vor allem auf folgenden Gebieten [29]:

- Formulierung einer gezielten Aufgabenstellung für den Materialgutachter durch den Tragwerksplaner;
- Vorgabe der Stellen am Tragwerk, aus denen die Materialproben entnommen werden sollen;
- Abstimmung zwischen Entnahmerichtung des Bohrkerns und Ausrichtung der Prüfkörper im Normversuch;
- Bestimmung von charakteristischen Festigkeitskennwerten (i.d.R. 5%-Fraktilwerte) aus Stichproben (Bohrkerne) auf Basis statistischer Auswertung der Versuche. Ein Kernproblem bei der Anwendung deskriptiver Statistik besteht häufig in zu kleinen Stichprobenumfängen. Die daraus entwickelten Rechenwerte sind mit entsprechend großen Unsicherheiten behaftet.
- Interpretation materialtechnischer Gutachten.

Wie in Abschnitt 8.2 gezeigt wurde, sind in einem semiprobabilistischen Sicherheitskonzept die Teilsicherheitsbeiwerte sehr eng mit den charakteristischen Werten (Fraktilwerte) und dem Variationskoeffizienten der entsprechenden Basisvariablen (BV) verknüpft. Bei Neubauten entsprechen diese Normwerte mittleren Fraktile, wie beispielsweise Betongüteklassen oder Stahlgüten. Das Erreichen und Gewährleisten einer entsprechenden Materialgüte erfolgt über geregelte Güteüberwachungssysteme. Bei der Bewertung historischer Bausubstanz liegt der Fall genau umgekehrt. Hier ist es notwendig, mit Hilfe statistischer Bewertungsverfahren die Materialqualität anhand einer Vielzahl von Stichproben zu bestimmen. Nach PURTAK und GEIBLER [29] ist es hierbei aufgrund der enorm streuenden Festigkeitskennwerte von Naturstein wenig sinnvoll, dessen Festigkeitsparameter für ganze Gewinnungsgebiete angeben zu wollen. Ein solches Vorgehen erscheint aus mehreren Gründen als ungeeignet. Zum einen fallen die mittleren Fraktile aus den Steinfestigkeitskennwerten einer Region so niedrig aus, dass damit einzelne Brückenbauwerke zu ungünstig nachgerechnet würden. Dies begründet sich auch in der Tatsache, dass für den Bau von Bogenbrücken die besten Steinqualitäten ausgewählt wurden. Zum anderen weist die Grundgesamtheit der Steinfestigkeitskennwerte einer Natursteinklasse aus einem Gewinnungsgebiet einen derart großen Variationskoeffizienten auf, dass die zugehörigen Teilsicherheitsfaktoren für die Steindruck- und -zugfestigkeit unrealistisch hoch ausfallen würden. Die in Abschnitt 9.2 angegebenen Teilsicherheitsbeiwerte sind daher nicht als allgemeingültig zu betrachten. Sie sind aufgrund der bestehenden Zusammenhänge zwischen Materialstreuung und Sicherheitskonzept vielmehr von den Aussagen des materialtechnischen Gutachtens für die zu untersuchende Bogenbrücke abhängig. Um als Basis für den statischen Nachweis dienen zu können, muss ein Materialgutachten daher gewisse Qualitätsanforderungen erfüllen.

PURTAK/GEIBLER ziehen in [29] aus den Variantenberechnungen mittels Zuverlässigkeitstheorie I. Ordnung unter anderem Schlussfolgerungen zur statistischen Beprobung der Steinzug- und Steindruckfestigkeit am bestehenden Bogentragwerk.

## 11.1 Steinzugfestigkeit

Die Steinzugfestigkeit ist aufgrund ihres enormen Einflusses auf die Tragfähigkeit von Natursteinmauerwerk am Bauwerk besonders gründlich statistisch zu beproben. PURTAK/GEIBLER empfehlen hierzu eine Mindestanzahl von 12 Einzelproben je Bauteil bzw. Bogen. Als Faustregel wird in der Literatur jedoch auch ein Wert von 20 Einzelproben angegeben. Eine nicht unerhebliche Rolle spielt hierbei auch die visuelle Störung des Bauwerks durch die Bohrungen. Als Bohrkerndurchmesser genügen  $d = 50$  mm. Dies wirkt sich bauwerksschonend aus. Die Prüfung der einaxialen Zugfestigkeit ist versuchstechnisch sehr aufwändig. In der Regel ist man daher versucht, die einaxiale Zugfestigkeit näherungsweise über die Spaltzugfestigkeit zu bestimmen. Die Spaltzugprüfung hat sich als gutes Verfahren zur Abschätzung der Zugfestigkeit an heterogenen Baustoffen wie Naturstein oder auch Mörtel und Beton erwiesen. Die Probekörper werden dabei über zwei gegenüberliegende parallele Belastungsstreifen bis zum Spaltzugbruch belastet. Bei dieser Versuchsanordnung entstehen im Inneren des Probekörpers Spaltzugspannungen (Abb. 11-1), wobei der Hauptteil des Probekörpers auf Zug beansprucht wird. Die Größe der wirksamen Zugspannung bleibt über den gesamten Querschnitt nahezu konstant.

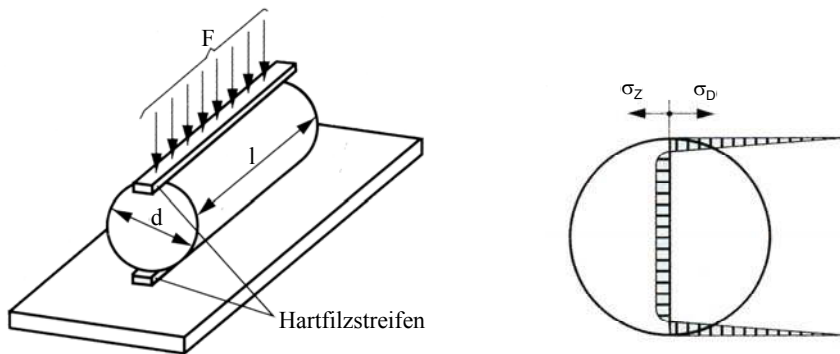


Abb. 11-1: Versuchsanordnung und Spannungsbild bei der Spaltzugprüfung am zylindrischen Prüfkörper [47]

Für die Spaltzugfestigkeit gilt die Beziehung:

$$\text{Gl. 11-1} \quad \beta_{\text{SZ,St}} = \frac{2 \cdot F}{\pi \cdot d \cdot l}$$

Die einaxiale Steinzugfestigkeit kann man aus der Spaltzugfestigkeit nach Gl. 11-2 bestimmen:

$$\text{Gl. 11-2} \quad \beta_{\text{Z,St}} = 0,9 \cdot \beta_{\text{SZ,St}}$$

Aus dem Materialgutachten folgen der Erwartungswert  $m_{\text{Z,St}}$  und der Variationskoeffizient  $v_{\text{Z,St}}$ . Liegt der ermittelte Variationskoeffizient der Steinzugfestigkeit deutlich über 30 %, ist das beschriebene Teilsicherheitskonzept nicht mehr ohne weiteres anwendbar. Das Bauwerk ist in solch einem Fall nach [29] auf verschiedene Steinchargen oder auf die Ursachen für lokale Festigkeitsverluste zu untersuchen. Die Möglichkeit einer langjährigen defekten Brückenabdichtung ist insbesondere bei Sandsteinmauerwerk zu berücksichtigen.

Ein theoretisches 5%-Fraktile  $\beta_{Z,St,5\%}$  ist mit Hilfe der der Zuverlässigkeitsanalyse in [29] zugrunde liegenden LNV zu bestimmen:

$$\text{Gl. 11-3} \quad m_U = \log \left[ \frac{m_{Z,St}}{\sqrt{1 + v_{Z,St}^2}} \right] \quad \text{logarithmierter Erwartungswert}$$

$$\text{Gl. 11-4} \quad \sigma_U = \sqrt{\log[1 + v_{Z,ST}^2]} \quad \text{logarithmierte Standardabweichung}$$

$$\text{Gl. 11-5} \quad \beta_{Z,ST,5\%} = \text{Exp}[m_U - 1,64485 \cdot \sigma_U] \quad \text{5\%-Fraktile}$$

## 11.2 Steindruckfestigkeit

Nach [29] genügt es für praktische Aufgaben, die mittlere Steindruckfestigkeit zu beproben. Aus Bohrkernen mit beispielsweise  $d = 50$  mm werden mindestens drei Versuchskörper gewonnen und der Erwartungswert bestimmt. Nimmt man für den Variationskoeffizienten  $v_{D,St} = v_{Z,St}$  an, erhält man ein auf der sicheren Seite liegendes 5%-Fraktile  $\beta_{D,St,5\%}$ , da der tatsächliche Variationskoeffizient der Steindruckfestigkeit i.d.R. geringer als der der Steinzugfestigkeit ist.

Im Falle von Steinen mit isotropem Gefüge, wie nicht geschichteter Sedimentgesteine, sind gemäß [41] Bohrkern verwendbar, wie sie aus dem Bauwerk entnommen werden, daher im Allgemeinen rechtwinklig zur Krafrichtung. Die Prüfung erfolgt mit Krafteintragung über die Stirnflächen, welche parallel und rechtwinklig zur Achse herzustellen sind. Von Steinen mit anisotropem Gefüge sind Proben so zu entnehmen, dass sie in Richtung der Beanspruchung im Bauwerk geprüft werden können.

Für den Postaer Sandstein sind nach Abb. 11-2 Gestaltfaktoren  $a$  in Abhängigkeit von Prüfkörperhöhen und -breiten angegeben. Durch die Endflächenreibung zwischen Sandstein und Stahlplatte der Prüfmaschine ergibt sich eine Behinderung der Querdehnung, wodurch sich der Stein im Bereich der Auflagerflächen in einem mehraxialen Druck-Druck-Druck-Spannungszustand befindet. Dies führt zu einem Anstieg der Bruchspannungen, was insbesondere bei flachen Prüfkörpern deutlich wird, da hier die Störungsbereiche einen wachsenden Anteil des Probenvolumens ausfüllen. Ein über den gesamten Querschnitt des Prüfkörpers ausgedehnter Bereich mit dem erwünschten einaxialen Spannungszustand ist erst ab einer Probenabmessung von  $h/b \geq 2$  möglich. An Proben mit Schlankheiten  $h/b \geq 2$  kann daher mit üblichen starren Belastungsplatten die "echte" einaxiale Druckfestigkeit bestimmt werden.

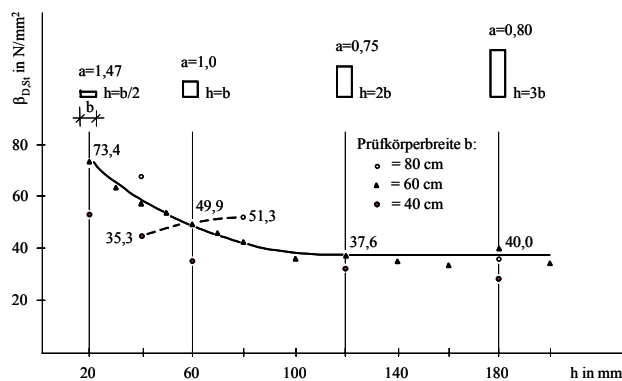


Abb. 11-2: Gestaltfaktoren  $a$  in Abhängigkeit von Prüfkörperhöhen und -breiten für Postaer Sandstein, Steinbruch-Lohmen-Mühlleite (Sachsen), eisenhaltige Bank [48]

Eine andere Möglichkeit zur Eintragung von Druckkräften stellen "schubweiche" Belastungsbürsten dar, durch die eine Querdehnungsbehinderung weitestgehend vermieden wird. Ermittelt man die Druckfestigkeit mit starren Belastungsplatten und Proben mit Schlankheiten  $h/b < 2$ , kann mittels Form- bzw. Gestaltfaktoren auf die einaxiale Druckfestigkeit geschlossen werden. Derartige Formfaktoren stellten beispielsweise SCHICKERT in [49] oder RUSTMEIER in [50] zur Verfügung. Für die Druckfestigkeit gilt folgende Beziehung:

Gl. 11-6 
$$\beta_{D,St} = \frac{F}{A}$$
 mit: F ... Bruchkraft; A ... Druckfläche

Wird die Steindruckfestigkeit nicht nach der oben beschriebenen vereinfachten Vorgehensweise ( $v_{D,St} = v_{Z,St}$ ) ermittelt, sondern erfolgt eine statistische Beprobung am Bauwerk analog zur Steinzugfestigkeit, so ergeben sich aus dem Materialgutachten der Erwartungswert  $m_{D,St}$  und der Variationskoeffizient  $v_{D,St}$ . Sollte der ermittelte Variationskoeffizient der Steindruckfestigkeit deutlich über 30 % liegen, so ist auch hier das beschriebene Teilsicherheitskonzept nicht mehr ohne weiteres anwendbar. In diesem Fall ist entsprechend der bereits beschriebenen Vorgehensweise (siehe Steinzugfestigkeit) zu verfahren. Ein theoretisches 5%-Fraktile  $\beta_{Z,St,5\%}$  ist nach Gl. 11-3 bis Gl. 11-5 in analoger Weise zu bestimmen. Zur Ermittlung des Elastizitätsmoduls des Steins können beispielsweise [41] entsprechende Angaben entnommen werden. Die Querdehnzahl braucht nicht gesondert ermittelt zu werden. Hier genügt eine Annahme von  $\mu = 0,20$ . Abb. 11-3 fasst die beschriebene Vorgehensweise der statistischen Materialbeprobung von Steifigkeitswerten an Bogenbrücken in einem Schema zusammen.

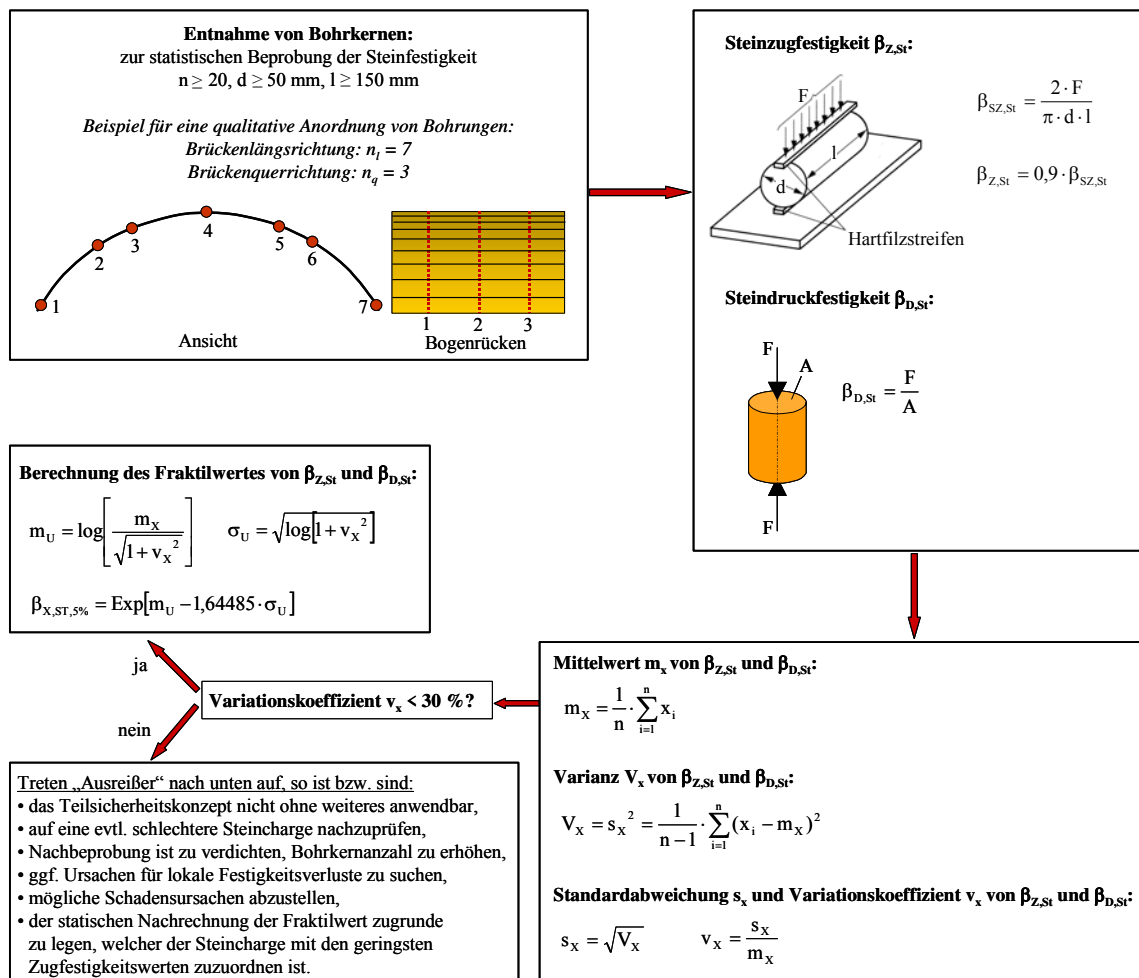


Abb. 11-3: Schema zur statistischen Beprobung der Steinzug- und -druckfestigkeit an einer Bogenbrücke

### 11.3 Mörteldruckfestigkeit

Die Druckfestigkeitsbestimmung von Mörtel im Bestand ist aufgrund der begrenzten Fugendicke schwierig. PURTAK und GEIBLER schlagen in [29] eine Entnahme von Bohrkernen vor, deren Durchmesser deutlich größer als die Fugendicke sind. Aus einem Bohrkern werden möglichst viele Mikroproben gefertigt. Für jede Mikroprobe wird eine Druckfestigkeitsbestimmung durchgeführt. Hierbei gibt es allerdings i.d.R. zahlreiche "Fehlmessungen". Der Mittelwert aller erfolgreich geprüften Mikroproben bildet den charakteristischen Messwert eines Bohrkerns. Mit den Einzelwerten der Bohrkern wird dann die Gesamtstatistik durchgeführt. Dieses Vorgehen ist kompliziert und recht aufwändig, man erhält aber durchaus repräsentative Werte. Lokale Störeinflüsse wie unterschiedliche Mörtelkörnung, Bindemittelanteile oder schlechte bzw. besonders gute Mischungen werden weitestgehend ausgemittelt.

Ein anderes Vorgehen beschreibt der UIC-Kodex 778-3 [41]. Danach wird der Fugenmörtel direkt am Bauwerk durch Eindringversuche geprüft. Als Prüfgerät findet ein Kugelschlaghammer mit Zusatzvorrichtung (Eindringstifte/Bolzen) Anwendung. Hierbei wird die Eindringtiefe als Maß für die Mörteldruckfestigkeit verwendet. Durch die Prüfung am bestehenden Bauwerk ist die Eindringtiefe neben der Festigkeit des Mörtels auch von der Fugendicke abhängig, welche bei der Auswertung und Bestimmung der Mörteldruckfestigkeit Berücksichtigung findet. Vor der Eindringprüfung sind verwitterte Mörtelbestandteile oder Fugenverstrich zu entfernen. Mit diesem Verfahren lassen sich Tiefenbereiche von 0 bis 60 mm prüfen. Je Bauteil bzw. Bogen sind mindestens 20 Eindringprüfungen durchzuführen. Für das in Abschnitt 9.2.1 beschriebene Teilsicherheitskonzept ist der Mittelwert der Mörteldruckfestigkeit von Belang. Der E-Modul des Mörtels kann nach der von BIERWIRTH gefundenen Beziehung nach Gl. 7-6 berechnet werden. Die Querdehnzahl braucht nicht gesondert ermittelt zu werden. Hier genügt eine Annahme von  $\mu = 0,20$ .

### 11.4 Zusammenfassung der erforderlichen Materialparameter

Tab. 11-1 führt die zur Durchführung einer Finite-Elemente-Berechnung mit den beschriebenen Diskontinuumsmodellen benötigten Materialkennwerte auf. Da die Auffüllung lediglich als Belastung eingeht, genügt die Angabe des Mittelwertes deren Dichte. Sollen Stampfbetonzwickel in der Berechnung berücksichtigt werden, so sind die Mittelwerte der unten angegebenen Materialparameter zu erkunden. Für den Fall einer Modellierung von Widerlagern und Pfeilern genügen die Mittelwerte der in Tab. 11-1 angegebenen Materialparameter. Die Druck- und Zugfestigkeitskennwerte des Steins sind als untere 5%-Fraktile anzugeben. Für sämtliche E-Moduli und Dichten sowie die Mörteldruckfestigkeit sind die Erwartungswerte von Interesse. Die Querdehnzahlen können in allen Fällen mit  $\mu = 0,20$  angenommen werden.

Stein	Mörtel	Auffüllung	Stampfbeton	Widerlager	Pfeiler
Zugfestigkeit $\beta_{Z,St}$	Druckfestigkeit $\beta_{D,M0}$	Dichte $\rho_A$	Zugfestigkeit $\beta_{Z,SB}$	E-Modul $E_{Wl}$	E-Modul $E_{Pf}$
Druckfestigkeit $\beta_{D,St}$	E-Modul $E_{M0}$		Druckfestigkeit $\beta_{D,SB}$	Dichte $\rho_{Wl}$	Dichte $\rho_{Pf}$
E-Modul $E_{St}$	Dichte $\rho_{M0}$		E-Modul $E_{SB}$		
Dichte $\rho_{St}$			Dichte $\rho_{SB}$		

Tab. 11-1: Zusammenfassung der erforderlichen Materialparameter



## 12 Zusammenfassung

Die vorliegende Masterarbeit entstand im Zuge der Mitarbeit am Forschungsvorhaben " Bogenbrücken aus Natursteinmauerwerk – Entwicklung eines realitätsnahen Berechnungsmodells für den statischen Nachweis von Bogenbrücken aus Natursteinmauerwerk" [29]. Die dort entwickelten, im Abschnitt 6 beschriebenen Finite-Elemente-Modelle zur Ermittlung von Traglastwerten für Natursteinmauerwerk sowie zur Berechnung von Bogenbrücken wurden dem Verfasser von dem betreuenden Büro zur Verfügung gestellt.

Im Allgemeinen Diskontinuumsmodell werden Steine und Mörtelfugen separat modelliert. Es berücksichtigt neben den geometrischen auch die materialseitigen Nichtlinearitäten. Am Gesamtsystem erfolgt die Berechnung der Spannungskombinationen aus Hauptdruck- und Hauptzugspannung aller Elemente der modellierten Steine. In einer Nachlaufrechnung wird anhand des für das Steinmaterial definierten Bruchmodells nach MOHR-COULOMB geprüft, ob an einer Stelle des Tragwerks der Bruchzustand erreicht ist. Hierbei ist für jede Laststellung und Lastkombination eine eigene Berechnung erforderlich, da aufgrund der erfassten Nichtlinearitäten die Anwendung des Superpositionsgesetzes nicht möglich ist. Aufgrund der enorm hohen Rechenzeit, selbst unter Gebrauch aktueller Rechentechnik, erscheint die Anwendung des Allgemeinen Diskontinuumsmodells als nicht praxistauglich. Es folgte daher die Entwicklung des Entkoppelten Diskontinuumsmodells.

Im Entkoppelten Diskontinuumsmodell werden lediglich die Steine modelliert. Die Mörtelfugen bleiben im Finite-Elemente-Modell der Bogenbrücke unberücksichtigt, was zu einer erheblichen Einsparung von Rechenzeit führt. Mit diesem Modells werden für jede Fuge und jeden Lastschritt die dort herrschende resultierende Normalkraft und die dazugehörige Lastexzentrizität berechnet. Die so ermittelte Beanspruchung im maßgebenden Schnitt wird im Nachgang mit der den Geometrie- und Materialparametern zugehörigen Traglast verglichen. Diese Traglast wird mit einem separaten Finite-Elemente-Modell berechnet, in dem Steine und Mörtel analog zum Allgemeinen Diskontinuumsmodell modelliert sind. Somit werden Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Bogenbrücken mittels zweier getrennter Finite-Elemente-Modelle untersucht.

Die Qualität der vorgestellten Finite-Elemente-Modelle wurde mittels praktischer Versuche an gemauerten Dreistein-Körpern und an zwei Bogenbrücken im Maßstab 1:1 überprüft, wobei sich gute Übereinstimmungen zwischen den versuchsseitig ermittelten Bruchlasten und denen aus den FE-Berechnungen zeigten.

Die zur Verfügung gestellten Berechnungsmodelle für Bogenbrücken gestatteten die statische Berechnung von Bogenbrücken mit kreissegmentförmiger Geometrie. Als Verkehrslastmodell stand das LM 1 nach DIN-FB 101 zur Verfügung.

Zur Durchführung einer umfangreichen Parameterstudie unter Variation von Geometrie- und Belastungsparametern war es erforderlich, die bestehenden Programmcodes zu erweitern. Zur Generierung korb- und parabelförmiger Bögen wurden entsprechende Module geschrieben, welche in den bestehenden Code zur Berechnung kreissegmentförmiger Bögen eingearbeitet wurden. Weiterhin sind Lastmodelle wie LM 71, SW 0, SLW 60 etc. ergänzt worden.

An einer festgelegten Standardbrücke folgten für verschiedene Einflussgrößen auf die Tragfähigkeit Parameteruntersuchungen mit dem Entkoppelten Diskontinuumsmodell. Kernpunkt der Untersuchungen stellt der Einfluss der Lastmodelle LM 1, LM 71 und SLM 60 bzw. 30 auf die Bogentragfähigkeit unter variierender Bogenspannweite dar. Allen Berechnungen gingen Lastüberfahrten zur Ermittlung der maßgebenden Laststellungen voraus. Einige Ergebnisse seien im Folgenden in knapper Form zusammengefasst:

- Bei Kreis- und Korbbögen nähern sich für die Lastmodelle LM 1, LM 71 und SLW 60 die Ausnutzungsgrade mit wachsender Spannweite und hieran gekoppelter Bogendicke an, ohne wesentlich anzusteigen.
- Der Parabelbogen erweist sich bei asymmetrisch angreifenden Verkehrslasten gegenüber dem korb- und -kreissegmentförmigen Bogen ab Spannweiten  $> 10$  m als deutlich weniger tragfähig.
- Bei gleich bleibender Bogendicke nimmt die Tragfähigkeit der untersuchten Bogenformen mit wachsender Stichhöhe ab.
- Mit zunehmender Bogendicke sinkt der Ausnutzungsgrad stark überproportional.
- Eine Vergrößerung der Auffüllungshöhe hat durch die hieraus resultierende höhere Eigenlast und die größere Lastverteilungsbreite auf dem Bogenrücken einen traglaststeigernden Einfluss.
- Mit wachsender Auffüllungswichte nimmt der Ausnutzungsgrad erwartungsgemäß ab.
- Der in der Literatur erwähnte erhebliche Einfluss des Lastverteilungswinkels der Auffüllung auf die Bogentragfähigkeit konnte nicht festgestellt werden. Mit kleinerem Lastverteilungswinkel sinkt der Ausnutzungsgrad beispielsweise im Vergleich zu einer Vergrößerung der Auffüllungshöhe nur mäßig.
- Die Tragfähigkeit eines Korbbogens mit konstanter Bogendicke ist in erheblichem Maße davon abhängig, ob die Kämpferbereiche durch Stampfbetonzwinkel stabilisiert werden, welche das theoretische Heraustreten der Stützlinie aus dem Bogenquerschnitt ermöglichen.
- Für das Finden der maßgebenden Laststellung sind Überfahrten mit ausreichend feiner Lastschrittweite erforderlich. Hierbei ist eine Überfahrt bei Bögen mit konstanter Bogendicke bis über den Scheitel in der Regel ausreichend. Ist ein Bereich möglicher maßgebender Laststellungen eingegrenzt, sollte in diesem nochmals eine Überfahrt mit noch kleinerer Lastschrittweite durchgeführt werden.

Auf Grundlage zahlreicher probabilistischer Berechnungen wurden in [29] ein Teilsicherheitskonzept und ein globales Sicherheitskonzept entwickelt. Beide Konzepte sind in dieser Arbeit vorgestellt worden. Anhand der statischen Nachrechnung einer Beispielbrücke ist die Anwendung dieser Nachweis-konzepte für das Allgemeine und das Entkoppelte Diskontinuumsmodell veranschaulicht worden. Daneben zeigt ein Vergleich der geführten Nachweise mit denen nach DIN 1053-1 und DIN 1053-100, dass die Tragfähigkeit mit dem in [29] entwickelten und hier vorgestellten Nachweisverfahren eine realitätsnähere Einschätzung der Tragfähigkeit von Bogenbrücken liefert. Die Anwendung des Teilsicherheitskonzeptes stellt besondere Anforderungen an die Güte des spezifischen Materialgutachtens. Da die Steinzugfestigkeit von beträchtlichem Einfluss auf die Tragfähigkeit von Natursteinmauerwerk und somit auf die Berechnung der Bruchlast von Bogenbrücken ist, muss diese über die praktikable Ermittlung der Spaltzugfestigkeit an Bohrkernen ermittelt werden. Hierbei ist es wünschenswert, die normativen Regelungen und entsprechenden Richtlinien diesbezüglich zu aktualisieren.

Die vorliegende Arbeit veranschaulicht das Tragverhalten von Bogenbrücken unterschiedlicher Form unter Variation wesentlicher Einflussparameter. Zudem zeigt sie handhabbare Verfahren auf, welche eine realitätsnahe Tragfähigkeitseinschätzung von Bogenbrücken erlauben und somit einen Beitrag zur Erhaltung historischer Bogenbrücken leisten.

### **13 Eidesstattliche Erklärung**

Literaturverweise für Anhang. Später für diese Seite die Eidesstattliche Erklärung einfügen.

Berndt [51]

Pöschel/Sabha [52]

---

## 14 Literatur

---

- [1] PURTAK, F.: "Zur nichtlinearen Berechnung von Bogenbrücken aus Natursteinmauerwerk". 22nd CAD-FEM User's Meeting 2004, International Congress on FEM Technology with ANSYS CFX & ICEM CFD Conference
- [2] DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V.: DIN 1072: "Straßen- und Wegbrücken – Lastannahmen". DIN Deutsches Institut für Normung e.V., Dezember 1985
- [3] LOOS, S.: "Nachrechnungsklassen von Bauwerken". Diplomarbeit, TU Dresden, Fakultät Bauingenieurwesen, Lehrstuhl Massivbau, 2004
- [4] MANN, W.: "Zum Tragverhalten von Mauerwerk aus Natursteinen". In: Mauerwerk-Kalender 1983, Ernst & Sohn Verlag Berlin
- [5] PÖSCHEL, G.; SABHA, A.; PURTAK, F.; POPP, T.: "Versuchsbericht zur Tragfähigkeit des Natursteinmauerwerks aus Elbe-Sandstein unter ausmittiger Belastung – Experimentelle Untersuchung im Auftrag der DFG-SFB-315 Teilprojekt C2". TU Dresden, Fakultät Architektur, Lehrstuhl für Tragwerksplanung
- [6] EBNER, B.: "Das Tragverhalten von mehrschaligem Bruchsteinmauerwerk im regelmäßigen Schichtenverband". Dissertation, TU Berlin, Fachbereich Architektur, 1995
- [7] KOCH, W.: "Baustilkunde – Das Standardwerk der europäischen Baukunst von der Antike bis zur Gegenwart". Band 1 und 2, Faktum Lexikon Institut – Bassermann Verlag, Bertelsmann Lexikon Verlag, Gütersloh 1998
- [8] BUNDESMINISTERIUM FÜR VERKEHR, BAU- UND WOHNUNGSWESEN: "Steinbrücken in Deutschland". 2 Bände
- [9] PETERSEN, C.: "Statik und Stabilität der Baukonstruktionen". 2. durchgesehene Auflage, Vieweg Verlag, 1990
- [10] TRAUTZ, M.: "Zur Entwicklung von Form und Struktur historischer Gewölbe aus der Sicht der Statik". Dissertation, Universität Stuttgart, Institut für Baustatik, 1998
- [11] ...: ERRI D 221/RP 1: "Vertikale Eisenbahnverkehrslasten: Kombinationsbeiwerte, Hintergrundinformationen zum Thema Eisenbahnverkehrslasten". Europäisches Institut für Eisenbahnforschung, 1998
- [12] BETONKALENDER 2004: "Brücken und Parkhäuser". Teil 1, Ernst & Sohn Verlag, Berlin 2004
- [13] DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V.: DIN V ENV 1991-3: 1996-8, Eurocode 1: "Grundlagen der Tragwerksplanung und Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 1: Verkehrslasten auf Brücken". Deutsche Fassung ENV 1991-3: 1995, Beuth Verlag, Berlin

- 
- [14] PURTAK, F.; POPP, T.; HIRSCH, U.; GRÖSCHKE, T.: "Tragfähigkeit von großformatigem Kalksandstein unter ausmittiger Belastung". Unveröffentlichter Versuchsbericht, 2005
- [15] PURTAK, F.; POPP, T.; HIRSCH, U.; GRÖSCHKE, T.: "Tragfähigkeit von Bogenmauerwerk aus Kalksandstein unter dem Lastbild der Tandemachse". Unveröffentlichter Versuchsbericht, 2006
- [16] ANSYS 8.0, User's Manual, Swanson Analysis Systems, CAD-FEM GmbH, 1994
- [17] SCHMIDT, H.-H.: "Grundlagen der Geotechnik". 2. Auflage, B.G. Teubner Verlag, Stuttgart 2001
- [18] PURTAK, F.: "Tragfähigkeit von schlankem Quadermauerwerk aus Naturstein". Dissertation, Technische Universität Dresden, Fakultät Architektur, Lehrstuhl Tragwerksplanung, 2001
- [19] DER INGENIEURBAU: "Grundwissen/Rechnerorientierte Baumechanik". Ernst & Sohn Verlag Berlin, 1995
- [20] KUPFER, H.: "Das Verhalten des Betons unter mehrachsiger Kurzzeitbelastung unter besonderer Berücksichtigung der zweiachsigen Beanspruchung". In: DafStb Heft 229, Ernst & Sohn Verlag Berlin, 1973
- [21] KALISZKY, S.: "Plastizitätslehre – Theorie und technische Anwendung". Akadémiai Kiadó, Budapest, 1984
- [22] GROSS, D.: "Bruchmechanik mit Einführung in die Mikromechanik". Springer-Verlag Berlin, 2001
- [23] GRÖSCHKE, T.: "Maßgebende Einwirkungen auf Bogentragwerke für Brücken aus Quadermauerwerk für beliebige Geometrien infolge Normlasten". Diplomarbeit, Hochschule für Technik und Wirtschaft Dresden (FH), Fachbereich Bauingenieurwesen/Architektur, 2004
- [24] HIRSCH, U.: "Tragfähigkeitsuntersuchungen von Quadermauerwerk zur statischen Beurteilung von Bogenbrücken". Diplomarbeit, Hochschule für Technik und Wirtschaft Dresden (FH), Fachbereich Bauingenieurwesen/Architektur, 2004
- [25] BERNDT, E.: "Zur Druck- und Schubfestigkeit von Mauerwerk – experimentell nachgewiesene Strukturen aus Elbsandstein". In: Bautechnik 73, Heft 4, 1996
- [26] HUSTER, U.: "Tragverhalten von einschaligem Natursteinmauerwerk unter zentrischer Druckbeanspruchung". Dissertation, Uni GH Kassel, Fachbereich Bauingenieurwesen, 2000
- [27] BIERWIRTH, H.: "Dreiachsige Druckversuche an Mörtelproben aus Lagerfugen von Mauerwerk". Dissertation, Technische Universität München, 1995

- 
- [28] DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V.: DIN 1053-1: Mauerwerk. Teil1: "Berechnung und Ausführung". DIN Deutsches Institut für Normung e.V., November 1996
- [29] PURTAK, F.; GEIBLER, K.: "Bogenbrücken aus Natursteinmauerwerk – Entwicklung eines realitätsnahen Berechnungsmodells für den statischen Nachweis von Bogenbrücken aus Natursteinmauerwerk". Forschungsvorhaben Nr. KU 0425001KAT2, Schlussbericht 03/2006
- [30] FRENZEL, M.: "Untersuchung zur Quertragfähigkeit von Bogenbrücken aus Natursteinmauerwerk". Diplomarbeit, Technische Universität Dresden, Fakultät Bauingenieurwesen, Lehrstuhl Massivbau, 2004
- [31] BUSCH, P.: "Probabilistische Analyse und Bewertung der Tragsicherheit historischer Steinbogenbrücken". Dissertation, Technische Universität Dresden, Fachbereich des konstruktiven Ingenieurbaus, 1998
- [32] DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V.: DIN 1055-100: "Einwirkungen auf Tragwerke". Teil 100: Grundlagen der Tragwerksplanung, Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln, 2001
- [33] DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V.: DIN 1055-9: "Einwirkungen auf Tragwerke". Außergewöhnliche Einwirkungen, 2002
- [34] PROSKE, D.; LIEBERWIRTH, P.; VAN GELDER, P.: "Sicherheitsbeurteilung historischer Bogenbrücken". Sonderdruck zum 16. Dresdner Brückenbausymposium, Dirk Proske Verlag, Dresden 2006
- [35] PROSKE, D.: "Beitrag zur Risikobeurteilung von alten Brücken unter Schiffsanprall". Dissertation, Technische Universität Dresden, 2003
- [36] LIEBERWIRTH, P.: "Beitrag zur Anwendung zuverlässigkeitstheoretischer Berechnungsverfahren auf stahlbautypische Problemstellungen". Dissertation, Technische Universität Dresden, Fakultät Bauingenieurwesen, 2005
- [37] SCHNEIDER, J.: "Sicherheit und Zuverlässigkeit im Bauwesen: Grundwissen für Bauingenieure". 2. überarbeitete Auflage, Zürich: vdf, Hochschulverlag an der ETH Zürich, Stuttgart: Teubner, 1996
- [38] SPAETHE, G.: "Die Sicherheit tragender Baukonstruktionen". VEB Verlag für Bauwesen, 1987
- [39] HASOFER, A. M.; LIND, N. C.: "Exact and Invariant Second-Moment Code Format". Proc. ASCE, Journal of Eng. Mech. Division, Vol. 100, No. EM 1, 1974
- [40] SCHNEIDER, R.: "Stochastische Analyse und Simulation des nichtlinearen Verhaltens ebener Stabtragwerke mittels M-N-Q-Interaktionsmodell". Dissertation, Veröffentlichungen des Lehrstuhls für Statik, Heft 2, TU-Dresden, 2001

- 
- [41] ...: INTERNATIONALER EISENBAHNVERBAND: UIC-Kodex 778-3, "Empfehlungen für die Bewertung des Tragvermögens bestehender Gewölbebrücken aus Mauerwerk und Beton". 1995
- [42] ... : DB Richtlinie 805: "Tragsicherheit bestehender Eisenbahnbrücken". DB Netz AG, 2002
- [43] DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V.: DIN 1053-100: Mauerwerk. Teil 100: "Berechnung auf Grundlage des semiprobabilistischen Sicherheitskonzeptes". August 2004
- [44] DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V.: DIN-Fachbericht 101 – "Einwirkungen auf Brücken". Beuth Verlag, Berlin, 2003
- [45] CURBACH, M.; PROSKE, D.: "Abschätzung des Verteilungstyps der Mauerwerksdruckfestigkeit bei Sandsteinmauerwerk". Wissenschaftliche Schrift, Technische Universität Dresden, Fakultät Bauingenieurwesen
- [46] PAPULA, L.: "Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler". Band 3, 4. Auflage, Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig/Wiesbaden, 2001
- [47] WENDEHORST: "Baustoffkunde". 25. Auflage, Vincentz Verlag, Hannover, 1998
- [48] BERNDT, E.; SCHÖNE, I.: "Ein Bemessungsvorschlag für Mauerwerk aus Elbsandstein auf Grundlage experimentell nachgewiesener Tragfähigkeiten". Jahrbuch 1992, Sonderforschungsbericht 315, Ernst & Sohn Verlag Berlin
- [49] SCHICKERT, G.: "Formfaktoren der Betondruckfestigkeit". Bautechnik 2, Ernst & Sohn Verlag Berlin, 1981
- [50] RUSTMEIER, H.G.: "Untersuchungen über Einflüsse auf die Drucktragfähigkeit von Bruchsteinmauerwerk". Dissertation, TH Darmstadt, Fachbereich Architektur, 1982
- [51] BERNDT, E.: "Zur Druck- und Schubfestigkeit von Mauerwerk – experimentell nachgewiesene Strukturen aus Sandstein". In: Bautechnik 73, Heft 4, 1996
- [52] PÖSCHEL, G.; SABHA, A.: "Ein theoretisches Modell zum Tragverhalten von Elbsandsteinmauerwerk". In: Jahrbuch 1993, Sonderforschungsbereich 315



## EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG

---

Hierdurch erkläre ich, dass ich, Uwe Hirsch, die von mir am heutigen Tag eingereichte Master-Arbeit selbständig verfasst und ausschließlich die angegebenen Hilfsmittel benutzt habe.

Dresden, den 24.11.2006

## A. Auswertung der Überfahrten

### a) Kreisbogen, $F/L = 0,3$

Lastmodell	L = 10 m					L = 20 m					L = 30 m				
	$x_{DA}$	$x_{FL}$	$F_R$	$x_R$	$I/x_R$	$x_{DA}$	$x_{FL}$	$F_R$	$x_R$	$I/x_R$	$x_{DA}$	$x_{FL}$	$F_R$	$x_R$	$I/x_R$
LM 1	3,50 m	4,50 m	277 kN	2,63 m	3,80	6,25 m	9,50 m	322 kN	5,26 m	3,80	8,25 m	14,50 m	368 kN	7,38 m	4,07
LM 71	4,00 m	4,50 m	266 kN	2,12 m	4,72	9,00 m	9,50 m	499 kN	5,16 m	3,88	12,25 m	14,50 m	659 kN	7,78 m	3,86
SLW 60	4,75 m	4,50 m	300 kN	1,75 m	5,71	8,75 m	9,50 m	318 kN	5,60 m	3,57	10,50 m	14,50 m	343 kN	7,45 m	4,03
SLW 30	4,75 m	4,50 m	150 kN	1,75 m	5,71	8,75 m	9,50 m	159 kN	5,60 m	3,57	10,50 m	14,50 m	171 kN	7,45 m	4,03

### b) Korbhogen, $F/L = 0,3$

Lastmodell	L = 10 m					L = 20 m					L = 30 m				
	$x_{DA}$	$x_{FL}$	$F_R$	$x_R$	$I/x_R$	$x_{DA}$	$x_{FL}$	$F_R$	$x_R$	$I/x_R$	$x_{DA}$	$x_{FL}$	$F_R$	$x_R$	$I/x_R$
LM 1	4,25 m	5,70 m	288 kN	3,34 m	2,99	8,00 m	11,00 m	336 kN	6,70 m	2,99	11,50 m	16,00 m	381 kN	9,68 m	3,10
LM 71	5,25 m	5,70 m	335 kN	2,79 m	3,58	11,00 m	11,00 m	547 kN	6,32 m	3,16	14,75 m	16,00 m	707 kN	8,98 m	3,34
SLW 60	5,50 m	5,70 m	301 kN	2,51 m	3,98	10,75 m	11,00 m	325 kN	7,37 m	2,71	15,00 m	16,00 m	350 kN	11,09 m	2,71
SLW 30	5,50 m	5,70 m	151 kN	2,51 m	3,98	10,75 m	11,00 m	163 kN	7,37 m	2,71	15,00 m	16,00 m	175 kN	11,09 m	2,71

### c) Parabelbogen, $F/L = 0,3$

Lastmodell	L = 10 m					L = 20 m					L = 30 m				
	$x_{DA}$	$x_{FL}$	$F_R$	$x_R$	$I/x_R$	$x_{DA}$	$x_{FL}$	$F_R$	$x_R$	$I/x_R$	$x_{DA}$	$x_{FL}$	$F_R$	$x_R$	$I/x_R$
LM 1	3,00 m	4,50 m	278 kN	2,21 m	4,52	5,00 m	9,50 m	323 kN	4,35 m	4,60	7,25 m	14,50 m	368 kN	6,73 m	4,46
LM 71	3,75 m	4,50 m	253 kN	2,11 m	4,74	7,75 m	9,50 m	499 kN	4,67 m	4,28	9,75 m	14,50 m	659 kN	7,04 m	4,26
SLW 60	4,50 m	4,50 m	250 kN	1,81 m	5,52	7,75 m	9,50 m	318 kN	4,75 m	4,21	9,50 m	14,50 m	343 kN	6,66 m	4,50
SLW 30	4,50 m	4,50 m	125 kN	1,81 m	5,52	7,75 m	9,50 m	159 kN	4,75 m	4,21	9,50 m	14,50 m	171 kN	6,66 m	4,50

Tab. A-1: Maßgebende Laststellungen verschiedener Lastmodelle für die betrachteten Bogenformen bei variierender Spannweite

### a) Kreisbogen, L = 10 m, LM 1 nach DIN-FB 101

F/L	$x_{DA}$	$x_{FL}$	$F_R$	$x_R$	$I/x$
0,1	3,30 m	7,20 m	302 kN	2,74 m	3,65
0,2	3,30 m	3,90 m	272 kN	2,43 m	4,12
0,3	3,50 m	4,50 m	278 kN	2,63 m	3,80
0,4	3,60 m	4,80 m	280 kN	2,74 m	3,65
0,45	4,20 m	5,70 m	288 kN	3,30 m	3,03
0,5	4,75 m	6,25 m	293 kN	3,79 m	2,64

### b) Korbhogen, L = 10 m, LM 1 nach DIN-FB 101

F/L	$x_{DA}$	$x_{FL}$	$F_R$	$x_R$	$I/x$
0,2	5,10 m	7,50 m	305 kN	4,18 m	2,39
0,3	4,25 m	5,70 m	288 kN	3,34 m	2,99
0,4	4,50 m	4,50 m	278 kN	3,49 m	2,87

### c) Parabelbogen, L = 10 m, LM 1 nach DIN-FB 101

F/L	$x_{DA}$	$x_{FL}$	$F_R$	$x_R$	$I/x$
0,1	3,60 m	4,80 m	280 kN	2,74 m	3,65
0,2	3,00 m	4,20 m	275 kN	2,19 m	4,57
0,3	3,00 m	4,20 m	275 kN	2,19 m	4,57
0,4	3,00 m	3,90 m	272 kN	2,17 m	4,61
0,45	3,00 m	3,90 m	272 kN	2,17 m	4,61
0,5	3,00 m	3,60 m	270 kN	2,15 m	4,65

Tab. A-2: Maßgebende Laststellungen des Lastmodells LM 1 nach DIN-FB 101 für die betrachteten Bogenformen bei variierendem Sticht Höhenverhältnis F/L

## B. Verwendete Steinabmaße

Spannweite L	$d_{St}$	$h_{St}$
10,00 m	60 cm	54 cm
20,00 m	87 cm	78 cm
30,00 m	112 cm	101 cm

Stichhöhe F	$d_{St}$	$h_{St}$
1,00 m	60 cm	54 cm
2,00 m	60 cm	54 cm
3,00 m	60 cm	54 cm
4,00 m	70 cm	63 cm
4,50 m	75 cm	68 cm
5,00 m	80 cm	72 cm

Bogendicke $d_{s,K}$	$d_{St}$	$h_{St}$
50 cm	50 cm	50 cm
60 cm	60 cm	54 cm
70 cm	70 cm	54 cm
80 cm	80 cm	54 cm
90 cm	90 cm	54 cm

Tab. B-1: Verwendete Steinabmaße

## C. Statistische Erfassung von Bogenbrücken

Angaben zur Brücke					Angaben zum Brückenbogen								
Brückenname	Ort	Baujahr	Im Zuge von	BKL	Bogen Nr.	Bogenform	Bogenmaterial	L	F	h <sub>A</sub>	d <sub>s</sub>	d <sub>k</sub>	F/L
								[m]	[m]	[cm]	[cm]	[cm]	[-]
Klusbrücke	Wahlwitz	1588	Fußweg		1	Kreis	Sandstein	7,05	2,40	110	45	45	0,34
					2	Kreis	Sandstein	5,10	2,30	65	45	45	0,45
Brücke ü.Mühlgraben	Gröningen	1802	Straße/Fußweg		1	Kreis	Muschelkalk	4,70	1,50	60	40	40	0,32
					2	Kreis	Muschelkalk	4,70	1,50	60	40	40	0,32
					3	Kreis	Muschelkalk	4,70	1,50	60	40	40	0,32
Bodenbrücke	Niemburg	1889	Straße		1	Kreis	Sandstein	20,00	3,10	42	80	80	0,16
					2	Kreis	Sandstein	21,00	3,70	42	80	80	0,18
					3	Kreis	Sandstein	20,00	3,10	42	80	80	0,16
Bodenbrücke 2	Nienburg	1849	Straße/Fußweg		1	Kreis	Sandstein	8,12	2,50	30	70	65	0,31
					2	Kreis	Sandstein	8,12	2,50	30	70	65	0,31
					3	Kreis	Sandstein	8,12	2,50	30	70	65	0,31
Friederikenbrücke	Wörlitz	1788	Straße/Fußweg		1	Kreis	Sandstein	5,10	1,70	60	30	28	0,33
Saalebrücke	Roßbach	1866	Straße/Fußweg		1	Kreis	Bundsandstein	11,93	1,99		86	120	0,17
					2	Kreis	Bundsandstein	11,93	1,99		86	120	0,17
					3	Kreis	Bundsandstein	11,93	1,99		86	120	0,17
					4	Kreis	Bundsandstein	11,93	1,99		86	120	0,17
					5	Kreis	Bundsandstein	11,93	1,99		86	120	0,17
Saalebrücke	Bad Kösen	1900	Straße/Fußweg		1	Kreis	Kalkstein	16,80	2,61	50	80	80	0,16
					2	Kreis	Kalkstein	18,60	3,60	50	80	80	0,19
					3	Kreis	Kalkstein	17,00	3,51	50	80	80	0,21
Werrabrücke	Ellingshausen-Rohr	1534	Straße		1	Kreis	Kalkstein	5,70	1,00	25	50	50	0,18
					2	Kreis	Kalkstein	6,75	2,50	25	50	50	0,37
					3	Kreis	Kalkstein	10,60	3,50	25	50	50	0,33
					4	Kreis	Kalkstein	10,60	3,75	25	50	50	0,35
					5	Kreis	Kalkstein	7,20	3,50	25	50	50	0,49
Mühlgrabenbrücke	Wasungen	1600	Straße		1	Kreis	Sandstein						
					2	Kreis	Sandstein						
Weidabrücke	Gräfenbruck	1863	Straße	1,5 t	1	Kreis	Sandstein	4,50	1,20				0,27
					2	Kreis	Sandstein	8,50	2,75				0,32
Aumabrücke	Weida	1754	Straße		1	Kreis	Kulmschiefer	4,90	1,50	35	63	125	0,31
					2	Kreis	Kulmschiefer	4,90	1,50	35	63	125	0,31
Apfelstädtbrücke	Molsdorf	1751	Straße		1	Kreis	Sandstein	11,20	2,50	8	70	70	0,22
					2	Kreis	Sandstein	5,20	1,50	10	70	70	0,29
Wolfbrücke	Gera	<1562		16	1	Kreis	Sandstein		0,23	120	35	35	
					2	Kreis	Sandstein		0,23	120	35	35	
					3	Kreis	Sandstein		0,23	120	35	35	
Walkstrombrücke	Erfurt	1750	Straße/Fußweg	30	1	Kreis	Kalkstein	6,95	1,70	83	40	80	0,24
					2	Kreis	Kalkstein	6,50	1,70	86	40	80	0,26
Sternbrücke	Weimar	1651	Straße/Fußweg	9	1	Kreis	Kalkstein	13,53	6,00	15	50	130	0,44
					2	Kreis	Kalkstein	13,66	6,00	85	70	130	0,44
					3	Kreis	Kalkstein	11,30	4,90	115	60	130	0,43
					4	Kreis	Kalkstein	5,40	2,20	215	50	50	0,41
Alte Unstruf-Brücke	Roßleben	1805	Straße/Fußweg	60	1	Kreis	Sandstein	4,40	0,70	60	45	45	0,16
					2	Kreis	Sandstein	6,50	0,70	50	45	45	0,11
					3	Kreis	Sandstein	4,40	0,70	60	45	45	0,16
Ulsterbrücke	Geisa	1684	Straße/Fußweg	30	1	Kreis	Sandstein	7,70	1,51	70	37	50	0,20
					2	Kreis	Sandstein	7,65	1,68	70	37	50	0,22
					3	Kreis	Sandstein	7,62	1,63	70	37	50	0,21
					4	Kreis	Sandstein	7,65	1,63	70	37	50	0,21
Ilmbrücke	Oetters	1856	Straße	60	1	Kreis	Sandstein	5,60	2,00	50	80	80	0,36
					2	Kreis	Sandstein	9,10	2,85	30	80	80	0,31
					3	Kreis	Sandstein	9,10	2,85	30	80	80	0,31
					4	Kreis	Sandstein	5,60	2,00	50	80	80	0,36
Ilmbrücke	Niederroßla	1724	Straße/Fußweg	60/30	1	Kreis	Kalkstein	5,90	3,00	55	75	75	0,51
					2	Kreis	Kalkstein	6,65	3,20	55	75	75	0,48
					3	Kreis	Kalkstein	6,85	3,20	55	75	75	0,47
					4	Kreis	Kalkstein	6,90	3,20	55	75	75	0,46
					5	Kreis	Kalkstein	4,55	1,50	55	75	75	0,33
Steinbrücke	Heubisch	1819	Straße/Fußweg	3 t	1	Kreis	Sandstein	4,63	1,70	16	42	42	0,37
					2	Kreis	Sandstein	5,80	2,05	17	44	44	0,35
					3	Kreis	Sandstein	4,70	1,68	24	43	43	0,36
Chambbrücke	Großaigen	1868	Straße	60	1	Korb	Sandstein						
					2	Korb	Sandstein						
					3	Korb	Sandstein						
Pfenigbrücke	Kleinsolt	1878	Fußweg	45	1		Granit	2,80	1,50	190	50	40	0,54
Beecherbrücke	Bad Bramstadt	1933	Straße	60	1	Korb	Granit	4,30	1,71	40	48	48	0,40
					2	Korb	Granit	4,30	1,71	40	48	48	0,40
					3	Korb	Granit	4,30	1,71	40	48	48	0,40

Angaben zur Brücke					Angaben zum Brückenbogen								
Brückenname	Ort	Baujahr	Im Zuge von	BKL	Bogen Nr.	Bogenform	Bogenmaterial	L	F	h <sub>A</sub>	d <sub>s</sub>	d <sub>k</sub>	F/L
								[m]	[m]	[cm]	[cm]	[cm]	[-]
Tauberbrücke	Reichholzheim	1772	Straße		1	Korb	Grauwacke	6,04	2,29	70	52		0,38
					2	Korb	Grauwacke	9,65	2,29	70	52	0,24	
					3	Korb	Grauwacke	6,36	2,29	70	52	0,36	
					4	Korb	Grauwacke	5,32	2,29	70	52	0,43	
Leinebrücke	Hanover	1732	Straße	0,4	1	Korb	Zieg- / Sandstein	6,60	2,76		51		0,42
					2	Korb	Zieg- / Sandstein	8,20	2,96		51	0,36	
					3	Korb	Zieg- / Sandstein	6,60	2,73		51	0,41	
Rohmülgrabenbrücke	Kettwig	1786	Straße		1	Korb	Ruhrsandstein	8,02	3,78	100	50		0,47
					2	Korb	Ruhrsandstein	10,13	3,72	50	50	0,37	
					3	Korb	Ruhrsandstein	9,78	3,26	10	50	0,33	
Wiehlbrücke	Wiehl	1640	Straße	12	1	Korb	Grauwacke/Schiefer	5,70	1,20	50	46		0,21
					2	Korb	Grauwacke/Schiefer	5,70	1,75	50	46	0,31	
					3	Korb	Grauwacke/Schiefer	4,00	1,20	50	46	0,30	
Wupperbrücke	Wuppertal - Bramen	1775	Straße	18	1	Kreis	Grauwacke	6,62	3,25	60	60		0,49
					2	Kreis	Grauwacke	12,80	4,56	60	60	0,36	
					3	Kreis	Grauwacke	6,62	3,45	60	60	0,52	
					4	Korb	Grauwacke						
Ruhrbrücke	Monschau	1872	Straße	30	1	Korb	Grauwacke	7,25	1,05	60	60		0,14
					2	Korb	Grauwacke	7,25	1,05	60	60	0,14	
Kallbachbrücke	Hürtgenwald - Germeter	1934	Straße	60	1	Parabel	Grauwacke	7,30	6,60	159	110		0,90
Genfbachbrücke	Nettersheim	1800	Straße	30	1	Korb	Sandstein	3,47	0,59	50	50	50	0,17
					2	Korb	Sandstein	3,52	0,59	47	50	50	0,17
Wennebrücke	Wenholthausen	1845	Fußweg	30	1	Korb	Grauwacke	7,04	1,00	15	35		0,14
					2	Korb	Grauwacke	7,04	1,00	15	35	0,14	
					3	Korb	Grauwacke	7,8	1,00	15	35	0,13	
					4	Korb	Grauwacke	7,8	1,00	15	35	0,13	
Almenbrücke	Wewelsburg	1660	Straße	60	1	Kreis	Kalkstein	4,50	2,40	30	20		0,53
					2	Kreis	Kalkstein	4,50	2,40	30	20	0,53	
					3	Kreis	Kalkstein	4,50	2,40	30	20	0,53	
					4	Kreis	Kalkstein	4,50	2,40	30	20	0,53	
					5	Kreis	Kalkstein	4,50	2,40	30	20	0,53	
Volmebrücke	Dahl	1850	Straße		1	Korb	Kalkstein	6,15	1,64	87	40		0,27
					2	Korb	Kalkstein	9,40	1,85	73	40	0,20	
					3	Korb	Kalkstein	6,25	1,67	73	40	0,27	
Lennebrücke Altena	Lenne	1912	Straße/Fußweg	30	1	Korb	Grauwacke	13,15	2,65		76		0,20
					2	Korb	Grauwacke	19,15	2,60		76	0,14	
					3	Korb	Grauwacke	19,15	2,80		76	0,15	
Oberhausen	Oberhausen	1889	Straße/Fußweg	45	1	Korb	Sandstein	13,00	2,65	26	80		0,20
					2	Korb	Sandstein	13,00	2,65	26	80	0,20	
					3	Korb	Sandstein	13,00	2,65	26	80	0,20	
					4	Korb	Sandstein	13,00	2,65	26	80	0,20	
					5	Korb	Sandstein	13,00	2,65	26	80	0,20	
					6	Korb	Sandstein	13,00	2,65	26	80	0,20	
Nahebrücke	Bad kreuzbach	1300	Straße/Fußweg	60	1	Kreis	Sandstein						
					2	Kreis	Sandstein						
					3	Kreis	Sandstein						
					4	Kreis	Sandstein						
					5	Kreis	Sandstein						
Große Nister-Brücke	Streithausen	1734	Straße	9	1	Kreis	Schiefriger Bruchstein			35	35		
					2	Kreis	Schiefriger Bruchstein			35	40		
					3	Kreis	Schiefriger Bruchstein			35	50		
					4	Kreis	Schiefriger Bruchstein			35	40		
Kyllbrücke	Birresborn	1854	Straße		1	Korb	Sandstein / Basalt						
					2	Korb	Sandstein / Basalt						
					3	Korb	Sandstein / Basalt						
Nimsbrücke Seffern	Nims	1821	Straße	6	1	Kreis	Bundsandstein	5,65	1,95	30	30		0,35
					2	Kreis	Bundsandstein	5,50	2,40	30	30	0,44	
					3	Kreis	Bundsandstein	5,35	1,80	30	30	0,34	
Elzbachbrücke	Pillig	1616	Straße	30	1	Kreis	Basaltlava	6,00	3,00	120	100		0,50
					2	Kreis	Basaltlava	6,00	3,00	120	100	0,50	
Simmerbachbrücke	Gehlweiler	~1800	Straße	12	1	Kreis	Sandstein	6,70	2,23	100	50		0,33
					2	Kreis	Sandstein	8,07	2,80	100	50	0,35	
					3	Kreis	Sandstein	7,02	1,60	100	50	0,23	
Ahrbrücke	Rech	1723	Straße/Fußweg	20	1	Korb	Basalt	9,45	2,60	31	55		0,28
					2	Korb	Basalt	8,40	2,60	31	55	0,31	
					3	Korb	Basalt	8,40	2,60	31	55	0,31	
					4	Korb	Basalt	9,12	2,60	31	55	0,29	
Ahrbrücke	Dernau	1717	Fußweg	9	1	Kreis	Bruchstein	9,40	2,70				0,29
					2	Kreis	Bruchstein	9,80	2,40			0,24	

Angaben zur Brücke					Angaben zum Brückenbogen								
Brückenname	Ort	Baujahr	Im Zuge von	BKL	Bogen Nr.	Bogenform	Bogenmaterial	L [m]	F [m]	h <sub>A</sub> [cm]	d <sub>s</sub> [cm]	d <sub>k</sub> [cm]	F/L [-]
Alte Saarbrücke	Saarbrücken	1549	Straße/Fußweg		3	Kreis	Bruchstein	9,40	2,40				0,26
					1	Korb	Buntsandstein	11,78	3,00				0,25
					2	Korb	Buntsandstein	11,78	3,00				0,25
					3	Korb	Buntsandstein	11,78	3,00				0,25
					4	Korb	Buntsandstein	10,76	3,00				0,28
					5	Korb	Buntsandstein						
					6	Korb	Buntsandstein						
					7	Korb	Buntsandstein						
8	Korb	Buntsandstein											
Max							39	17	270	130	180	0,90	
Min							3	0	5	20	26	0,09	
Mittelwerte:							9,69	2,79	65	59	72	0,32	
Standardbogen:							10	2	50	60	60	0,2	

## D. Druckversuche an Drei-Stein-Körpern im Maßstab 1:1

Um die Realitätsnähe des Finite-Elemente-Modells zur Bestimmung der Querschnittstragfähigkeit bewerten zu können, sind Versuche an Drei-Stein-Körpern zu deren Nachrechnung vorgenommen worden. Konkretes Ziel war es, die Traglasten nach der FEM den Bruchlasten aus den Versuchen gegenüberzustellen. Hierbei fanden die an Mörtel und Stein bestimmten Materialkennwerte sowie die entsprechenden Geometrieparameter des gemauerten Versuchskörpers Eingang in die FE-Berechnungen.

Im Rahmen des Forschungsvorhabens [30] sind jeweils zwei Versuche zu fünf verschiedenen Lastausmitten ( $m = 0; 1,0; 2,0; 2,5; 2,7$ ) durchgeführt worden, welche im Versuchsbericht [14] ausführlich dokumentiert sind. Im Folgenden wird für jede der genannten Lastausmitten ein Versuch ausgewertet.

### D.1 Versuchsaufbau

#### Versuchskörper

Im verwendeten FE-Modell werden die Materialeigenschaften von Stein und Mörtel in der gesamten Wand als konstant angenommen. Aus diesem Grund wurde Kalksandstein für die Versuche gewählt, da dieser der getroffenen Annahme weitestgehend entspricht. Der gemauerte Versuchskörper besteht aus drei Steinschichten. Als Fugenmaterial kam ein Kalk-Zement-Mörtel mit einem Mischungsverhältnis von Kalk/CEM32,5/Sand = 8/1/32 (Raumteile) zur Anwendung. Wegen der langsamen Erhärtung eines Kalkmörtels durch Carbonatisierung wurde, um eine 28-Tage-Festigkeit von  $\beta_{D,M0} = 1$  bis 2 N/mm<sup>2</sup> zu erreichen, dem Mörtel neben dem Kalk ein Raumteil Zement beigemischt. Die Abmessungen von Stein und Fuge, welche nicht variiert wurden, sind auf der Zeichnung in Abb. D-1 dargestellt. Der Versuchskörper wird an seiner Ober- und Unterseite von Druckplatten begrenzt. Als Abgleich dient eine ca. 5 mm starke Fuge aus Zementmörtel der Mörtelqualität MG III.

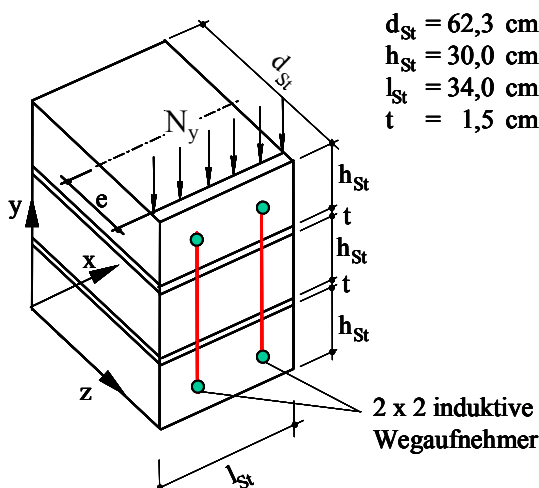


Abb. D-1: Versuchskörper mit Messeinrichtung

#### Materialkennwerte

Für die Mörtelprüfung erhärtete der Lagerfugenmörtel in einem Gitter zwischen den Kalksandsteinen. Hierdurch können die Auswirkungen des Wasserentzuges durch den Stein auf die Mörteldruckfestigkeit berücksichtigt werden.

Die Probenabmessungen der pro Versuchskörper geprüften 20 Mörtelproben betragen ca. 20x20x15 mm. Die Prüfung der Steindruckfestigkeit erfolgte an drei Zylindern mit einem Durchmesser und einer Höhe von jeweils rund 100 mm. Für die Ermittlung der Steinzugfestigkeit wurden an drei Zylindern gleicher Abmessung Spaltzugprüfungen durchgeführt. Die einaxiale Zugfestigkeit wurde – wie auch beim Beton möglich – aus der Spaltzugfestigkeit mit  $\beta_{Z,St} = 0,9 \cdot \beta_{SZ,St}$  bestimmt. Die Ermittlung des Stein-E-Moduls erfolgte am Zylinder mit dem Durchmesser von 100 mm und einer Höhe von 300 mm. Zur Bestimmung des Mörtel-E-Moduls kommt die Beziehung von BIERWIRTH zur Anwendung:

$$\text{Gl. C-1} \quad E_{M6} = 741 \cdot \beta_{D,M6}^{0,73}$$

Die ermittelten Materialkennwerte für Stein und Mörtel, welche jeweils aus dem arithmetischen Mittel der Probenreihen bestimmt wurden, zeigt Tab. D-1.

Versuch	Mörteldruckfestigkeit $\beta_{D,M6}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Steyndruckfestigkeit $\beta_{D,St}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Steinzugfestigkeit $\beta_{Z,St}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Stein-E-Modul $E_{St}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
v1.1; m = 0	1,30	20,66	1,944	9488
v2.2; m = 1	1,30	17,98	1,521	9488
v3.1; m = 2	1,96	17,71	1,431	9488
v4.1; m = 2,5	1,20	18,93	1,611	9488
v5.2; m = 2,7	1,00	-	-	-

**Tab. D-1: Ermittelte Materialkennwerte**

Die Druckfestigkeitswerte von Stein und Mörtel entsprechen aufgrund der gedrunenen Probekörperform noch nicht den einaxialen Druckfestigkeiten. Die Umrechnung der ermittelten Druckfestigkeiten in einaxiale Festigkeiten erfolgt mittels Formfaktoren nach RUSTMEIER [50] für den Mörtel und nach SCHICKERT [49] für den Kalksandstein. Die Formfaktoren nach SCHICKERT gelten zwar für Beton, werden aber im vorliegenden Fall für den verwendeten Kalksandstein angewendet. Von RUSTMEIER kommen Formfaktoren für Mörtel der Qualität MG II zur Anwendung, da für Mörtel der Mörtelgruppe I keine Werte für den vorliegenden Fall der Probekörpergeometrie zur Verfügung stehen. Die Umrechnung erfolgt auf eine Probekörperschlankheit von  $h/b$  ( $h/d$ ) = 2,0.

### Umrechnung der ermittelten Druckfestigkeiten in einaxiale Druckfestigkeiten

Schlankheit  $h/b$  bzw.  $h/d$  des Probekörpers:

Mörtel:  $15/20 = 0,75$

Stein:  $100/100 = 1,0$

Formfaktoren nach RUSTMEIER (Mörtel)

Mörtel:  $h/b = 0,75 \rightarrow f = 0,92$

$h/b = 2,0 \rightarrow f = 0,74$

Daraus ergibt sich ein Formfaktor von  $f = 0,74/0,92 = 0,804$

Formfaktoren nach SCHICKERT (Kalksandstein)

Stein:  $h/d = 1,0 \rightarrow f = 1,0$

$h/d = 2,0 \rightarrow f = 0,858$

Daraus ergibt sich ein Formfaktor von  $f = 0,858/1,0 = 0,858$



SCHICKERT [49] gibt Formfaktoren aus verschiedenen Quellen an, wobei für die vorgenommene Umrechnung der Formfaktor den Versuchsergebnissen der Bundesanstalt für Materialprüfung (BAM) entnommen wurde. Diese beziehen sich auf zylindrische Probekörper. Unter Berücksichtigung der Formfaktoren ergeben sich folgende einaxiale Druckfestigkeiten:

Versuch	Mörteldruckfestigkeit $\beta_{D,M0}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Steindruckfestigkeit $\beta_{D,St}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
v1.1; m = 0	1,05	17,73
v2.2; m = 1	1,05	15,53
v3.1; m = 2	1,58	15,20
v4.1; m = 2,5	0,96	16,24
v5.2; m = 2,7	0,80	-

**Tab. D-2: Einaxiale Druckfestigkeiten von Stein und Mörtel**

Die Querdehnzahlen beider Materialien wurden nicht ermittelt. Für die FE-Rechnungen kommt in beiden Fällen ein Wert von  $\mu = 0,20$  zur Anwendung.

### Auflagerung

Bei den Versuchen mit zentrischem Lastangriff erfolgte die Lagerung am Wandfuß und -kopf flächig (Abb. D-2 a). Sowohl die obere als auch die untere Druckplatte waren starr ausgebildet. Die obere Druckplatte war kalottengelagert. Bei den Versuchen mit ausmittiger Belastung wurde das Auflager am Wandfuß als Walzenlager, welches in der jeweiligen Lastspur positioniert war, ausgebildet. Am Wandkopf erfolgte die Lasteinleitung mittels Rundstahl an der geplanten Ausmittigkeit (Abb. D-2b).



a) Lagerung des Versuchskörpers unter zentrischer Belastung



b) Lagerung des Versuchskörpers unter exzentrischer Belastung

**Abb. D-2: Auflagerung der Versuchkörper**

## D.2 Belastungsprogramm

Die maximale Prüflast der Maschine beträgt 6000 kN. Die Versuche sind kraftgesteuert gefahren worden. Die Laststufen für die Versuche betragen für:

- $m = 0$ : 300 kN;
- $m = 1$ : 200 kN;
- $m = 2,0$  und  $2,5$ : 50 kN;
- $m = 2,7$ : 10 kN.

Die Laststufen wurden innerhalb von 90 Sekunden aufgebracht und jeweils 90 Sekunden konstant gehalten.

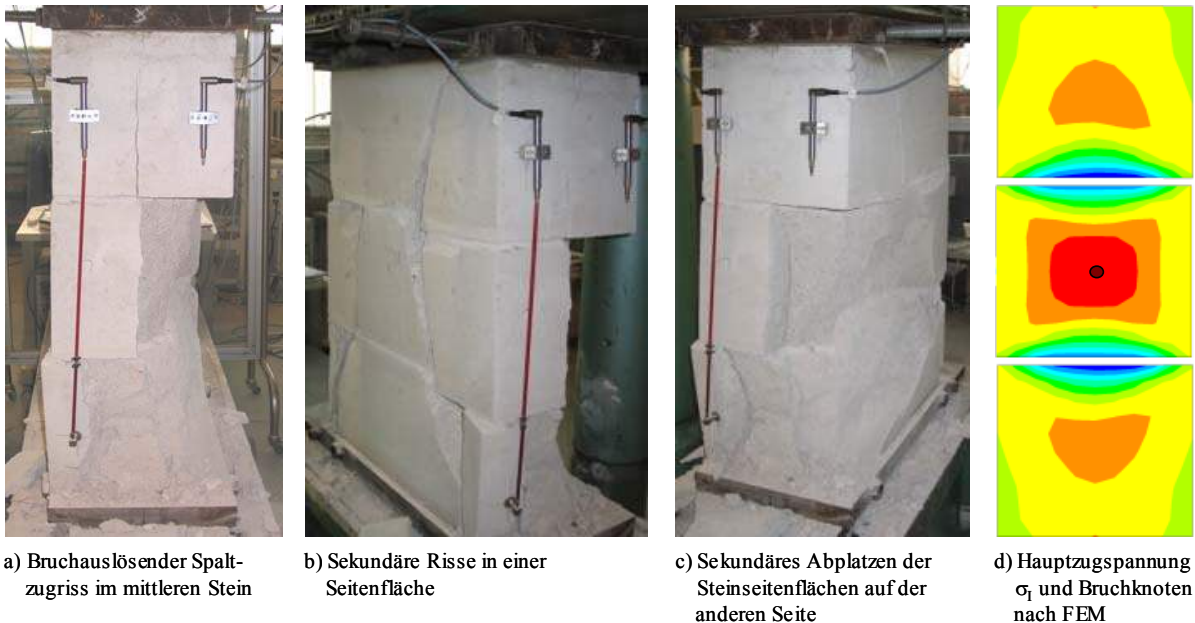
## D.3 Messprogramm

Verformungsmessungen erfolgten mittels induktiver Wegaufnehmer, welche paarweise an jeder Stirnseite des Versuchskörpers in den vertikalen Steinmitten des oberen und unteren Steines angebracht waren (Abb. D-2 a) und b).

## D.4 Versuchsergebnisse

### D.4.1 Versuch unter zentrischem Lastangriff

Der Bruch trat ohne vorankündigende Risse mit einem plötzlichen stirnseitigen Spaltzugversagen des mittleren Steins ein. Unmittelbar nach dem Bruch des mittleren Steins versagten auch die beiden äußeren Steine in Form eines mittigen, lotrechten Aufspaltens. Abb. D-3 a) bis c) zeigen den Versuchskörper nach dem Eintreten des Bruches. Die Risse in den Seitenflächen (Abb. D-3 b) und das Abplatzen der Steinseitenflächen (Abb. D-3 c) stellen Sekundärererscheinungen dar und traten erst nach dem Versagen infolge Spaltzugbruch ein.



**Abb. D-3: Bruchbilder des Druckversuches unter zentrischem Lastangriff**

Abb. D-3 d) zeigt qualitativ die Hauptzugspannungen  $\sigma_1$  sowie den mit einem dunkelroten Punkt markierten Bruchknoten. Da vordergründig die Lage des Bruchknotens nach der FEM aufgezeigt werden soll, werden die Hauptdruckspannungen, welche im Falle des Bruches mit den Hauptzugspannungen das Bruchkriterium nach MOHR-COULOMB erfüllen, nicht mit dargestellt. Es zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Versuch und FE-Rechnung. So liegt sowohl der Bruchknoten nach der FE-Berechnung wie auch der bruchauslösende Spaltzugbruch im Versuch in der horizontalen Mitte des mittleren Steins.

Zur Nachrechnung des Versuches mit dem vorgestellten FE-Modell ging – entgegen der Beschriftung in Abb. D-1 – die Wanddicke mit 34 cm ein, da sich wegen der über die kürzere Seite stärker auswirkenden Teilflächenpressung der Spaltzugriss auf der kürzeren Seite des Versuchskörpers einstellte.

Tab. D-3 enthält die im Versuch ermittelte Bruchlast von 3.000 kN und vergleicht diese mit den rechnerischen Bruchlasten nach dem FE-Modell sowie nach den Bruchmodellen von BERNDT [51] und PÖSCHEL/SABHA [52].

Unter Verwendung eines Dilatanzwinkels von  $\psi = 0^\circ$  ergab sich nach der FEM eine Bruchlast von 1926 kN. Um eine bessere Annäherung an den Versuchswert zu erreichen, wurde der FE-Berechnung ein Dilatanzwinkel von  $\psi = 15^\circ$  zugrunde gelegt. Hierdurch ergab sich die der Tabelle zu entnehmende Bruchlast von 2397 kN, welche wiederum eine gute Übereinstimmung mit der nach PÖSCHEL/SABHA zeigt.

	Versuch	FEM	Pöschel/Sabha	Berndt
Bruchlast [kN]	<b>3.000</b>	<b>2.397</b>	<b>2.341</b>	<b>2.950</b>

Tab. D-3: Bruchlast im Versuch und Vergleich mit rechnerischen Bruchlasten

Das Ergebnis aus der FE-Rechnung liegt 20 % unter dem Versuchswert. Eine fast identische Bruchlast liefert das Bruchmodell nach BERNDT. Mit dem Bruchmodell nach PÖSCHEL/SABHA erhält man eine gegenüber dem Versuchsergebnis um 22 % niedrigere Bruchlast. Damit befindet man sich hinsichtlich der Querschnittstragfähigkeit insbesondere mit den Bruchlasten nach dem FE-Modell und nach PÖSCHEL/SABHA auf der sicheren Seite.

### Spannungs-Dehnungs-Linie

Die im Versuch ermittelte Spannungs-Dehnungs-Linie nach Abb. D-4 zeigt ein lineares Verhalten des untersuchten Mauerwerkskörpers.

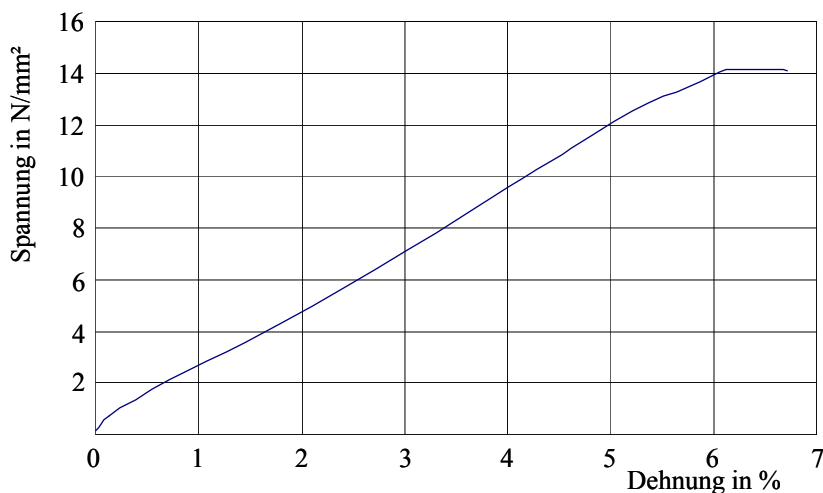


Abb. D-4: Spannungs-Dehnungs-Linie

#### D.4.2 Versuch mit Lastangriff in $m = 1,0$

Der Einbau des zur Lasteinleitung benötigten Rundstahles am Wandkopf war nur in Querrichtung der Presse möglich. Aufgrund der Länge des Versuchskörpers wurde dieser längs in die Presse positioniert, wodurch die ausmittige Last über die lange Seite entsprechend Abb. D-2 b) eingetragen worden ist. In die FE-Rechnung ging daher die Wanddicke - entgegen der Nachrechnung des Versuches mit zentrischem Lastangriff - mit  $d = 62,3$  cm ein.

Auch bei diesem Versuch trat der Bruch mit einem Spaltzugversagen des mittleren Steins ein (Abb. D-5 a). Den Endzustand nach dem Bruch zeigen Abb. D-5 b) und c).

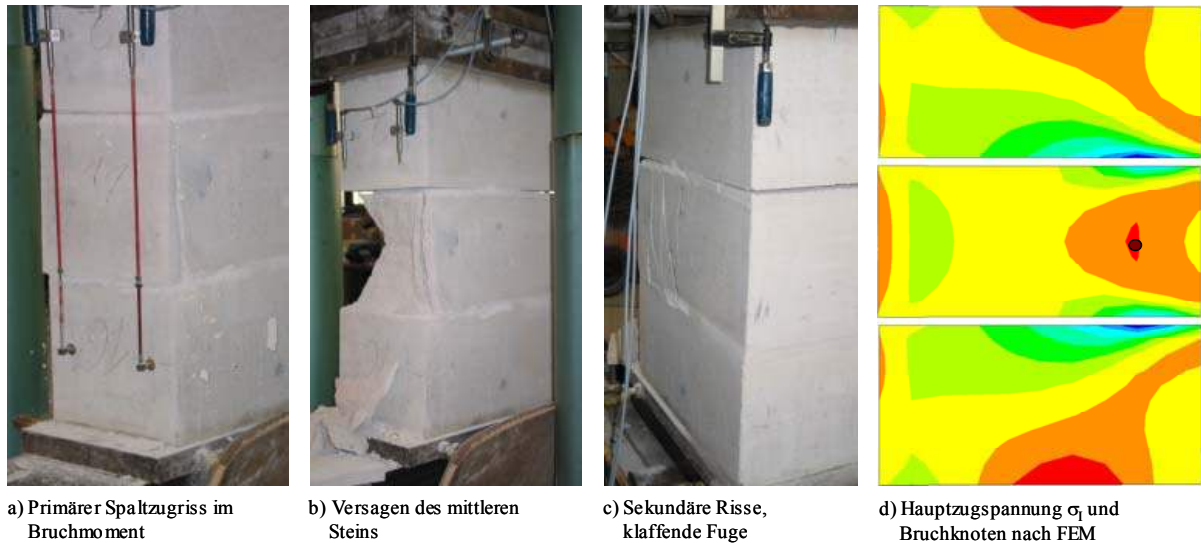


Abb. D-5: Bruchbilder des Druckversuchs unter exzentrischen Lastangriff in  $m = 1,0$

Die Lage des in der FE-Berechnung ermittelten Bruchknotens (Abb. D-5 d) entspricht in etwa der Position des Ursprunges der in Abb. D-5 b) ersichtlichen „Sanduhr“.

Wie aus Tab. D-4 hervorgeht, zeigt sich beim Vergleich der Bruchlasten aus dem Versuch und nach dem FE-Modell eine gute Übereinstimmung. Demnach weicht die nach der FEM ermittelte Bruchlast ( $\psi = 0^\circ$ ) um -19 % von der im Versuch gewonnenen Bruchlast ab.

	Versuch	FEM
Bruchlast [kN]	<b>1.460</b>	<b>1.180</b>

Tab. D-4: Bruchlast im Versuch und nach FEM

### D.4.3 Versuch mit Lastangriff in $m = 2,0$

Der Einbau des Versuchskörpers in die Presse erfolgte auf die gleiche Weise wie bei dem vorangegangenen Versuch. Bei ca. 690 kN aufgebrachter Last kündigten erste Risse im unteren Bereich des mittleren Steines das baldige Versagen bei 704 kN an. Riss- und Bruchlast sind in Anbetracht der geringen Differenz nahezu identisch. Der Bruch trat jedoch mit einem Spaltzugversagen des unteren Steins ein (Abb. D-6 a). Die Risswurzeln lagen wie die des mittleren Steins am Steinrand zur unteren Fuge (Abb. D-6 b).



Abb. D-6: Bruchbilder des Druckversuches unter exzentrischem Lastangriff bei  $m = 2,0$

Unter geringem Kraftaufwand konnte beim mittleren Stein das durch die in Abb. D-6 b) dargestellten Risse vorgezeichnete Bruchstück abgelöst werden, wonach sich das Bruchbild in Abb. D-6 c) ergab. Der nach der FEM ermittelte Bruchknoten liegt am unteren Steinrand des mittleren Steines an der Grenzfläche zur Fuge (Abb. D-6 d). Wie bereits erwähnt, traten im Versuch ebenfalls die ersten Risse mit dem Ursprung am unteren Steinrand des mittleren Steins auf. Allerdings liegt der in der FE-Berechnung bestimmte Bruchknoten hinter dem sich im Versuch einstellenden Spaltzugriss im mittleren Stein.

Auch in diesem Fall zeigt sich nach Tab. D-5 mit einer Abweichung von -24 % eine gute Übereinstimmung zwischen der im Versuch ermittelten und der berechneten ( $\psi = 0^\circ$ ) Bruchlast.

	Versuch	FEM
Bruchlast [kN]	<b>704</b>	<b>533</b>

Tab. D-5: Bruchlast im Versuch und nach FEM

#### D.4.4 Versuch mit Lastangriff in $m = 2,5$

Dem Versagen des Prüfkörpers gingen ein Klaffen der Fugen (Abb. D-7 a) sowie eine ausgeprägtes Plastifizieren und Ausbrechen des lastzugewandten stirnseitigen Fungenrandbereiches voraus, bevor die Bruchlast von 224 kN mit dem Auftreten eines Bruches im unteren Stein erreicht wurde (Abb. D-7 b) und c). Den Bruch vorankündigende Risse traten bei diesem Versuch nicht auf. Abb. D-7 d) zeigt den nach der FEM ermittelten Bruchknoten, welcher auch hier am unteren Rand des mittleren Steins an der Grenzfläche zur Fuge liegt. Zum Aufzeigen der Lage der Risswurzel im Versuch wurde in Abb. D-7 c) ein Riss in der Ebene der Bruchfläche hervorgehoben. Hierbei ist im Vergleich zur Position des Bruchknotens in Abb. D-7 d) ersichtlich, dass dieser – wie auch im vorhergehenden Versuch mit einem Lastangriff in  $m = 2,0$  – hinter dem sich im Versuch einstellenden Riss liegt.



Abb. D-7: Bruchbilder des Druckversuches unter exzentrischem Lastangriff bei  $m = 2,5$

Mit einer Abweichung von -21 % zeigt sich nach Tab. D-6 auch in diesem Fall eine gute Übereinstimmung der Bruchlast im Versuch und der nach dem FE-Modell ( $\psi = 0^\circ$ ).

	Versuch	FEM
Bruchlast [kN]	<b>224</b>	<b>176</b>

Tab. D-6: Bruchlast im Versuch und nach FEM

#### D.4.5 Versuch mit Lastangriff in $m = 2,7$

Im Gegensatz zu den bisher besprochenen Versuchen versagte in diesem Fall der Prüfkörper nicht infolge Steinversagens, sondern durch Gelenkbildung. Da der geprüfte Drei-Stein-Körper unter exzentrischem Lastangriff oben und unten gelenkig gelagert ist, genügt somit die Bildung eines weiteren Gelenkes, um das Zustandekommen einer kinematische Kette zu ermöglichen. Eine ausmittige Belastung des Mauerwerksquerschnittes führt beim Überschreiten der ersten Kernweite zu einem Aufklaffen der Fugen auf der lastabgewandten Querschnittseite. Damit einher geht eine zunehmende Plastifizierung und Einschnürung des überdrückten Mörtelbereiches auf der lastzugewandten Seite. Mit zunehmender Ausmitte der Belastung klafft die Fuge entsprechend weiter auf und die überdrückte Mörtelfläche wird - in Wandlängsrichtung betrachtet - immer schmaler. Ab einer bestimmten Exzentrizität ist der restliche druckbelastete Fugenbereich derartig eingeschnürt, dass er in statischer Hinsicht einem Gelenk entspricht. Führt ein solches Gelenk zu einem kinematischen System der Mauerwerkswand, kann sich kein statisches Gleichgewicht mehr einstellen und es kommt zum Versagen.



Abb. D-8: Bruchbilder des Druckversuches unter exzentrischem Lastangriff bei  $m = 2,7$

Abb. D-8 a) zeigt das Einstellen von klaffenden Fugen während der Laststeigerung. Mit zunehmender Belastung wächst unter der gegebenen Lastausmitte die Tiefe der klaffenden Fuge zwischen dem unteren und dem mittleren Stein (Abb. D-8 b). Gleichermäßen schnürt es den überdrückten Fugenbereich immer stärker ein, was durch ein Plastifizieren und Ausbrechenden des lastzugewandten Fugenrandbereiches (Abb. D-8 c) intensiviert wird. Das so entstandene dritte Gelenk führte bei einer aufgeprägten Last von 80 kN zum Versagen. Auch in der FE-Nachrechnung konnte kein Steinversagen festgestellt werden. Im gegebenen Fall divergierte die Lösung bei einer Last von 34 kN, was unter den gegebenen Bedingungen auf das Einstellen eines kinematischen Systems schließen lässt. In Abb. D-8 d) ist die Position des Gelenks nach FEM kenntlich gemacht. Mit einer Abweichung von -58 % liegt die nach FEM ( $\psi = 0^\circ$ ) ermittelte Traglast auf der sicheren Seite (siehe Tab. D-7).

	Versuch	FEM
Versagenslast [kN]	<b>80</b>	<b>34</b>

Tab. D-7: Bruchlast im Versuch und nach FEM



## E. Versuche am Brückenbogen

Im Rahmen des Forschungsvorhabens [30] wurden neben Versuchen an den beschriebenen Drei-Stein-Körpern auch Versuche an zwei Bogenbrücken mit 5 m lichter Weite zwischen den Widerlagern durchgeführt. Ziel dieser beiden Versuche waren einerseits die Bestimmung der Traglast und andererseits die Beobachtungen des Versagensmechanismus einer gemauerten Bogenbrücke.

### E.1 Versuchsaufbau

#### Versuchskörper

Im verwendeten FE-Modell werden die Materialeigenschaften von Stein und Mörtel im kompletten Bogen als konstant angenommen. Aus diesem Grund wurde Kalksandstein für die Versuche gewählt, da dieser der getroffenen Annahme weitestgehend entspricht. Der gemauerte Versuchskörper besteht aus insgesamt 19 Steinen. Die Abmessungen der Bogenbrücke können der Abb. E-1 entnommen werden.

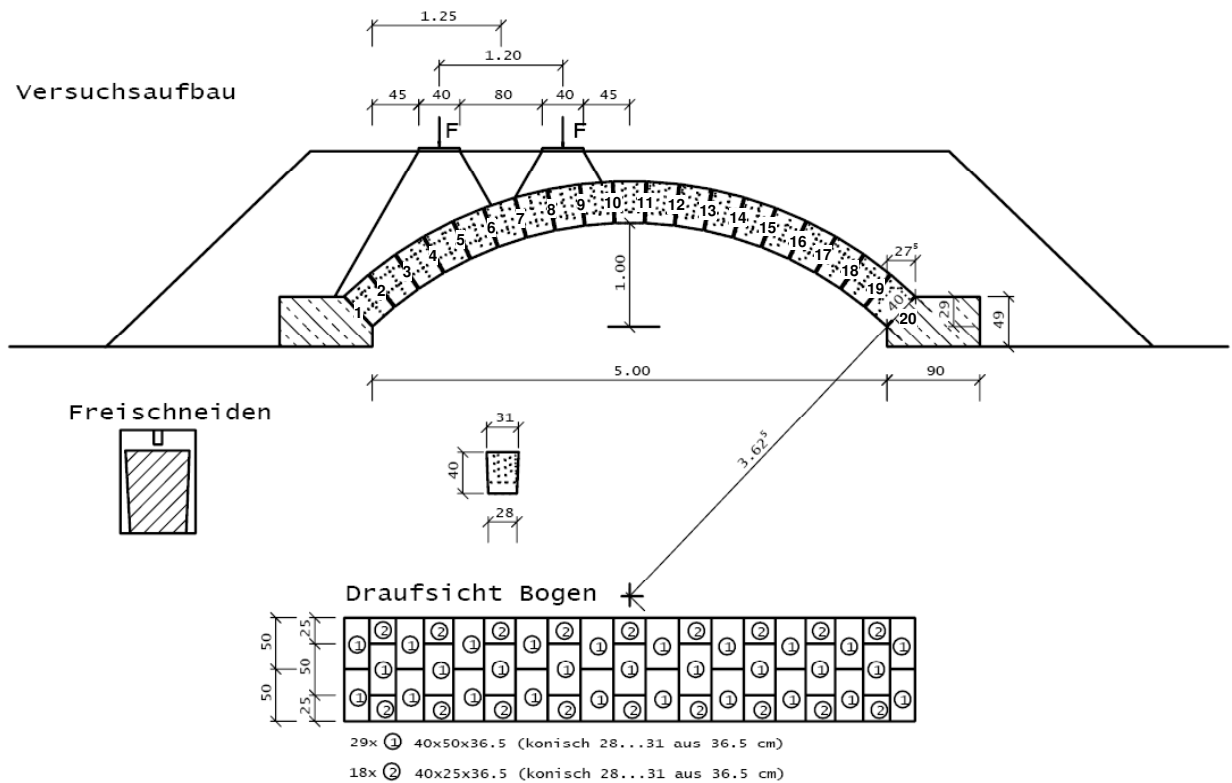


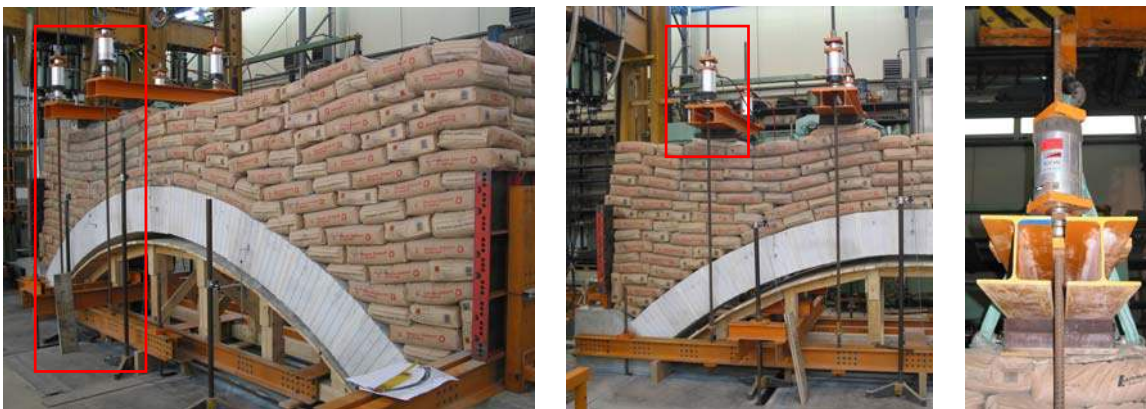
Abb. E-1: Versuchskörper mit Messeinrichtung

Die Widerlager wurden aus unbewehrtem Beton der Festigkeitsklasse C20/25 gefertigt. Zur Aufnahme des Bogenschubs sind die beiden Widerlager mittels Gewindestähle gegeneinander (Abb. E-2) verspannt worden.



**Abb. E-2: Gegenseitig verspannte Widerlager zur Aufnahme des Bogenschubs**

Die Auffüllung wurde mit Zementsäcken (à 25 kg) simuliert, welche im Verband verlegt wurden (Abb. E-3). Zur Verbesserung der Lastverteilung innerhalb der so gestalteten Auffüllung wurde im Bereich der Lasteinleitung lagenweise dichter Maschendraht verlegt, welcher zudem ein Verrutschen der Säcke auf dem Bogen und untereinander verhinderte. Wie Abb. E-3 zu entnehmen, erfolgte die Lasteinleitung je "Achse" über zwei Pressen, welche unabhängig voneinander angesteuert werden konnten und die Kraft über zwei I-Träger und Lastverteilungsplatten in die Auffüllung leiteten. Jede einzelne Presse wurde hierbei über einen Gewindestab im Boden der Versuchshalle zurück verankert.



**Abb. E-3: Simulation der Auffüllung mittels Zementsäcke und Lasteinleitung im Bereich des Viertelpunktes**

## Materialkennwerte

Als Fugenmaterial kam ein Kalk-Zement-Mörtel mit einem Mischungsverhältnis von Kalk/CEM32,5/Sand = 8/1/32 (Raumteile) zur Anwendung. Wegen der langsamen Erhärtung eines Kalkmörtels durch Carbonatisierung wurde, um eine 28-Tage-Festigkeit von  $\beta_{D,M\ddot{o}} = 1$  bis  $2 \text{ N/mm}^2$  zu erreichen, dem Mörtel neben dem Kalk ein Raumteil Zement beigemischt. Da bei dem ersten Versuch mit diesem Mischungsverhältnis statt der genannten angestrebten Druckfestigkeit lediglich eine einaxiale Druckfestigkeit von  $\beta_{D,M\ddot{o}} = 0,66 \text{ N/mm}^2$  erreicht wurde, erhöhte man den Zementanteil im Mischungsverhältnis des zweiten Versuches auf zwei Raumanteile. Für den Mörtel-E-Modul kommt die bereits genannte Beziehung nach BIERWIRTH zum Ansatz. Die Materialprüfung des Steins erfolgte hier in gleicher Weise wie zuvor in Abschnitt D beschrieben. Die ermittelten einaxialen Druck- und Zugfestigkeitswerte sowie die E-Moduli für Stein und Mörtel, welche jeweils aus dem arithmetischen Mittel der Probenreihen bestimmt wurden, zeigt folgende Tabelle:

Versuch	Mischungsverhältnis Kalk/CEM32,5/Sand in Raumanteilen	Mörteldruck- festigkeit $\beta_{D,M\ddot{o}}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Mörtel-E- Modul $E_{M\ddot{o}}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Steindruck- festigkeit $\beta_{D,St}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Steinzug- festigkeit $\beta_{Z,St}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Stein-E-Modul $E_{St}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
1	8/1/32	0,66	550	20	1,45	9959
2	8/2/32	1,20	850	20	1,45	9959

Tab. E-1: Materialkennwerte

Die Querdehnzahlen beider Materialien wurden nicht ermittelt. Für die FE-Rechnungen kommt in beiden Fällen ein Wert von  $\mu = 0,20$  zur Anwendung. Die Dichte der Auffüllung betrug  $1,55 \text{ t/m}^3$ .

Mit Ausnahme der Höhe der Auffüllung und der Mörteldruckfestigkeit (Tab. E-1) waren beide Versuche identisch. Die Höhe der Auffüllung über dem Scheitel betrug beim ersten Versuch 30 cm und beim zweiten Versuch 60 cm. Die größere Auflast und festerer Mörtel beim zweiten Versuch wurde gewählt, um das Versagenskriterium „Steinversagen“ deutlicher zu erkennen.

## E.2 Belastungsprogramm

Die Belastung (Lastbild der Tandemachse des LM 1) wurde kraftgesteuert in Laststufen von 40 kN jeweils in 90 Sekunden aufgebracht und dann ca. 120 Sekunden konstant gehalten.

## E.3 Messprogramm

Verformungsmessungen erfolgten mittels induktiven Wegaufnehmern, welche je Bogenseite im Scheitel und in beiden Viertelpunkten positioniert waren. Zudem wurden an den Widerlagern induktive Wegaufnehmer angeordnet, um Horizontalbewegungen aufzunehmen.

## E.4 Versuchsergebnisse

### E.4.1 Versuch 1

Mit wachsender Belastung klafften die Fugen 1, 8, 14 und 20 (in Abb. E-1 durchnummeriert) zunehmend auf. Der erste, an beiden Bogenseiten zu erkennende Riss im Stein entstand bei einer aufgetragenen Last von 280 kN. Die Lage im Bogen sowie ein Detail des Risses können der Abb. E-4 entnommen werden. Die Risswurzel liegt hierbei unmittelbar an der Fuge 8. Eine solche Lage der Risswurzel nahe einer Fuge war bereits bei den Versuchen an den Drei-Stein-Körpern unter großen Lastausmittlen zu beobachten. Zu erkennen ist zudem, dass die Fuge 8 in der Lastspur der zweiten "Achse" liegt. Weitere Risse dieser Art entstanden nicht.



a) Bereich des aufgetretenen Risses

b) Riss im Stein

c) Riss-Detail

**Abb. E-4: Riss im Stein**

Durch den Riss im Stein und durch das Klaffen der Fuge 8 nahm die Breite des überdrückten Fugenbereichs rapide ab, wodurch sich hier ein Gelenk im statischen Sinne bildete. Ein weiteres Gelenk bildete sich durch starkes Klaffen in der Fuge 14 (Abb. E-5). Mit weiterer Laststeigerung intensivierte sich auch das Klaffen der Fugen 1 und 20 an den Kämpfern, wodurch die Bogenbrücke mit dem Erreichen einer Last von 320 kN infolge der gebildeten Gelenkkette kinematisch wurde und eine weitere Laststeigerung ausgeschlossen war.



a) Klaffende Fuge im Moment des Erreichens der Traglast infolge Gelenkkette

b) Einschnürung des überdrückten Fugenbereichs und Bildung eines Gelenks

**Abb. E-5: Klaffen der Fuge 14**

Abb. E-6 zeigt die Fuge 14 in stark geöffnetem Zustand während des Systemversagens infolge der Bildung eines kinematischen Systems und im wieder geschlossenen Zustand nach der Entlastung.



a) Klaffende Fuge im Moment des Erreichens der Traglast infolge Gelenkkette      b) Schließen der Fuge nach Entlastung

**Abb. E-6: a) Klaffende Fuge 14 im Moment des kinematischen Systemversagens und b) nach Entlastung des Bogens**

In Tab. E-2 werden die Bruch- und Versagenslasten aus dem Versuch sowie nach dem Entkoppelten Diskontinuumsmodell und dem Allgemeinen Diskontinuumsmodell einander gegenübergestellt. Die Bruchlast beschreibt die Last, bei der ein Riss in einem Stein auftritt. Die Versagenslast hingegen beschreibt die Last, bei der der Bogen infolge der Bildung einer Gelenkkette seine endgültige Traglast erreicht. Das Entkoppelte Diskontinuumsmodell liefert gegenüber dem Versuchsergebnis eine um ca. 6 % niedrigere Bruchlast. Umgekehrt ist es bei der Versagenslast. Hier liegt die berechnete Last mit ca. 4 % etwas über der im Versuch beobachteten Versagenslast. Die mit dem Allgemeinen Diskontinuumsmodell ermittelte Bruchlast nimmt mit 302 kN einen um ca. 7 % höheren Wert als der im Versuch festgestellten bruchauslösenden Last ein. Hinsichtlich der Versagenslasten ergeben sich mit beiden Finite-Elemente-Modellen beinahe identische Ergebnisse.

	Bruchlast [kN]	kinematische Versagenslast [kN]
<b>Versuch</b>	<b>280</b>	<b>320</b>
Entkoppeltes Diskontinuumsmodell	262	332
Allgemeines Diskontinuumsmodell	302	331

**Tab. E-2: Bruch- und Versagenslasten aus Versuch und nach FEM**

Abb. E-7 zeigt die Lage der Stützlinie sowie die Position des Bruchknotens nach FEM bei Erreichen der Bruchlast. Wie auch im Versuch liegt der Bruchknoten nach FEM im Bereich der Fuge 8.

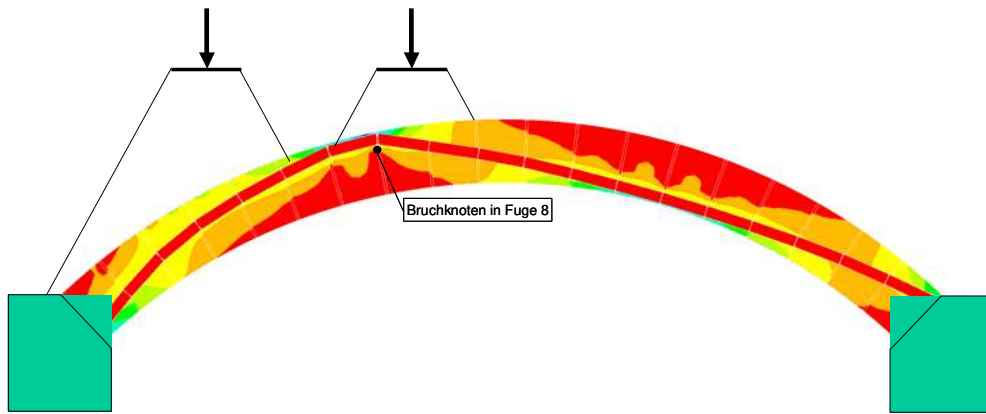


Abb. E-7: Lage der Stützlinie und des Bruchknotens bei Erreichen der Bruchlast

#### E.4.2 Versuch 2

Hier war der gleiche Versagensmechanismus festzustellen, wie beim ersten Versuch. Mit wachsender Belastung klafften auch hier die Fugen 1, 8, 14 und 20 (in Abb. E-1 durchnummeriert) zunehmend auf. Der erste, in diesem Fall nur an einer Bogenseite auftretende Riss im Stein entstand bei einer aufgetragenen Last von 360 kN. Die Lage im Bogen sowie ein Detail des Risses können der Abb. E-8 entnommen werden. Die Risswurzel liegt auch hier unmittelbar an der Fuge 8, welche in der Lastspur der zweiten "Achse" liegt. Weitere Risse dieser Art entstanden nicht.



a) Bereich des aufgetretenen Risses



b) Klaffende Fuge und Riss im Stein



c) Riss-Detail

Abb. E-8: Riss im Stein

Durch den Riss im Stein und durch das Klaffen der Fuge 8 nahm die Breite des überdrückten Fugenbereichs rapide ab, wodurch sich hier ein Gelenk im statischen Sinne bildete. Ein weiteres Gelenk bildete sich durch starkes Klaffen in der Fuge 14 (Abb. E-9). Mit weiterer Laststeigerung intensivierte sich auch das Klaffen der Fugen 1 und 20 an den Kämpfern, wodurch die Bogenbrücke mit dem Erreichen einer Last von 440 kN infolge der gebildeten Gelenkkette kinematisch wurde und eine weitere Laststeigerung ausgeschlossen war.



a) Klaffende Fuge im Moment des Erreichens der Traglast infolge Gelenkkette



b) Einschnürung des überdrückten Fugenbereichs und Bildung eines Gelenks

**Abb. E-9: Klaffen der Fuge 14 während des Versagens infolge Bildung einer Gelenkkette**

Die mit dem Entkoppeltem Diskontinuumsmodell berechnete Bruchlast liegt mit 321 kN ca. 11 % unter der im Versuch beobachteten Last von 360 kN (Tab. E-3). Auch bei der Gegenrechnung dieses Versuches ergibt sich hinsichtlich der Versagenslast gegenüber dem Versuchsergebnis ein etwas größerer Wert. Allerdings liegt die berechnete Versagenslast mit rund 2 % Überschreitung sehr dicht am Versuchswert. Das Allgemeine Diskontinuumsmodell liefert sowohl hinsichtlich der Bruchlast als der Versagenslast mit ca. 3 % bzw. 9 % Überschreitung etwas größere Werte, als sie im Versuch beobachtet werden konnten.

	Bruchlast [kN]	kinematische Versagenslast [kN]
<b>Versuch</b>	<b>360</b>	<b>440</b>
Entkoppeltes Diskontinuumsmodell	321	447
Allgemeines Diskontinuumsmodell	372	483

**Tab. E-3: Bruch- und Versagenslasten aus Versuch und nach FEM**

Sowohl die Lage der Stützlinie als auch die Position des Bruchknotens stimmen qualitativ mit den in Abb. E-7 dargestellten überein.

---

<b>A.</b>	<b>Auswertung der Überfahrten.....</b>	<b>122</b>
<b>B.</b>	<b>Verwendete Steinabmaße.....</b>	<b>123</b>
<b>C.</b>	<b>Statistische Erfassung von Bogenbrücken.....</b>	<b>124</b>
<b>D.</b>	<b>Druckversuche an Drei-Stein-Körpern im Maßstab 1:1.....</b>	<b>127</b>
	D.1 Versuchsaufbau .....	127
	D.2 Belastungsprogramm.....	130
	D.3 Messprogramm.....	130
	D.4 Versuchsergebnisse .....	131
	D.4.1 Versuch unter zentrischem Lastangriff .....	131
	D.4.2 Versuch mit Lastangriff in $m = 1,0$ .....	133
	D.4.3 Versuch mit Lastangriff in $m = 2,0$ .....	134
	D.4.4 Versuch mit Lastangriff in $m = 2,5$ .....	135
	D.4.5 Versuch mit Lastangriff in $m = 2,7$ .....	136
<b>E.</b>	<b>Versuche am Brückenbogen .....</b>	<b>137</b>
	E.1 Versuchsaufbau .....	137
	E.2 Belastungsprogramm.....	139
	E.3 Messprogramm.....	139
	E.4 Versuchsergebnisse .....	140
	E.4.1 Versuch 1 .....	140
	E.4.2 Versuch 2.....	142